Alcinda de Souza Muniz Teixeira Solange Mussato

OGCOGOBIE NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Produto Educacional



ALCINDA DE SOUZA MUNIZ TEIXEIRA

O GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

BOA VISTA - RR 2020

Copyright © 2020 by Alcinda de Souza Muniz Teixeira

Todos os direitos reservados. Está autorizada a reprodução total ou parcial deste trabalho, desde que seja informada a fonte.

Universidade Estadual de Roraima – UERR Coordenação do Sistema de Bibliotecas Multiteca Central Rua Sete de Setembro, 231 Bloco – F Bairro Canarinho CEP: 69.306-530 Boa Vista - RR Telefone: (95) 2121.0945 E-mail: biblioteca@uerr.edu.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

T266g Teixeira, Alcinda de Souza Muniz.

O GeoGebra no ensino de geometria espacial por meio da Resolução de Problemas. / Alcinda de Souza Muniz Teixeira e Solange Mussato. - Boa Vista (RR) : UERR, 2020.

40 f. : il. Color 30 cm.

Produto (Produto Educacional) que acompanha a Dissertação: O uso do GeoGebra na resolução de problemas de geometria espacial: uma experiência com alunos do 4° ano do ensino fundamental, apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima – UERR, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, tendo como linha de pesquisa: Métodos pedagógicos e tecnologias digitais no ensino de ciências sob a orientação da Profa. Dra. Solange Mussato.

1. Educação Matemática 2. Resolução de Problemas 3. Figuras Tridimensionais 4. Sequência Didática I. Mussato, Solange II. Universidade Estadual de Roraima – UERR III. Título

UERR.Dis.Mes.Ens.Cie.2020.04.1 CDD - 516.06 (21. ed.)

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Sônia Raimunda de Freitas Gaspar – CRB 11/273 – RR

FICHA TÉCNICA

Autora

Alcinda Souza Muniz Teixeira - alsomuniz@hotmail.com

Orientadora

Solange Mussato - alsomuniz@hotmail.com

Título

Produto Educacional que acompanha a Dissertação: O uso do GeoGebra na resolução de problemas de geometria espacial: uma experiência com alunos do 4º ano do ensino fundamental, apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima – UERR, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, tendo como linha de pesquisa: Métodos pedagógicos e tecnologias digitais no ensino de ciências sob a orientação da Profa. Dra. Solange Mussato.

Colaboradores

Vinícius Pazuch - Universidade Federal do ABC - UFABC

Solange Mussato - Universidade Estadual de Roraima - UERR

Universidade Estadual de Roraima - UERR - https://www.uerr.edu.br/

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências – PPGEC/UERR - https:// www.uerr.edu.br/ppgec/

Projeto Gráfico, Capa e diagramação

Jonas Pantoja Diniz - jonas.diniz@hotmail.com

Imagens e adaptação de ilustrações

freepik.com

SOBRE AS AUTORAS



Alcinda de Souza Muniz Teixeira

Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, da Universidade Estadual de Roraima – PPGE-C-UERR (2020), com pesquisa em Métodos pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências. Possui Licenciatura em Normal Superior (ISE/RR). Especialista em Gestão do Trabalho Pedagógico: Administração, Orientação e Supervisão - FAMA e Educação na Cultura Digital-UFRR. Atua como professora da rede estadual e da rede municipal de Roraima.



Solange Mussato

Professora licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS. É especialista em Educação Matemática, também pela UFMS. Possui mestrado e doutorado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil. Atua como coordenadora da matemática na Secretaria de Educação do Estado de Roraima e, como professora permanente no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima.

SUMÁRIO

01. Apresentação7
02. Objetivo Geral8
03. Geometria Espacial nos Anos Iniciais8
04. Organização das aulas10
Aulas 1 e 2 - Introdutória10
05. Sugestão da avaliação diagnóstica11
06. Software Geogebra14
07. Manual Básico do Geogebra15
Aulas 3 e 4 - Sólidos Geométricos22
08. O Que é Problema?23
09. Apresentação do Problema de Alice24
10. Aulas 5 e 6 – Poliedros e não Poliedros26
Aulas 7 e 8 - Pirâmides e Prismas28
Aulas 9 e 10 – Planificação dos Poliedros
Aulas 11 e 12 - Retomada do Problema de Alice
Aulas 13 e 14 - Revisional41
11. Considerações finais42
12. Referências



APRESENTAÇÃO

Caro professor (a),

O Produto Educacional (PE) aqui apresentado é uma Sequência Didática¹(SD) desenvolvida no percurso de uma pesquisa no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima (UERR), intitulada "O uso do GeoGebra na resolução de problemas de geometria espacial: uma experiência com alunos do 4° ano do Ensino Fundamental".

Essa pesquisa foi desenvolvida objetivando possibilitar um processo de ensino de Geometria Espacial por meio da resolução de problemas com auxílio de uma tecnologia digital (TD), o *software* GeoGebra. Assim investigamos o desenvolvimento da habilidade "Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais - (EF04MA17)", preconizada na BNCC (BRASIL, 2018, p. 290).

