ESTADO DE RORAIMA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPEI

PPGEC
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL

ROBERTA BORGES MONTEIRO

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E UMA PROPOSTA EDUCATIVA PARA AS ESTRUTURAS ADITIVAS

Boa Vista – RR
Ano 2019

ROBERTA BORGES MONTEIRO

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E UMA PROPOSTA EDUCATIVA PARA AS ESTRUTURAS ADITIVAS

Dissertação e o produto educacional apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.
Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

Orientador: Prof. Rossiter Ambrósio dos Santos

Boa Vista - RR
Ano 2019

Universidade Estadual de Roraima – UERR
Coordenação do Sistema de Bibliotecas
Multiteca Central
Rua Sete de Setembro, 231 Bloco – F Bairro Canarinho
CEP: 69.306-530 Boa Vista - RR
Telefone: (95) 2121.0945
E-mail: biblioteca@uerr.edu.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M775t Monteiro, Roberta Borges.
A teoria dos campos conceituais e uma proposta educativa para as estruturas aditivas. / Roberta Borges Monteiro. – Boa Vista (RR) : UERR, 2019.
60 f. : il. 30 cm.

Dissertação e o Produto Educacional apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima – UERR, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, tendo como linha de pesquisa: Métodos pedagógicos e tecnologias digitais no ensino de ciências sob a orientação do Prof. Dr. Rossiter Ambrósio dos Santos.

Inclui Produto (Produto Educacional).
Inclui Apêndices.

1. Ensino de Matemática 2. Produto Educativo 3. Estruturas Aditivas I. Santos, Rossiter Ambrósio dos (orient.) II. Universidade Estadual de Roraima – UERR III. Título

UERR.Dis.Mes.Ens.Cie.2019.14 CDD – 372.7 (19. ed.)

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária
Sônia Raimunda de Freitas Gaspar – CRB 11/273 – RR

FOLHA DE APROVAÇÃO

ROBERTA BORGES MONTEIRO

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.
Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

Aprovado(a) em: 11/11/2019
Banca Examinadora

Prof. Dr. Rossiter Ambrósio dos Santos
Universidade Estadual de Roraima - UERR
Orientador

Profª. Drª. Solange Mussato
Universidade Estadual de Roraima- UERR
Membro Interno

Prof. Dr. José Ivanildo de Lima
Universidade Federal de Roraima - UFRR
Membro Externo

Profª. Drª. Ênia Maria Ferst
Universidade Estadual de Roraima - UERR
Membro Suplente

Boa Vista – RR
2019

Dedicatória

Á minha mãe ***Carmina*** *e ao meu pai* ***Raimundo****, minha base e meus verdadeiros amigos.*

Ao meu enamorado ***Eliton Carlos Rodrigues Monteiro****, meu refúgio e parceiro em todos os momentos.*

E a minha filha ***Evellyn Borges Monteiro****, por ser o motivo de minha busca por dias melhores. Te amo filhota!.*

Agradecimentos

A **Deus**, antes de tudo e de todos. Por estar comigo em todos os momentos de alegria e de angústia, por ter me fortalecido nessa caminhada e por me fazer sentir capaz. Obrigada Pai.

Aos meus pais **Raimundo e Carmina**, que apesar de não terem tido a valiosa oportunidade de estudar sempre reconheceram o grande valor da educação e sempre me apoiaram da forma mais humilde, acreditando sempre no meu potencial.

Ao meu esposo **Eliton** e filha **Evellyn**, pessoas mais do que necessárias para que eu pudesse continuar nessa trajetória. Nos diversos momentos de ausência me responderam com compreensão e carinho me alimentando de forças e entusiasmo. Obrigada meus amores.

As minhas irmãs, **Gerlande** e **Poliana**, que me incentivam me apoiando e demonstrando admiração pelo o que faço.

Ao meu orientador, Professor **Rossiter Ambrósio dos Santos**, pelos ensinamentos, compreensão e responsabilidade que sempre apresentou nas orientações realizadas para o desenvolvimento dessa pesquisa e pela amizade que nasceu e que se consolida cada dia mais. Simplesmente obrigada.

Aos professores **Solange Mussato,Vinícius Pazuch e José Ivanildo de Lima**, pela atenção e valiosas contribuições no momento da qualificação e defesa desse trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima por compartilharem conhecimentos e experiências durante as aulas e muito contribuíram para o meu desenvolvimento profissional.

Aos colegas do mestrado pelo companheirismo e pelas trocas de experiências e saberes que contribuíram para esta pesquisa.

A professora **Ivanise Rizzatti**, coordenadora do PPGEC.

A amiga **Suyanne,** pelo incentivo e parceria durante todo o período do curso e por compartilhar meus anseios nesse percurso.

A todos aqueles que em algum momento, fizeram parte desta conquista e de algum modo contribuíram para a realização deste trabalho, muito obrigada!

A educação e o ensino são as mais poderosas armas que podes usar para mudar o mundo.

Nelson Mandela

RESUMO

Essa dissertação apresenta uma pesquisa cujo objetivo é analisar as contribuições das convergências entre a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a proposição de um recurso pedagógico ou material do ensino capaz de promover maior aproveitamento no domínio das estruturas aditivas para estudantes de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A fundamentação teórica se aportou nas teorias dos Campos Conceituais, mais precisamente no que diz respeito ao Campo Conceitual Aditivo e na teoria dos Registros de Representação Semiótica, dando ênfase às representações utilizadas no Ensino da Matemática. Visto a necessidade de se produzir um material na perspectiva do mestrado profissional a pesquisa optou por uma abordagem qualitativa numa perspectiva da construção de um produto educativo baseado nas convergências entre as duas teorias aqui revisadas. Como resultado, apresentamos a proposta de uma sequência de ensino baseada na classificação que A Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas para estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática. Produto Educativo. Estruturas Aditivas.