O PE "O GeoGebra no ensino de Geometria Espacial por meio da Resolução de Problemas", apresenta uma sequência de tarefas, com o uso dos recursos do software GeoGebra. São tarefas pensadas e sequenciadas para promover o ensino por meio da dinamicidade e interatividade proporcionada pelo uso de uma TD. Trata-se de uma SD desenvolvida especialmente para alunos do 4° ano do Ensino Fundamental e para professores que se propõem a buscar novas formas de ensinar por meio das TD, visto que os alunos são parte do mundo tecnológico. A escolha do *software* GeoGebra deu-se em função de propor dinamicidade e fácil manuseio, além de ser um *software* livre, gratuito e de fácil instalação. Seus recursos permitem, por exemplo, criar figuras geométricas bi e tridimensionais, além de mover, arrastar objetos dinamicamente, permite movimentação sob diversos ângulos e planifica objetos espaciais construídos.

Acreditamos que esse PE é um diferencial que pode vir a auxiliar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática e precisam de apoio para iniciar uma metodologia dinâmica que atenda as reais necessidades dos alunos desta geração. Faz-se necessário deixar de lado a tecnologia estática, onde os alunos encontram-se fadados e optar por uma tecnologia dinâmica, a qual já é parte do contex-to dos alunos.

Alcinda de Souza Muniz Teixeira

OBJETIVO GERAL

Possibilitar aos alunos do 4ª ano a resolução de problemas utilizando o software GeoGebra como aporte tecnológico a fim de potencializar o processo de ensino da Geometria Espacial.

GEOMETRIA ESPACIAL NOS ANOS INICIAIS

O ensino de Geometria nos anos iniciais está fundamentado nos documentos que regem a da Educação Básica. Como citam os PCN (BRASIL, 1998, p. 39), que destacam a importância desse ramo da matemática, que também serve de instrumento para outras áreas do conhecimento:

> O aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. [...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Entende-se, que a Geometria é uma aprendizagem necessária ao desenvolvimento do educando, pois, situações diversas de aprendizagens requerem percepções que são adquiridas no estudo da Geometria. Assim, Lorenzato (2006) destaca que a Geometria tem função essencial na formação dos indivíduos, pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão equilibrada da matemática.

Neste contexto, a BNCC (BRASIL 2018, p. 270 – grifo nosso), no ensino de Geometria nos anos iniciais, salienta que: **espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa**. Nesse ínterim é importante ressaltar que a criança deve ser incentivada a explorar o espaço em que vive, pois a efetiva aprendizagem acontece "pelas ações mentais que a criança realiza quando compara, distingue, separa e monta" (LORENZATO, 2006, p. 44). São essas habilidades que podem estimular sua percepção visual e permitir que ela se localize no espaço à sua volta.

Em consonância a isso, apresentamos o planejamento geral do Produto Educacional, e a seguir, o detalhamento da Sequência Didática desenvolvida.

PLANEJAMENTO GERAL DO PE				
Unidade Temática	Geometria Espacial			
Público alvo	4º ano do Ensino Fundamental			
Habilidade a ser desenvolvida	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as repre- sentações planas e espaciais. BRASIL (2019, p. 290)			
Quantidade de alunos	26			
Quantidade de aulas	14 aulas de 53 minutos			
Objetivo	Possibilitar aos alunos do 4ª ano a resolução de pro- blemas utilizando o <i>software</i> GeoGebra como aporte tecnológico a fim de potencializar o processo de ensino da Geometria Espacial.			
Avaliação	Contínua, por meio das tarefas que foram realizadas durante as aulas.			
Recursos	Data show, computadores com o GeoGebra instala- do e com acesso à internet.			

ORGANIZAÇÃO DAS AULAS



AULAS 1 E 2

INTRODUTÓRIA

OBJETIVOS:

- Apresentar a proposta da pesquisa;
- Aplicar a avaliação diagnóstica;
- Apresentar o software GeoGebra dando ênfase para alguns ícones que serão, efetivamente, utilizados;
- Service de la construction de la
- Construir figuras em 2D e transformá-las em 3D no *software* GeoGebra.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS:

- O primeiro momento será destinado para uma conversa informal, a fim de realizar uma breve explanação das aulas que integrarão o PE;
- Realizar a aplicação da Avaliação Diagnóstica, com o propósito de identificar quais conhecimentos os alunos possuem sobre o conteúdo relacionado à Geometria Espacial;
- Posteriormente, encaminhar os alunos ao Laboratório de Informática, para a apresentação da interface do software GeoGebra e dos ícones necessários para que os alunos possam interagir com o GeoGebra, utilizando alguns passos do Manual Básico do GeoGebra.
- Orientar os alunos na construção de algumas figuras geométricas planas, (por exemplo, quadrado, retângulos, triângulos, círculos) e transformação das mesmas em figuras 3D, por exemplo (cubo, pirâmide, paralelepípedo e esfera), a fim de introduzir o manuseio do *software* GeoGebra.

SUGESTÃO DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA



66 Prezado professor(a),

Avaliação diagnóstica aplicada teve o objetivo de averiguar os conhecimentos prévios que os alunos tinham acerca da Unidade Temática de Geometria Espacial. A mesma norteou os caminhos que foram percorridos, conforme a metodologia planejada para efetiva aplicação da SD. Conforme explica Luckesi (2005) aplicar um diagnóstico faz parte da rotina de professores interessados em saber como anda o conhecimento dos alunos acerca de um conteúdo específico. Ou seja, diagnosticar significa verificar e levantar os pontos fracos e fortes do aluno em determinada área de conhecimento, a "[...] avaliação como um juízo de qualidade sobre dados relevantes para uma tomada de decisões" (LUCKESI, 2005, p. 33).



Observe as figuras abaixo e escreva o nome das figuras que você conhece.



Para responder as perguntas abaixo, utilize os números das figuras, caso você não saiba o nome.

- a) Quais figuras que rolam e possuem faces curvas?_____
- b) Escreva o nome ou o número das figuras que têm faces planas?_____
- c) Essas figuras são planas ou em 3D?_____
- d) Como você chegou à conclusão de que são planas ou em 3D?_____

2) O desenho a seguir é formado por várias figuras tridimensionais². Marque com um X o nome das figuras que estão presentes nesse desenho:



- a) Esfera
- b) Cubo
- c) Pirâmide
- d) Triângulo
- e) Círculo

- f) Quadrado
- g) Cone
- h) Retângulo
- i) Paralelepípedo
- j) Cilindro

Observe as figuras abaixo:





SOFTWARE

GeoGebra

OGeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo, em 2001, juntamente com Yves Kreis da Universidade de Luxemburgo. O *software* GeoGebra é considerado uma ferramenta dinâmica e interativa para o ensino de Álgebra e Geometria. Os recursos tecnológicos disponíveis nesse *software* podem colaborar com o processo de ensino da Matemática. Segundo Moraes (2012), os recursos do GeoGebra podem possibilitar aos alunos desenvolver atividades que permitem a investigação, a interação e a testagem, facilitando assim o processo de construção do



HTTPS://WWW.RESEARCHGATE.NET/

conhecimento, visto que o aluno participa da elaboração da resolução interagindo assim com o *software*, sejam com atividades algébricas ou geométricas. Para Borba et al (2018, p. 50) "[...] ao longo dos anos, o GeoGebra foi consolidando seu status enquanto uma tecnologia inovadora na educação matemática".

O GeoGebra é um *software* disponível para download³ e escrito em linguagem Java⁴, o que permite estar em várias plataformas. Este *software* também pode ser utilizado em smartphones e tablets, sendo de fácil instalação. Ao trabalhar com o GeoGebra é importante verificar a versão que será utilizada, levando em consideração as atualizações realizadas constantemente e modificações nas suas ferramentas. Aqui, utilizamos a versão GeoGebra Clássico 6.0.462.0, por ser a mais atual, disponível em Português, e seus aplicativos são gratuitos e podem ser baixados para os sistemas iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook e Linux.

³ Disponível em: http://www.geogebra.org

MANUAL BÁSICO

GeaGebra

Nesse manual serão apresentados os ícones básicos necessários para a realização das tarefas referente ao PE, uma SD. É importante ressaltar que não se faz necessário aprender todo manual para aplicar essa sequência, pois os alunos no decorrer do desenvolvimento das tarefas, conseguem identificar e manusear os ícones necessários para as construções das figuras e após algumas tarefas adquirem essa habilidade naturalmente. Sugerimos aos professores que queiram aplicar esse PE, que se apropriem de manuais completos (sugestão⁵) e tutoriais (sugestão⁶) do GeoGebra disponíveis na internet e na plataforma do *software* GeoGebra.

A Figura 1, apresenta a interface inicial do GeoGebra para criação de figuras bidimensionais (2D), aqui apresentaremos os ícones referente a janela 2D.



FIGURA 1: INTERFACE DO GEOGEBRA 2D

⁵ Disponível em: https://www.academia.edu/people/search?utf8=%E2%9C%93&q=Curso+geogebra+basico+para+professores+de+series+iniciais. e http://livrozilla.com/doc/461532/manual-de-atividades-no-geogebra-para-a-educa%C3%A7%C3%A3o-b%C3%A1sica. Acesso em: 2 de abr. 2019.

⁶ https://static.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf. Acesso em: 2 de abr. 2019.

A interface inicial do GeoGebra, conforme sinalizado na Figura 1, apresenta: campo de entrada, janela de álgebra, janela gráfica e a barra de ferramentas. Abaixo, descrevermos as funcionalidades de cada um desses recursos, detalhando-os. No entanto, daremos ênfase à apenas aqueles que, efetivamente, serão utilizados nas tarefas da SD.

A **"Campo de Entrada"**, tem como finalidade e entrada de funções e comandos, onde os comandos estão descritos no "Menu de Ajuda sobre Funções Matemáticas".

A **"Janela de Álgebra"**, nela são apresentadas todas as entradas, sejam objetos ou funções matemáticas.

A **"Janela Gráfica"**, exibe um Plano cartesiano com uma malha quadriculada, onde são apresentadas as funções matemáticas, os objetos construídos ou inseridos.

A **"Barra de Ferramentas"** é constituída de 11 ícones iniciais, conforme exibimos na Figura 2.

Cada um dos 11 ícones da barra de ferramentas possui diversas funcionalidades, dos quais apresentaremos alguns.



Conforme ilustra a Figura 3, ao clicar no ícone da ferramenta "1", são possibilitadas opções de mover objetos.



FIGURA 3: FERRAMENTA MOVER

A ferramenta "Mover" possibilita selecionar, arrastar e manipular objetos, que nesta SD, será utilizada para demonstrar e movimentar as figuras construídas.

Ao clicar na ferramenta "2", representada pela figura 4, ela nos mostrará as seguintes abas de opções:



FIGURA 4: FERRAMENTA PONTO

Com a ferramenta "Ponto" podemos inserir um ponto, e se continuarmos, vários pontos podem ser inseridos na janela de visualização. Com a ferramenta "Ponto em Objeto" pode-se fixar um ponto numa determinada curva ou objeto, delimitando sua fronteira. Com a ferramenta "Vincular/ Desvincular Ponto", vincula ou desvincula um ponto de uma função ou objeto.