ABSTRACT

This dissertation presents a research whose objective is to analyze the contributions of the convergences between the Conceptual Fields Theory and the Semiotic Representation Records Theory for the proposition of a pedagogical resource or teaching material capable of promoting greater use in the field of additive structures for students. mathematics in the early years of elementary school. The theoretical foundation was based on the theories of the Conceptual Fields, more precisely with regard to the Additive Conceptual Field and the theory of Semiotic Representation Records, emphasizing the representations used in Mathematics Teaching. Given the need to produce a material from the perspective of the professional master's degree, the research opted for a qualitative approach from the perspective of the construction of an educational product based on the convergences between the two theories reviewed here. As a result, we present the proposal of a teaching sequence based on the classification that The Conceptual Field Theory brings to the field of the Additive Structures Conceptual Field for students of the Early Years of Elementary School.

Keywords: Mathematics Teaching. Educational Product. Additive Structures.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

"Esforce-se para não ser um sucesso e sim para ser valioso".

Albert Einstein

Para situar a pesquisa de acordo com minha trajetória acadêmica e profissional, descrevo aqui um breve percurso que se inicia na minha primeira formação: sou Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Roraima - UERR (2006 – 2010) e Pedagogia pela Faculdade FACETEN(2010 – 2012); e atualmente sou aluna do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima – UERR.

Nos anos de 2011 a 2014 atuei como professora de Matemática na Rede Estadual de Ensino do Estado de Roraima, lecionando nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Hoje atuo como Professora de Educação Básica da Rede Municipal de Boa Vista-RR nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Vale registrar que a motivação para a realização dessa pesquisa decorre da minha primeira experiência na sala de aula como estagiária, durante a disciplina de Estágio (supervisionado) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Roraima – UERR.

Desde o período de observação no estágio verifiquei de modo evidente nas manifestações dos estudantes em sala de aula, que a matemática realmente é vista pelos estudantes, como a grande vilã da escola.

As principais queixas dos estudantes têm a ver com a complexidade da linguagem utilizada na transmissão dos conteúdos. De acordo com os estudantes, o formalismo da linguagem matemática é o primeiro complicador que impede a realização das atividades individuais dos estudantes, visto que sentem enorme limitação na compreensão dos exercícios, fato que os impedem de obter sucesso nas avaliações bimestrais.

Foi exatamente a partir desse fato, que surgiu o interesse pelo estudo do tema por meio dessa pesquisa cujo objetivo é analisar as contribuições das convergências entre a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a proposição de um recurso pedagógico ou material do ensino capaz de promover maior aproveitamento no domínio das estruturas aditivas para estudantes de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A pesquisa aqui apresentada está engajada na linha: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências – PPGEEC da Universidade Estadual de Roraima. O trabalho investigativo parte da premissa de que uma vez assegurado as considerações às limitações cognitivas dos estudantes, a ampla compreensão da natureza e das estruturas dos conteúdos é condição para que o professor possa apresentá-los de forma favorável aos estudantes.

Direcionando essa premissa para o contexto da rede municipal de educação no município de Boa Vista - RR, verifica-se uma problemática que confronta essa realidade. Tal problemática implica considerar que boa parte dos professores que ensinam matemática nos Anos Inicias do Ensino Fundamental são pedagogos, ou seja, não são Licenciados em Matemática como garantia de domínio dos campos conceituais que compõem o saber matemático conforme preconizado por Vergnaud (1993).

Por outro lado, essa problemática se agrava posto que até a pouco tempo, antes do lançamento da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), a matriz curricular, bem como o processo de ensino e aprendizagem era organizado e efetivado com a utilização de material pré-elaborado pela SMEC (Secretaria Municipal de Educação de Boa Vista). Mais recentemente, a partir do lançamento da BNCC, os professores da Rede Municipal de Educação em Boa Vista, convencionam utilizar listas de “problemas” com base nos descritores apresentados nos PCN.

A utilização de descritores, parece facilitar significativa a delimitação dos conteúdos a serem ensinados na escola, ou seja, o uso de descritores torna possível condensar um em um único problema ou em uma pequena lista de problemas, um conjunto de conteúdo a ser ensinados em um determinado ano. Dessa forma, o trabalho pedagógico dos professores parece ficar bem simplificado, porém de acordo com Ausubel (1963), esta proposta parece não ser muito promissora, pois compactar os conteúdos em descritores e posteriormente transformá-los em situações problemas consiste em uma visão reducionista das complexidades dos conteúdos que parece ingênua, absurda ou perversa diante das limitações dos estudantes.

Diante desta problemática, este trabalho se posiciona em favor de uma organização dos conteúdos por conceitos ou campos de conceitos de modo indutivo, considerando as limitações dos estudantes, baseando-se nos pressupostos de Ausubel (1963) e Vergnaud (1993). Nesta perspectiva, o objetivo geral deste trabalho é contribuir para um ensino de matemática que se efetiva por uma ampla compreensão dos aspectos e da estrutura do saber matemático ensinados no Ensino Fundamental.

Para alcançar este objetivo, a pesquisa fundamenta-se nas Teorias dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993) que promove uma ampla compreensão sobre a natureza e a estrutura do campo de conhecimento da matemática e ajuda esclarecer de maneira clara as principais razões das dificuldades dos estudantes de matemática na escola.