A ferramenta "Interseção de Dois Objetos" inclui um ponto na interseção entre os objetos. A ferramenta "Ponto Médio ou Centro" acrescenta um ponto médio entre dois pontos criados anteriormente ou pode-se acrescentá-los e automaticamente será gerado um ponto entre eles.

FONTE: SOFTWARE GEOGEBRA

A ferramenta "5" serve para a construção de diferentes tipos de polígonos, como mostra a Figura 5:



FIGURA 5: FERRAMENTA POLÍGONO

Com a ferramenta "Polígono" podemos desenhar um polígono de N lados, independentemente de serem de mesma medida ou não. A ferramenta "Polígono Regular" também cria um polígono, porém, com lados de mesma medida. A ferramenta "Polígono Rígido" possibilita criar um polígono cujos lados não podem ser redimensionados.

O ícone da ferramenta "10", ilustrado na Figura 6, possui algumas funcionalidades, como, inserir controle deslizante, texto, imagem, entre outros.

FIGURA 6: FERRAMENTA CONTROLE DESLIZANTE



Com a ferramenta "Controle Deslizante" podemos modificar um parâmetro, muito usado no estudo de funções. Com a ferramenta "Texto" podemos inserir um texto. Com a ferramenta "Inserir Imagem" podemos selecionar imagens do arquivo e/ou webcam Com a ferramenta "Botão" podemos criar um botão com uma legenda e um código a ser definido que deve ser digitado em uma segunda janela.

A ferramenta "Caixa para Exibir/ Esconder Objetos" nos permite exibir e esconder objetos que já foram inseridos na janela de visualização e, que deverão ser selecionados numa segunda janela e, ainda podemos escolher uma legenda para o que será escondido/exibido. E, com a ferramenta "Campo de Entrada" podemos criar uma legenda para um dado objeto.

FONTE: SOFTWARE GEOGEBRA

O ícone de ferramentas "11" contém ferramentas que auxiliam na parte visual da janela de exibição, a mesma é representada pela Figura 7.

FIGURA 7: FERRAMENTA AUXILIADORAS NA JANELA DE EXIBIÇÃO



Com a ferramenta "Mover Janela de visualização" podemos fazer como o nome da ferramenta sugere. Com as ferramentas "Ampliar" e "Reduzir" podemos aumentar e diminuir o zoom ao clicar num lugar da janela de visualização. Com a ferramenta "Exibir/ Esconder Objeto" podemos esconder/exibir cada objeto na janela de visualização.

Com a ferramenta "Exibir/ Esconder Rótulo" podemos esconder/exibir qualquer rótulo de objetos na janela de visualização. Com a ferramenta "Copiar Estilo Visual", podemos copiar o estilo de um objeto e aplicá-lo a outros objetos na janela de visualização e a ferramenta "Apagar" quando selecionada, pode apagar todos os objetos na janela de visualização um a um.

Apresentação da interface do GeoGebra em 3D, representada pela Figura 8.



FIGURA 8: INTERFACE GEOGEBRA 3D

A "Janela de Visualização" 3D é muito utilizada para visualização de figuras tridimensionais como cubo, esfera, pirâmide, cone, prisma, cilindro dentre outras. Ela, basicamente, apresenta os mesmos recursos que apresentamos na versão bidimensional (2D). A diferenciação mais significativa é em relação à "Barra de Ferramentas", que possui aplicações específicas para se trabalhar em 3D. Então, faremos a apresentação dos ícones dessa barra que serão utilizados no desenvolvimento de tarefas da SD.

A "Barra de Ferramentas" da Janela de Visualização 3D, ilustrada pela Figura 9, contém 14 ícones de ferramentas iniciais e outras 52 ferramentas minimizadas.



Aqui, também, daremos ênfase apenas aos recursos que serão, efetivamente, necessários na realização das tarefas da SD.

FIGURA 10: FERRAMENTA MOVER

A ferramenta "1" já foi apresentada na Barra de ferramenta inicial 2D, porém, na janela 3D apresenta-se apenas a ferramenta "Mover", onde podemos arrastar e selecionar objetos.

-ONTE: SOFTWARE GEOGEBRA



FIGURA 11: FERRAMENTA CONSTRUÇÃO DE POLIEDROS, CONES E CILINDROS



Com a ferramenta "Pirâmide" podemos criar uma pirâmide apenas desenhando um polígono, que será à base da pirâmide e, posteriormente selecionando um ponto de vértice. Com a ferramenta "Prisma" podemos criar um prisma apenas desenhando um polígono, que será à base do prisma e, posteriormente selecionando um ponto para a base oposta. Com a ferramenta "Fazer extrusão para Pirâmide ou Cone" podemos construir a partir de um polígono uma pirâmide reta e de um círculo um cone reto. Com a ferramenta "Extrusão para Prisma ou Cilindro" podemos construir a partir de um polígono um prisma reto e de um círculo um cilindro reto. Com a ferramenta "Cone" podemos construir um cone reto a partir do centro da base, do vértice e da escolha do raio da base.

Já com a ferramenta "Cilindro" podemos construir um cilindro reto a partir do centro da base, do centro da base oposta e da escolha do raio. A ferramenta "Tetraedro" quando selecionada, constrói um tetraedro a partir da seleção de dois pontos da base. A ferramenta "Cubo" quando selecionada, assim como o tetraedro, constrói um cubo a partir da seleção de dois pontos da base. E a ferramenta "Planificação" nos mostra a planificação a partir de um poliedro.

FIGURA 12: FERRAMENTA DE TEXTO



O ícone da ferramenta "13" representada pela Figura 12, contém a ferramenta "Texto", que serve para inserir um texto na janela de visualização.

FONTE: SOFTWARE GEOGEBRA

FIGURA 13: FERRAMENTA GIRAR/EXIBIR



A ferramenta "Girar janela de Visualização 3D" gira e arrasta a janela 3D. A ferramenta "Vista para a frente de" nos mostra a frente do objeto selecionado, ou seja, muda o ângulo de visão das figuras, possibilitando uma visualização ampla e completa da figura construída.

AULAS 3 e 4

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

OBJETIVOS:

- Apresentar o Problema de Alice;
- Suscitar discussões acerca do conteúdo de Geometria Espacial por meios de questões problematizadoras para identificar os conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo;
- Oescrever e relacionar os sólidos geométricos, com os objetos do cotidiano.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS:

- Apresentar o "Problema de Alice" por meio de leitura explicativa, fomentando o estudo das figuras geométricas espaciais por meio de SD.
- Formar um círculo com os alunos na sala de aula, e então, iniciar uma discussão sobre a Geometria Espacial relacionada com o cotidiano dos alunos utilizando as Questões Problematizadoras;

- Utilizar os Slides de Figuras Tridimensionais (3D) a fim de apresentar imagens espaciais. Também, utilizar material concreto como caixas, latas em tamanho variados para que os alunos manuseiem e visualizem, observando e identificando inicialmente as bases, faces, arestas e os vértices das embalagens. À medida que os alunos forem visualizando as figuras, solicitar que façam associação das imagens apresentadas com outras do seu dia a dia.
- Possibilitar que os alunos assistam um trecho do vídeo "Introdução I Formas Geométricas Espaciais 6° Ano EF Aula 1"², Esse vídeo aborda as formas geométricas espaciais e suas características e tem duração de 3min. 37s. O mesmo foi dividido em duas partes. A "Parte 1" ficou com 2min. e a "Parte 2" ficou com 1min. 37s. A "Parte 1", que trata sobre as figuras em 3D, será a utilizada inicialmente. Após assistirem a "Parte 1", solicitar aos alunos que preencham o quadro Características das Figuras em 3D, de forma a associar as figuras com suas características. Além disso, anotar (no diário de pesquisa) observações relativas às falas individual e/ou coletiva dos participantes.



O QUE É UM PROBLEMA?.

Para Onuchic (2004, p. 207) "problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem Matemática formal". Vila e Callejo (2006, p. 29) destacam que, "problema é uma situação que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la". Mas, uma reflexão sobre o processo de resolução e as relações para enfrentar uma situação nova. Ou seja, o problema tem que causar uma surpresa, uma indagação para pensar em novas estratégias de solução. Assim, Soares e Pinto (2001, p. 4), destacam que os problemas mais interessantes e atrativos para os alunos são aqueles que "estejam vinculados a fatos e acontecimentos do dia-a-dia."

⁷ Disponível em: https://youtu.be/OF4tRusOK7Q. Acesso em: 03 de abr. 2019.

Neste contexto Polya (2006, p. 5) destaca "o aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo". Explica ainda, que os problemas devem ser bem selecionados, ou seja, nem com facilidade, onde o aluno visualize a resolução imediata e nem com dificuldade, onde o aluno não consiga chegar ao resultado. O problema deve ser sutil e interessante para despertar interesse dos alunos, onde possam identificar as incógnitas desse problema e traçar estratégias para chegar a uma resolução. Contudo, Dante (2005, p. 43) indica que "estudar Matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis de ensino, é ensinar a arte de resolver problemas".



Aqui, o professor faz a leitura do Problema de Alice⁸, pois a apresentação deste problema é o ponto chave para o desenvolvimento das aulas da SD, deste PE. É o momento em que o aluno vai pensar em estratégias de como solucionar o problema por meio das tarefas apresentadas na SD desenvolvida.

Alice é uma menina do 4º Ano que faria 9 anos no mês seguinte. Ela queria saber quantas pessoas a mãe convidaria para a festa. Dona Joana, mãe de Alice, disse que as lembrancinhas do aniversário de Alice seriam preparadas em embalagens com formato geométrico, tendo a base quadrangular de 5 cm, altura de 4 cm, com faces triangulares. As lembrancinhas seriam acondicionadas em 2 prismas de bases retangulares, com 30 cm de comprimento, 20 cm de largura e 5 cm de altura. Todas as lembrancinhas ficariam com a base quadrangular voltada para baixo. Depois dessas informações, a mãe de Alice disse que o total de lembrancinhas seria a quantidade de pessoas convidadas para sua festa.

⁸ Problema adaptado da revista "Nova Escola". Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-au-la/360/investigando-piramides. Acesso em: 5 de abr. 2019.

Alice ficou intrigada para desvendar o problema. Mas como tinha dúvidas em relação a algumas informações do problema, pediu ajuda para a sua professora de matemática. A professora observou que poderia planejar uma SD a fim de que seus alunos desenvolvessem a habilidade de "Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais". Dessa forma, todos juntos poderiam encontrar uma solução para o Problema de Alice. Então, apresentou o problema de Alice aos colegas da sala e propôs à turma um estudo sobre "figuras geométricas espaciais".

QUESTÕES PROBLEMATIZADORAS 🛛 🖗

1. Em que lugares da nossa escola e do nosso bairro podemos observar construções ou objetos que lembrem figuras geométricas tridimensionais (3D)?