Considerando a histórica reclamação dos estudantes com relação às dificuldades no fazer das atividades individuais, e sendo sabido que essas limitações estão diretamente relacionadas com o entendimento da linguagem matemática formal que dificulta a compreensão dos conceitos presentes nos conteúdos matemáticos ensinados na escola, a pesquisa realiza uma releitura da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond (Duval, 2009), para estabelecer instrumentos e fundamentos necessários para a apresentação de um produto educacional capaz de auxiliar estudantes de matemática, especificamente nosAnos Iniciais Ensino Fundamental.

De modo decorrente, o problema da pesquisa se estabeleceu conforme uma única questão: De que forma é possível favorecer um melhor rendimento escolar dos estudantes nos estruturas aditivas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

A abordagem qualitativa do estudo aqui proposto tem como objetivo entender o processo de aprendizagem e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no Campo das Estruturas Aditivas a luz das convergências das teorias de Vergnaud (1993) e Duval (2009). Dessa forma, busquei observar e entender os erros mais comuns cometidos pelos estudantes ao resolver situações-problema aditivas, a ligação desses erros com as categorias de situações, bem como foi possível realizar uma análise dos esquemas de ação e suas representações utilizadas pelos estudantes na resolução das situações – problema que compõem os estudos de

Magina et al. (2001), Magina e Campos (2004) e Santana (2010) que fazem parte do referencial teórico desta pesquisa.

O uso das duas teorias mencionadas anteriormente partiu da hipótese de que a resolução de problemas pode auxiliar os estudantes a desenvolver competências e habilidades esperadas para o ensino de matemática na escola, desde que exista um roteiro de ação mediadora que valorize a sistematização do trabalho cognitivo dos estudantes, sem reduções e sem simplificações conceituais, conforme preconizado na teoria dos campos conceituais de Vergnaud. Além disso, é preciso familiarizar os estudantes com signos, linguagem e representações conceituais impregnados nos objetos de ensino da matemática na escola, conforme apresentado na Teoria dos Registros das Representações Semióticas de Duval.

Para uma leitura fluente, o texto está dividido em 3 capítulos. No capítulo 1, traremos a nossa fundamentação teórica que está dividida em duas principais subseções: uma dedicada a Gerard Vergnaud e outra a Raymond Duval. No capítulo 2, trata-se da metodologia utilizada na pesquisa. O capítulo 3 apresenta como resultado da pesquisa o produto educacional. As considerações finais, referências bibliográficas e apêndices vêem dispostas no final da dissertação.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta pesquisa está fundamentada em dois autores principais: Gerard Vergnaud que apresenta a Teoria dos Campos Conceituais e, Raymond Duval que defendeu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica que foi relida neste trabalho por meio da obra *Semiósis e Pensamentos Humanos*: *Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*, (2009), traduzida por Lênio Fernanes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Esses dois autores revisitados se ocupam com objetos distintos, porém com fins cognitivamente relacionados, ou seja, Vergnaud se dedicou ao estudo da natureza do saber matemático envolvendo o aspecto do conceito matemático enquanto que Duval se interessa pelos aspectos semióticos impregnados na linguagem dos objetos e conceitos matemáticos. Ambos desenvolveram trabalhos que contêm linguagens e simbologias distintas, mas que convergem com a preocupação com a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática na escola.

Vergnaud, por ser um educador matemático, tenta mostrar por meio do que chama de campo conceitual, que o saber matemático se constitui em conceitos e/ou campos de conceitos que determinam um grau de complexidade que exige uma abordagem indutiva dos conceitos e que não aceita saltos ou reducionismos irrelevantes.

A Teoria dos Campos conceituais apresentada por Vergnaud tem auxiliado muitos professores e estudantes de matemática entender de forma profunda e reflexiva a origem das limitações que se apresentam durante o processo de ensino e estudo da matemática. O entendimento desta teoria propicia a apresentação de novos métodos e abordagens de ensino mais eficientes e promissores.

Com relação à Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, apresenta contribuições relevantes para a Educação Matemática, ao apresentar esclarecimentos sobre as formas e condições dos estudantes para aquisição e retenção dos conceitos matemáticos, ao enfrentar um problema ou ao realizar uma tarefa.

As duas teorias utilizadas nesta pesquisa se mostram complementares, são ambas respaldo teórico para o nosso estudo que visa trabalhar o processo de ensino-aprendizagem de matemática a partir de um material pedagógico relevante para a aprendizagem de conceitos.

A partir da análise, observaremos se a sistematização da linguagem de um conceito matemático presente nos descritores para o ensino de matemática para o 5° ano do Ensino Fundamental, torna o ensino de matemática mais satisfatório e significativo.

Para verificar isso, antes precisamos compreender a natureza e a composição estrutural do saber matemático ensinado no 5° ano do Ensino Fundamental, a partir das ideias de Vergnaud. E, para auxiliar os estudantes na aquisição e retenção de tais conceitos, recorremos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond. Duval.

1.1CAMPOS CONCEITUAIS: UM POUCO SOBRE O AUTOR

Gérard Vergnaud, psicólogo francês, hoje, com mais de 78 anos de idade, professor emérito foi diretor do Centro Nacional de Pesquisas Científicas (CNRS) em Paris, e teve Jean Piaget como orientador de sua Tese de Doutorado, que traz o título "A Resposta Instrumental como Resolução de Problemas. Pura Teoria". Desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais cujos fundamentos teóricos foram influenciados pelos estudos de Piaget e Vygotsky.