2. Como são os edifícios e/ou casas que vocês veem no caminho para a escola?

3. Essas formas lembram figuras geométricas tridimensionais e/ou não planas? Por quê?



FIGURA 14: SLIDES DE FIGURAS TRIDIMENSIONAIS (3D)



TABELA 1: CARACTERÍSTICAS DAS FIGURAS EM 3D

Características	Cubo	Pirâmide	Cilindro	Esfera	Paralelepípedo	
Faces curvas						
Pontas						OUISA
Faces retangulares						: A PES
Faces triangulares						FONTE
Bases circulares						
Faces quadradas						

AULAS 5 e 6 POLIEDROS E NÃO POLIEDROS

OBJETIVOS:

- Classificar as formas geométricas (pirâmide, cubo, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo) em poliedros e não poliedros;
- Construir e planificar figuras geométricas espaciais utilizando o *software* GeoGebra, a fim de identificar as características das figuras geométricas em relação as bases, faces, vértices e arestas.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS:

- Possibilitar que os alunos assistam a "Parte 2" do vídeo "Introdução I Formas Geométricas Espaciais 6º Ano – EF – Aula 1", pois esse trecho do vídeo apresenta a classificação das formas geométricas em poliedros e não poliedros. Ainda, realizar indagações como as apresentadas no arquivo Questionamentos, a fim de instigá-los a identificar as figuras. Registrar as respostas dos alunos, preferencialmente por meio de áudio, para captar o pensamento completo do aluno em relação ao conteúdo abordado;
- Posteriormente, solicitar aos alunos, em duplas, a construção de uma figura poliédrica (pirâmide, cubo ou paralelepípedo). Essas figuras deverão ser construídas com três cores diferentes, sendo uma para as bases, outra para as faces e uma terceira cor para as arestas. A planificação, em outra cor, será realizada com objetivo de potencializar o processo de ensino. Essas figuras devem ser gravadas no arquivo do computador do Laboratório de Informática, pois serão utilizadas nas tarefas das aulas 7 e 8.

QUESTIONAMENTOS 🖗

1. O que há em comum entre as figuras? Por exemplo, (no cubo, todas as faces são quadradas (um tipo especial de retângulo) e, no paralelepípedo, que não é cubo, todas as faces são retangulares (um tipo especial de quadrilátero).

2. Desse modo, também podemos classificar qualquer cubo como paralelepípedo, mas nem todo paralelepípedo pode ser classificado como cubo.

3. Dentre as figuras planas, observaram alguma figura que não possui as mesmas características? Sabem classificá-las? Sabem dizer o por que não são poliédricas?

OBJETIVOS:

- Identificar, as propriedades das pirâmides e/ou prismas, comparando-as e nomeando-as;
- Construir figuras não poliédricas e/ou faces curvas no software GeoGebra.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DAS AULAS):

- Convidar os alunos para assistir o vídeo "Cone Prisma Cilindro Pirâmide I Formas Geométricas Espaciais 6º Ano – EF- Aula 2"⁹, que tem duração total de 6min. 18s. Esse vídeo aborda as dimensões das figuras geométricas. O mesmo, também, foi dividido em duas partes. A "Parte 1" com duração de 3min. e 8s. e a "Parte 2" com duração de 3min. 10s. A "Parte 1", que trata sobre as dimensões das figuras em 3D destacando seus vértices, arestas, faces e bases. Os alunos também assistirão a "Parte 2" do vídeo "Cone Prisma Cilindro Pirâmide I Formas Geométricas Espaciais 6º Ano – EF- Aula 2", com o propósito de identificar as propriedades das pirâmides (com base: triangular, quadrangular, pentagonal etc.) e/ou prismas. Aqui, deixaremos alguns links para acesso a outros vídeos¹⁰ que podem enriquecer essa aula.
- Posteriormente, orientar os alunos para abrir seus arquivos no computador, acessar suas construções (pirâmide, prismas). Então, a partir da observação das características dessas figuras, solicitar que os alunos preencham o Quadro Pirâmides e Prisma de modo que possam identificar, comparar e nomear as partes das figuras que foram construídas. Em seguida, os alunos irão construir figuras não poliédricas (esfera, cilindro e cone), utilizando o software GeoGebra.

⁹ Disponível em: https://youtu.br/zgbeiPutdn8.

¹⁰ https://www.youtube.com/watch?v=QPjZ7ZJy2Xs e https://www.youtube.com/watch?v=l2bbS-C778Wc

TABELA 2: PIRÂMIDES E PRISMAS ¹	1
--	---

Nomeie as figuras identificando se são prismas						
Figuras	Nome	É prisma? (Sim ou não)	Justifique cada figura (destacando suas características)			
()				GI F IMAGEM		
				FONTE: GOO		

¹¹ Adaptado da revista "Nova Escola". Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-aula/360/ investigando-piramides.

AULAS 9 e 10

OBJETIVOS:

- Construir e planificar poliedros, a partir das descrições de suas propriedades, no *software* GeoGebra;
- Oefinir possíveis estratégias de resolução da tarefa;
- Representar por meio do GeoGebra um problema introdutório envolvendo figuras 3D.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DAS AULAS):

- Entregar para cada dupla de alunos os Desafios. Neles são apresentadas as descrições de três poliedros para que os alunos possam construir e planificar, pelo menos dois, utilizando o software GeoGebra. Os alunos serão observados durante a construção e planificação dos poliedros e, quando necessário, a professora pode fazer Questionamentos Norteadores, a fim de direcionar e/ou auxiliar os alunos no processo de construção. As falas devem ser gravadas em áudio para posterior análise;
- O problema Introdutório deve ser apresentado aos alunos para que leiam e se apropriem do problema, após o professor a fim eu os alunos conheçam o passo a passo para representação do problema, apresentará o tutorial necessário para esta representação. E, posteriormente os alunos utilizando o *software*, farão a representação do Problema Introdutório.