Vergnaud (1996) reconhece a importância da teoria de Piaget, destacando as idéias de adaptação, desequilibração e reequilibração como pedras angulares para a investigação em didática das Ciências e da Matemática.

Vergnaud reconhece igualmente que sua teoria dos campos conceituais foi desenvolvida também a partir do legado de Vygotsky. Isso se percebe, por exemplo, na importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos. "Para o professor, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal" (Vergnaud,1998, p. 181).

Para Vergnaud, o campo conceitual é definido como sendo"[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamentos conectados uns aos outros e provavelmente entrelaçados no processo de aquisição” (Vergnaud,1990, p.133).

Vergnaud intui que Piaget não trabalhou em contextos escolares e, talvez por essa razão, reduz seu estudo às estruturas lógicas gerais, independentes do conteúdo do conhecimento, quando se refere ao tema “complexidade lógica geral”. Portanto, Vergnaud retoma os princípios de Piaget, porém adota como referência ao conteúdo do conhecimento para elaborar a Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

1.2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS - TCC

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real voltada para a compreensão de como os alunos constroem os conhecimentos matemáticos que visa oferecer um referencial ao estudo de desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas.

Em sua teoria Vergnaud amplia e redireciona o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação".

Além disso, diferentemente de Piaget, toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento dedicando seu trabalho a tentar entender os mecanismos que levam ao aprendizado da matemática e como deixá-la mais atrativa aos estudantes.

Vergnaud diz que “Para o professor, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal” (Vergnaud, 1998, p. 181).

Dessa forma, além da herança piagetiana, Vergnaud também reconhece o legado de Vigotsky, uma vez que para o aluno dominar um campo conceitual seja necessário observar questões como a interação social, a linguagem e a simbolização.

A teoria dos campos conceituais (TCC) é uma teoria cognitivista centrado no objeto do conhecimento e visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas relevando das ciências e das técnicas (Vergnaud, 1990).

Para estruturar a TCC, Vergnaud apresenta alguns princípios que são base de seus estudos, tais como: campo conceitual, conceito situação e esquema.

Conforme Vergnaud, **Campo Conceitual** é, ao mesmo tempo, um conjunto de **situações** e um conjunto de **conceitos**. O conjunto de situações cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, consequentemente, o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

Vergnaud considera duas ideias principais: 1) **Variedade** – existe uma grande variedade de situações em um campo conceitual dado, e as variáveis de situação constituem um meio para gerar, de modo sistemático, o conjunto de classes de situações, 2) **História** – os conhecimentos dos alunos são elaborados pelas situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas primeiras situações em que esses conhecimentos foram constituídos.

Em contrapartida, Vergnaud estabelece que seja possível distinguir dois “tipos” de situações, isto é: 1) O sujeito dispõe de competências necessárias ao tratamento imediato da situação (conduta automatizada, esquema único), 2) O sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão, de exploração e de hesitação que o levará talvez ao êxito (uso sucessivo de vários esquemas que podem entrar em competição).

A operacionalidade de um conceito deve ser testada através de situações variadas e o pesquisador deve analisar uma grande variedade de condutas e esquemas para compreender em que consiste do ponto de vista cognitivo, um determinado conceito.

Uma “aproximação” psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos conduz a considerar um conceito como um conjunto de invariantes que podem ser usados na ação. Entretanto, a ação operatória não é de modo algum a conceitualização do real. Não há debate de verdade ou de falsidade de um enunciado totalmente implícito, não se identifica os aspectos do real aos quais é preciso prestar atenção sem ajuda de palavras, enunciados, símbolos e signos. Assim sendo, o uso de significantes explícitos é indispensável à conceitualização.

1.2.1Conceito

Vergnaud toma como premissa que o “conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem” (Vergnaud, 1982, p. 40). Para Vergnaud (1982) o campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados e entrelaçados uns aos outros durante o processo de aquisição.

Na perspectiva da TCC, a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos simbolizados por Vergnaud pela sigla (S I R). Nesta terna de conjuntos: A letra “S” representa um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; A letra “I” indica um conjunto de invariantes que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e a letra “R”, é usada para representar um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Vale destacar que tal relação de significados envolve uma mobilização, um conjunto das **formas de linguagem** que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento. Consequentemente apresenta-se a seguinte compreensão do conceito, C = (S, I, L), onde:

S: conjunto de **situações** que dão sentido ao conceito (a referência);

I: conjunto de **invariantes** sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado);

L: conjunto das **formas de linguagem** que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

Nesta disposição, Vergnaud acrescenta ainda, que é a análise das tarefas matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado com essas tarefas, que nos permitem analisar sua competência. Ou seja: Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças e formas, etc.

Em relação à linguagem, essa por sua vez, pode ser avaliada por três aspectos: (a) análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular.

Com relação aos acertos, propomos que o professor busque entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa. Quanto aos erros, a necessidade de analisá-los é ainda mais evidente, pois somente esta análise permitirá que o professor conheça as dificuldades enfrentadas por seus alunos e os meios para remediar a situação.

Desta forma, Vergnaud (1993) admite que ensinar pressupõe um claro entendimento das atuais competências e concepções do aluno, de suas competências quando ele era mais jovem e das competências que ele precisará ter quando for mais velho. Esta é uma conseqüência direta da Teoria dos Campos Conceituais - herança do passado e preparação para o futuro.

1.2.2 Função da Linguagem, da Comunicação e do Esquema na TCC

Conforme Vergnaud, a linguagem tem função determinante nas tarefas de estudo da matemática. Auxilia na designação e, portanto, a identificação dos invariantes (objetos, propriedades, relações, teoremas). Além disso, a linguagem favorece o raciocínio lógico e a inferência, ajudando na antecipação dos efeitos e dos objetivos, condicionando o planejamento e o controle da ação. A comunicação por sua vez, tem função condicionante na representação, ajudando na elaboração do pensamento e na organização da ação. Bem como na organização invariante da atividade para uma classe de situações dadas.

Com relação aos esquemas, este significante tem função de sustentáculo para as competências. Os esquemas são organizadores da conduta durante uma tarefa ou atividade individual. Quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para certa situação, a experiência o conduz a mudar de esquema ou a modificar o esquema.

Neste ponto, Vergnaud (1993) se reporta a Piaget para o qual, os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, relacionando ações mentais, do tipo assimilação e acomodação.

É possível representar, por exemplo, o esquema da enumeração: - Se uma criança quer contar o número de pessoas em uma sala (objetos e uma mesa) ela realizará: 1) uma coordenação dos movimentos dos olhos e dos gestos do dedo e da mão com relação à posição dos objetos; 2) um enunciado coordenado da seqüência numérica; 3) uma cardinalização do conjunto contado com repetição ou com entonação mais forte do último número pronunciado.

Verifica-se então, que o esquema é composto de regras em ação, antecipações, inferências e os invariantes operatórios, pois eles geram uma sequência de ações visando atingir certo objetivo.

Conforme a TCC, um esquema atua sempre sobre uma conceitualização implícita. Por exemplo, para efetuar uma adição fazemos as somas dos números das colunas, começamos pelas unidades, depois as dezenas... se a soma é superior a 10, “vai um”, etc. Todas estas regras são utilizadas pelas crianças, mas não são explicitadas.

É em termos de esquema que se deve analisar a escolha das boas operações e dos bons dados para resolver um problema para o qual existam várias possibilidades de escolha.

Com relação aos Invariantes operatórios – Vergnaud (1993) refere-se aos conceitos em ação e teoremas em ação (são os conhecimentos contidos nos esquemas). Nesse sentido, verifica-se que o funcionamento cognitivo do sujeito ou de um grupo de sujeitos em situação repousa sobre o repertório de esquemas disponíveis, anteriormente formados, de cada um dos sujeitos considerados individualmente. Ao mesmo tempo em que cada um dos sujeitos descobre novos aspectos, e eventualmente novos esquemas, em situação.

De modo reflexivo, é possível afirmar que o esquema representa a totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações específicas, é, portanto, um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática.

Uma vez compreendido a função do esquema, compreende-se que o esquema ocorre a partir e por meio dos **Invariantes Operatórios** (conceitos em ação e teoremas em ação), podendo essa ação do sujeito ser, a **Antecipação** do objetivo a atingir, ou de efeitos a esperar.

A primeira visão importante de Vergnaud (1990, 1998) sobre a Educação Matemática é que esta tem lugar dentro de certa sociedade, instituição e numa certa sala de aula, e que apresenta diferentes objetivos, tais como a educação de Matemática e a educação de cidadãos de classes sociais hierarquicamente diferentes.

Essas questões sociais não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas elas têm fortes implicações na maneira como os professores concebem o ensino da Matemática e a própria Matemática.

As representações matemáticas dos estudantes diferem das de seus professores, bem como as representações entre os professores variam bastante, de acordo com suas visões da Matemática e da sociedade.

As competências e concepções dos estudantes vão se desenvolvendo ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Em geral, quando defrontados com uma nova situação eles usam o conhecimento desenvolvido através de experiência em situações anteriores, e tentam adaptá-lo a esta nova situação.

Portanto, a aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características locais. O conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os estudantes podem usá-lo na sua ação, escolhendo operações adequadas, sem, contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação.

Vergnaud (1994) é enfático ao afirmar que é função do professor identificar quais conhecimentos seus alunos tem explicitamente e quais os que eles usam corretamente, mas não os desenvolveu a ponto de serem explícitos. Esse é um cenário complexo de ser montado.

A complexidade vem principalmente do fato de que os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações e que cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de um único conceito, mas, ao contrário, ela requer vários deles.

Por outro lado, a complexidade desse cenário também acontece devido ao desenvolvimento em longo prazo dos procedimentos e conceitos matemáticos. Por exemplo, os estudantes levam muito tempo para dominar as estruturas aditivas. Alguns aspectos da adição e subtração já são apreendidos por crianças de 04 anos, mas há classes de problemas que, embora requeiram apenas uma adição de números inteiros, são resolvidas com pouco sucesso pela maioria dos alunos de 15 anos.

Quando Vergnaud (1994) propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, ele está afirmando numa situação problema qualquer, nunca um conceito aparece isolado.

Se pensarmos em uma situação aditiva extremamente simples, como por exemplo: “ANA TINHA 5 BLUSAS E NO SEU ANIVERSÁRIO SUA AVÓ LHE DEU 2 BLUSAS. QUANTAS BLUSAS ANA TEM AGORA?” podemos identificar vários conceitos aqui envolvidos, os quais a criança precisa ter adquirido para resolver com sucesso o problema, são eles: adição, temporalidade (tinha = passado, tem agora = presente), contagem (depois do 5 vem o 6, depois o 7).