DESAFIO¹²



Sabrina, Léo e Beto descreveram as características de diferentes poliedros para os colegas da sala de aula os criem e os planifiquem. Vamos ler as descrições de cada um:



12 Questão adaptada da revista nova escola. Disponível em: https://novaescola.org.br/plano-de-au-la/1424/planificando-prismas. Acesso em: 6 de abr. 2019.

QUESTIONAMENTOS NORTEADORES

É possível que ocorram algumas dúvidas pois alguns alunos podem sentir dificuldades na construção de figuras apenas com as descrições dos poliedros. Então, o(a) professor(a) poderá fazer indagações com o objetivo de esclarecer e identificar as estratégias que os alunos adotaram para resolver o problema. Eis alguns exemplos de questionamentos/esclarecimentos que podem ser feitos:

1. Qual a principal característica na construção de um poliedro?

2. Para realizar essas construções e representações ficou faltando alguma informação?

PROBLEMA INTRODUTÓRIO

Quantas borrachas em formato de um paralelepípedo, medindo 2cm de comprimento, 2cm de largura e 1cm de altura, cabem dentro de um outro paralelepípedo ou bloco retangular cuja base mede 10cm de comprimento por 6cm de largura. Sabendo que a altura do paralelepípedo é 3cm, utilize o GeoGebra para fazer essa representação identificando o total de borrachas que cabem na base do bloco retangular.

TUTORIAL: PROBLEMA INTRODUTÓRIO

Para esse problema assim como para o problema de Alice, foi necessário passar um breve tutorial dos passos a serem percorridos para representar os problemas. A seguir descrevemos os passos demostrados por meio das figuras.

O PRIMEIRO PASSO

Abrir a janela 2D do software GeoGebra e ajustar o eixo, arrastando-o um pouco para baixo do lado esquerdo. Como mostra a figura 15.



FIGURA 15: JANELA 2D GEOGEBRA

O SEGUNDO PASSO

É construir um retângulo utilizando o quinto ícone da barra de ferramentas "Polígono". Como indica a figura 16 abaixo:



FIGURA 16: CONSTRUÇÃO DE UM RETÂNGULO

O TERCEIRO PASSO

E, transformar está construção do retângulo na janela 3D em uma figura paralelepípedo e/ou bloco retangular, utilizando o nono ícone da barra de ferramentas da janela 3D, ou seja, "extrusão para prisma ou cilindro". Figura 17.



FIGURA 17: JANELA 3D - PARALELEPÍPEDO E/OU BLOCO RETANGULAR

O QUARTO PASSO

É utilizar o ícone "Mover" baixar a parte superior do paralelepípedo e/ ou bloco retangular para iniciar as construções dos blocos menores. Isso é importante pois, caso esqueça de baixar a parte superior da figura fica difícil colorir e/ou alterar as construções no interior do bloco. Como demostrado na figura 18.



O QUINTO PASSO

É necessário retornar para janela 2D para realizar as construções das figuras menores dentro do bloco retangular, utilizando o ícone "Polígono". Figura 19.



FIGURA 19: CONSTRUÇÕES BLOCOS DENTRO DO RETÂNGULO MAIOR

O SEXTO PASSO

É realizado na janela 3D, utilizando o ícone "extrusão para prisma ou cilindro" colocando a altura indicada no problema para construir o bloco retangular. Demonstrado na figura 20.



FIGURA 20: BLOCO RETANGULAR

O SÉTIMO PASSO

Retornar à janela 2D, selecionar a construção realizada com o botão direito do mouse e arrastar para selecionar toda figura. Após clicar em cima da figura, onde aparecerá a janela de exibir rótulos, clicar em exibir rótulos e novamente clicar para desaparecer todos os rótulos. Assim a imagem ficará limpa para colorir e melhor visualização da construção. Como mostra a figuras 21.



FIGURA 21: SELECIONAR FIGURA

O OITAVO PASSO

Utilizar a coloração disponível para destacar a parte superior da caixa, objetivando melhor visualização da construção. Mostrado na figura 22.

FIGURA 22: COLORIR A PARTE SUPERIOR DO BLOCO



O NONO PASSO

Utilizar o ícone "Mover" para levantar a parte superior do bloco e concluir a representação do problema. Como mostra a figura 23.

🍌 🔈 🗘 🍲 📣 🧿 🍕 🔪 ABC 🗘 FONTE: A PESQUISA

FIGURA 23: REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA INTRODUTÓRIO

ATENÇÃO

Ressaltamos que a representação deste problema foi realizada apenas na base do bloco retangular, mas os alunos conseguiram solucioná-lo conforme a descrição do problema. Veja o exemplo abaixo:

A borracha mede 2cm de largura e 2cm de comprimento e 1cm de altura.

O bloco retangular mede 6 cm de largura por 10 de comprimento e 3 cm de altura.

Resolução: $10 \div 2 = 5 e 6 \div 2 = 3$, então: 5x3=15 e 15x3 = 45 borrachas.