Portanto, se tivéssemos trabalhado com números maiores – acima de 15 ou 20 – seria preciso que a criança tivesse o entendimento do sistema decimal (os numerais são 10 – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – e a partir de suas combinações obteremos infinitos números).

1.3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, CONTRIBUIÇÕES PRIMEIRAS

De um modo geral, a compreensão da Teoria dos Campos Conceituais é importante para os profissionais ligados à educação e preocupados com os processos de ensino e de aprendizagem, pois visa fornecer princípios e um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, tal como o processo de conceitualização (VERGNAUD, 1996).

Em seus estudos, Vergnaud (1996) afirma que, no decorrer do tempo, por meio de uma variedade de situações, os conceitos matemáticos são delineados tanto no âmbito escolar quanto fora dele. Por esta razão, geralmente, cada situação não pode ser analisada a partir de apenas um conceito.

Por mais elementar que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito e, um conceito não pode ter significado a partir de uma única situação. Desse modo, a formação do conhecimento acontece a partir de um conjunto de situações e conceitos, os quais Vergnaud (1996) denomina de campos conceituais.

Vale relembrar que, segundo Vergnaud (1996), campo conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

Conforme esse teórico, em cada campo conceitual existe uma variedade de situações, de modo que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio pelo estudante demanda um longo período de tempo, por meio de sua experiência, maturidade e aprendizagem.

A sugestão de estudar um campo conceitual ao invés de um conceito justifica-se pelo fato de que em qualquer situação-problema nunca um conceito aparece isolado. Ademais, boa parte do conhecimento dos estudantes emerge das primeiras situações que eles conseguem dar conta ou das experiências vivenciadas durante as tentativas em modificá-las.

Quando os estudantes se defrontam com uma nova situação, eles usam o conhecimento adquirido a partir de experiências em situações anteriores e tentam adaptá-las à nova situação. Há uma relação de reciprocidade entre conceito e situação, ou seja, um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos.

Ainda, conforme Vergnaud (1996), um conceito adquire sentido para os estudantes quando é abordado em situações-problema com crescente complexidade. São as situações que dão sentido aos conceitos, entretanto, é necessário que o estudante as perceba como situações-problema. Da mesma forma, o professor precisa ter clareza dos conceitos que ele deseja que o aluno construa ao elaborar situações-problema.

Assim como Vergnaud (1996), outros pesquisadores defendem a ideia de campo conceitual na aquisição do conhecimento. Campos et. al.(2007), afirmam que a vantagem em trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais consiste na possibilidade que ela oferece em encontrar elementos que contribuem na análise das dificuldades dos alunos, além de constituir uma ferramenta poderosa para a formulação de situações-problema.

Moreira (2002) destaca o benefício em utilizar a Teoria dos Campos Conceituais no planejamento e na análise de situações de ensino, considerando que é uma teoria que se envolve com o desenvolvimento cognitivo e com a aprendizagem, a partir dos próprios conteúdos dos conhecimentos e da análise conceitual do seu domínio.

1.3.1 O Campo Conceitual Aditivo

Os dados do Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, 2001), revelaram um baixo desempenho dos alunos diante de situações-problema envolvendo as quatro operações básicas. O exemplo abaixo (retirado da última prova do Saeb 2001) ilustra bem a dificuldade que alunos da 4ª série do ensino fundamental ainda encontram ao resolver problemas envolvendo a estrutura aditiva:

Figura 01: Questão da prova do Saeb. 2001

Carol fez compras em uma loja, gastou R$ 46,00. Se Carol recebeu R$ 5,00 de troco, que quantia ela deu para pagar as compras?

(A) R$ 41,00 (C) R$ 51,00

(B) R$ 46,00 (D) R$ 56,00

Percentual de Respostas às Alternativas				
A	B	C	D	Em branco e nulas
32	11	43	7	7

Fonte: Relatório Saeb – Matemática , 2001, p. 28.

O problema acima se refere a uma transformação aditiva, no qual foram dados a transformação e o estado final, sendo perguntado o valor do estado inicial. Os resultados apontam que menos da metade (43%) dos alunos têm sucesso nesse tipo de problema. O exemplo ainda nos apresenta um dado alarmante, em que 32% (alternativa A) dos alunos não conseguiram identificar a operação correta, subtraindo os valores ao invés de adicioná-los. O relatório do Saeb interpreta tal resultado explicando que os alunos estão “acostumados a lidar com problemas estereotipados, que envolvem, quase sempre, o total de gastos, o valor pago e o troco, numa ordem preestabelecida por uma lógica mais escolar do que real” (BRASIL, 2001, p. 29).

Os resultados de pesquisas de Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001) apontam que a dificuldade na resolução de problemas com as quatro operações não está diretamente relacionada à operação requisitada. Além disso, os trabalhos desenvolvidos por Vergnaud (1990, 1994) nos dizem que a maior ou menor dificuldade na resolução de problemas aditivos está principalmente relacionada ao nível da cognição do aluno, o que, na maioria das vezes, não se dá de forma espontânea e independe de seu nível de escolaridade. É consenso entre esses pesquisadores que a construção de diferentes significados demanda tempo e ocorre pelo desenvolvimento de diferentes raciocínios.

Os conceitos de adição e subtração são abordados pelos professores em suas práticas pedagógicas desde as primeiras séries. Conforme a TCC (1990), a adição e a subtração compõem um mesmo campo conceitual e, por conta disso, não é pertinente tratar tais conceitos de forma isolada. Ou seja, é fundamental que o professor aborde esses conceitos concomitantemente.

Magina et.al. (2008) corroboram classificando os problemas aditivos, a partir de suas características, como problemas de composição, de transformação e de comparação.

A composição é uma classe na qual os problemas abrangem situações que relacionam o todo com as partes; nos problemas de transformação, as situações apresentadas relacionam o estado inicial com um estado final através de uma transformação; e na classe de comparação, os problemas apresentam situações em que há um referente, um referido e uma relação entre eles.

Essas situações envolvem conceitos, tais como, juntar, retirar, transformar e comparar, exigindo do aluno competências para resolver diversos tipos de situações com diferentes níveis de complexidade, mais do que simplesmente ter habilidade para resolver operações numéricas.

De acordo com Magina et all (2001), para ensinar o conceito de adição (e subtração) não basta, “[...] simplesmente, ficar repetindo problemas cujo raciocínio envolvido é o mesmo. É preciso ir além, preocupando-se com o desenvolvimento do conceito que estamos trabalhando com nossos alunos" (MAGINA at all, 2001, p. 12).

Ainda segundo Magina et all (2001, p.21) as situações aditivas envolvem diferentes conceitos que fazem parte dessas estruturas, entre os quais citamos:

• Conceito de medidas (por exemplo, a magnitude 11 é maior que 7, que é menor 4);

•Conceito de adição;

• Conceito de subtração;

•Conceito de transformação de tempo (por exemplo, "Maria possui agora...quanto tem a mais, quanto tem a menos?");

• Composição de quantidades.

O próprio Vergnaud (2009, p.202-206) coloca seis grandes categorias de relações aditivas:

- **Primeira categoria:** duas quantidades se compõem para resultar em uma terceira. **Exemplo:** Paulo tem 6 bolinhas de gude de vidro e 8 bolinhas de gude de metal. Ele tem ao todo 14 bolinhas. Equação correspondente: 6 + 8 = 14
- **Segunda categoria:** uma transformação opera sobre uma quantidade para resultar em outra quantidade.

Primeiro exemplo: - Paulo tinha 7 bolinhas de gude antes de jogar. Ganhou 4 bolinhas. Ele agora tem11. Equação correspondente: 7 + 4= 11

Segundo exemplo: - Paulo tem 7 bolinhas de gude antes de jogar. Perdeu 4 bolinhas. Ele tem agora 3. Equação correspondente: 7- 4 = 3

- **Terceira categoria:** uma relação liga duas quantidades.

Exemplo: Paulo tem 8 bolinhas de gude. Tiago tem 5 menos que Paulo. Então, Tiago tem 3. Equação correspondente: 8 - 5 = 3

Este exemplo corresponde a uma relação estática enquanto os dois precedentes correspondem a transformações.

- **Quarta categoria:** duas transformações se compõem par resultar em uma transformação.

Exemplo: Paulo ganhou ontem 6 bolinhas de gude e hoje perdeu 9 bolinhas. Em tudo, ele perdeu 3. Equação correspondente: (+ 6) +(- 9) = (-3) ou (9 – 6 = 3 para concluir que perdeu 3)

- **Quinta categoria:** na transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo.

Exemplo: Paulo devia 6 bolinhas de gude para Henrique. Ele devolveu 4. Agora, ele deve somente 2 bolinhas. Equação correspondente: (- 6) + (+ 4) = (- 2)

- **Sexta categoria:** dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

Primeiro exemplo: Paulo deve 6 bolinhas de gude a Henrique, mas Henrique lhe deve 4, Então Paulo deve somente 2 bolinhas de gude a Henrique. Equação correspondente: (- 6) + (+ 4) = (– 2)

Segundo exemplo: Paulo deve 6 bolinhas de gude a Henrique e 4 bolinhas a Antonio. Ao todo, ele deve 10 bolinhas. Equação correspondente: (-6) + (-4)= (- 10), (VERGNAUD, 2009).

Dessa exigência decorre que o professor, como mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, aborde em sala de aula diferentes situações das estruturas aditivas em variados contextos, de modo que os alunos possam mobilizar seus conhecimentos, analisando, comparando e verificando as possíveis estratégias de resolução de problema (OLIVEIRA, 2011).

1.4 SOBRE REYMOND DURVAL: BIOGRAFIA

Raymond Duval é licenciado em filosofia e psicologia. De 1970 a 1995 trabalhou no Instituto de Pesquisa sobre o Ensino da Matemática(IREM) de Strasbourg, na França e tem contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática.Foi professor da Universidade do Litoral da Costa do Opala onde também foi diretor do laboratório de Mudanças do Sistema Educacional.

Lecionou no Instituto Universitário para Formação de Mestres(IUM) onde dirigiu um seminário de pesquisa sobre a conversão das representações. Desenvolveu estudos em Psicologia Cognitiva no Instituto de pesquisa em Educação Matemática (IREM).

Durante dez anos (de 1970 a 1980), fez um trabalho importante, com François Pluvinage, de pesquisa sobre aquisições do conhecimento pelos estudantes. Os resultados foram publicados no Estudo da Educação Matemática (de 1973 a 1977) e no Jornal da Associação dos Professores de Matemática (A.P.M.E.P). Seus campos de pesquisa principais eram a compreensão dos textos, a diversidade das formas e das práticas do raciocínio, as dificuldades da compreensão das demonstrações, a interpretação dos gráficos, os problemas que relacionam visualização na geometria e todas as representações não-discursivas que utilizam amplamente gráficos para ensinar.