OBJETIVOS:

- Adotar estratégias para resolver o problema de Alice;
- Representar o problema de Alice, utilizando o *software* GeoGebra, tendo como base o problema introdutório.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DAS AULAS):

- Retomar o Problema de Alice e iniciar uma conversa com os alunos apresentando, como por exemplo, os seguintes Questionamentos.
- Os alunos, em dupla, devem elaborar estratégias para resolver o problema por meio de representações geométricas no GeoGebra. Para isso, devem realizar a representação e visualização de uma possível solução do problema (colocando as pirâmides dentro da caixa e/ou prisma). Os alunos devem registrar o passo a passo do processo de resolução que eles realizarem. (Abaixo são apresentadas duas Possíveis Representações do Problema de Alice).

QUESTIONAMENTOS

- a) Qual é o formato da lembrancinha de Alice?
- b) Qual é o formato da figura para guardar as lembrancinhas?
- c) Construa no GeoGebra as figuras para representar e visualizar a resolução do problema (colocando as pirâmides dentro do prisma).
- d) Se o total das lembrancinhas corresponde a quantidade exata de convidados, quantas pessoas foram convidadas?

POSSÍVEIS REPRESENTAÇÕES DO PROBLEMA DE ALICE



FIGURA 24: REPRESENTAÇÃO 1 - PROBLEMA DE ALICE

AULAS 13 e 14

REVISACIONAL

OBJETIVOS:

- Revisar os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores, utilizando o software GeoGebra;
- Realizar a auto avaliação oralmente e/ou por escrito sobre as aulas dadas e a utilização do software GeoGebra.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DAS AULAS):

- Solicitar aos alunos a construção das figuras, no GeoGebra, de acordo com as instruções relacionadas a cada propriedade das figuras, apresentadas na Tarefa Revisional. Com essa tarefa será possível avaliar o processo de ensino desenvolvido durante as aulas de Geometria Espacial utilizando o *software* GeoGebra;
- Por meio de uma conversa informal e/ou elaborar por escrito perguntas como da sugestão da autoavaliação, pois é um momento para obter o feedback por meio dos alunos de como ocorreu todo processo da aplicação da SD. É um recurso que busca vislumbrar como o aluno envolveu-se nesse processo.



Caros alunos,

Utilizem os conhecimentos adquiridos no estudo sobre Geometria Espacial e as habilidades desenvolvidas no manuseio do *software* GeoGebra durante as aulas como: (construir, colorir, planificar e animar figuras). Observando as propriedades das figuras, escolham três e as construa, fazendo sua coloração, planificação e animação. Não esqueçam de nomear suas figuras.

a) Sou uma figura que possuo 3 faces laterais, 1 base, 4 vértices e 6 arestas.

b) Eu tenho 6 faces laterais, 2 bases, 12 vértices e 18 arestas.

c) Possuo 4 faces laterais, 1 base, 5 vértices e 8 arestas.

d) Tenho 5 faces laterais, 2 bases, 10 vértices e 15 arestas.

e) Sou composta de 5 faces triangulares, 1 base pentagonal, 6 vértices e 10 arestas.

SUGESTÃO DA AUTOAVALIAÇÃO

Perguntar aos alunos por meio de uma conversa informal e/ou elaborar por escrito as seguintes perguntas:

- 1. Foi relevante estudar matemática utilizando uma TD?
- 2. As aulas foram satisfatórias?
- 3. Qual foi a maior dificuldade para realizar as tarefas?
- 4. Do que mais gostaram em relação as tarefas?

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que esse Produto Educacional seja um diferencial para auxiliar professores do Ensino Fundamental, anos iniciais que ensinam matemática e precisam de incentivo e apoio para iniciar uma metodologia dinâmica que atenda as reais necessidades dos alunos no atual contexto das tecnologias. A utilização de *softwares* de matemática dinâmica, como o GeoGebra, auxilia o professor a inovar sua metodologia, possibilita dinamicidade ao ensino da Geometria quando permite que os alunos trabalharem com figuras geométricas em movimento, dando a eles melhor visualização do objeto criado, facilitando a compreensão das características e semelhanças que essas figuras possuem. As sequências de aulas do PE, possibilita que por meio de uma TD, como o *software* GeoGebra é possível promover aulas dinâmicas e aprazível para os alunos dos anos iniciais.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; SILVA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases da tecnologia digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum. mec.gov.br/a-base. Acesso em: 23 dez. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **PCN**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: https://www.cpt.com.br/pcn/pcn-parametros-curriculares-nacionais-documento-completo-atualizado-e-interativo. Acesso em 11 de dez. 2018.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2005.

LORENZATO, S. Educação infantil e percepção matemática. Campinas: Autores Associados, 2006.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: estudos e proposições** -17 ed.-São Paulo: Cortez, 2005.

MORAES, R. G. **Geometria dinâmica como alternativa metodológica para o ensino de geometria: experiência em um curso de Licenciatura em Matemática.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Vassouras, RJ: Universidade Severino Sombra, 2012.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática por meio da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). Educação Matemática - pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. In: 24ª Reunião ANPEd, Caxambu. Minas Gerais. Anais [...] Caxambu, 7 a 11 de out. 2001. Disponível em: http://24reuniao.anped.org.br/tp1.htm#gt19. (T1910748890963.doc). Acesso em: 14 jun. 2018.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar/** Antoni Zabala; tradução Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: Artmed, 1998. O Produto Educacional foi produzido no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima (PPGEC/UERR), na linha de pesquisa: Métodos pedagógicos e tecnologias digitais, com objetivo de incentivar professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, utilizarem as Tecnologias Digitais (TD) em suas aulas e tornálas mais dinâmicas e potencialmente significativas por meio das TD.