Em 1988 criou a Revista Anual de Didática e de Ciências do Conhecimento. Era membro do comitê científico nacional do IREM e é, atualmente, membro do comitê científico da pesquisa em Didática da Matemática. Ele ainda contribui escrevendo vários artigos sobre representações, problemas no ensino da matemática entre outros. Sua obra *Sémiosis et Penseé Humaine*: *Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels,* em português, *Sémiosis e pensamento humano*: *registros semióticos e aprendizagens intelectuais*, mostra a importância de sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica para pesquisas no âmbito da Didática da Matemática.

Na última década um grande número de pesquisas tem sido realizado no Brasil, utilizando esse referencial teórico. A tradução desta obra em língua portuguesa contém apenas a primeira parte da obra original, que é de suma importância para o meio acadêmico da Educação Matemática brasileira, que compartilha com essa teoria em seus estudos e pesquisas sobre aprendizagem Matemática.

1.5 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Desenvolvida por Raymond Duval, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) apresenta-se como um estudo de abordagem cognitiva que busca esclarecer como ocorre a apreensão dos conceitos matemáticos. A TRRS defende que a aprendizagem dos conceitos matemáticos está relacionada ao uso e à coordenação de diferentes registros de representações.

Duval (2003, 2009) parte do pressuposto de que o objeto de estudo da Matemática não é perceptível se não por meio de representações, pois, diferentes das outras ciências, os objetos matemáticos são ideias, conceitos, propriedades, estruturas e relações, ou seja, são abstrações.

Tendo em vista sua natureza abstrata, tal objeto, para ser percebido, necessita de representações, como: desenhos, gráficos, escrita numérica, língua materna, tabelas, figuras geométricas, linguagem algébrica, entre outros.

Desse modo, as representações semióticas possuem um papel fundamental ao desenvolvimento das atividades matemáticas. Estas são entendidas como produções constituídas pelo emprego de signos, utilizadas para expressar, objetivar e tratar as representações mentais, isto é, o conjunto de concepções de um indivíduo acerca de um objeto ou situação (DUVAL, 2003).

Para que um conceito matemático seja realmente compreendido é necessário que o sujeito desenvolva não somente na capacidade de representar ideias e conceitos em linguagem simbólica, mas principalmente sua capacidade de mobilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação semiótica coordenando-os de forma natural. (DUVAL, 2003).

Duval (2003, 2009) aponta três funções para os registros de representação semiótica, sendo elas: a comunicação, a objetivação e o tratamento. A função de *objetivação* consiste em o sujeito construir para si mesmo o conceito que deseja aprender. Em outras palavras, "[...] o aluno se utiliza de esboços através dos quais procura destacar os elementos e as relações ali presentes para somente assim partir efetivamente para a sua solução" (SOUSA, 2009, p.7).

A busca pela objetivação só se dar com o auxílio de algum tipo de representação. Ao objetivar, o aluno toma consciência e é capaz de explicar a ele mesmo. A função de *comunicação* permite que o sujeito externe sua representação mental, deixando claro ao interlocutor a sua percepção conceitual naquele momento. Ela pode ocorrer através de um desenho, expressão numérica, gráfico ou qualquer outro registro de representação.

Com relação a isso, Damm (2008, p.167) afirma que "[...] em matemática toda a comunicação se estabelece com base em representações". A função de *tratamento* consiste nas transformações que o sujeito é capaz de fazer dentro de um mesmo registro de representação, como, por exemplo, executar um cálculo numérico para se obter a resposta desejada. Esta última função também se caracteriza como uma atividade cognitiva da matemática.

Para além das funções, os registros de representação semiótica atendem a regras de formação e expansão, e envolvem três atividades cognitivas: 1) a **formação** (implica sempre uma seleção no conjunto de caracteres e determina ações que queremos representar); 2) o **tratamento** (transformação interna dentro de um mesmo registro) e, 3) a **conversão** (transformação externa que produz uma representação em outro registro diferente do inicial). Para Sousa (2009, p.11), essas três atividades cognitivas "[...] intervêm diretamente nas tarefas de produção e compreensão matemática".

As dificuldades no aprendizado dos conceitos matemáticos estão em se confundir a representação do objeto com o próprio objeto matemático. A atividade cognitiva requerida pela Matemática difere da requerida pelos demais domínios do conhecimento não nos conteúdos, e sim na importância primordial das representações semióticas e na grande variedade de representações semióticas que são utilizadas.

É nesse sentido que Duval (2003, p. 21) afirma que a compreensão em Matemática

> [...] implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto com sua representação. Ora, na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou instrumentalmente [...] O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas.

Nessa perspectiva, torna-se fundamental proporcionar aos estudantes situações em que transitem sem dificuldades entre os diferentes registros combatendo o que Duval chama de "enclausuramento" em um único registro. Isso promoverá a condição de os estudantes coordenarem e efetivarem a apreensão dos conhecimentos matemáticos.

Ensinar Matemática, portanto, impõe a criação, por parte do professor, de atividades que possibilitem a coordenação entre os registros, pois a diversidade de registros por si só não leva efetivamente à aprendizagem matemática. Para que esta ocorra, é preciso que o sujeito saiba articular diferentes registros de representação de um mesmo objeto.

1.6 CONVERGÊNCIAS ENTRE VERGNAUD E DUVAL

Após as apresentações dos pontos específicos das duas teorias estudadas nesta pesquisa, isto é; Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS), acreditamos ser pertinente elencarmos visões gerais sobre essas duas teorias e extrair convergências produtivas a partir da aproximação das mesmas.

Iniciando pela Teoria dos Campos Conceituais, vale lembrar que se trata de uma teoria cognitivista, que busca analisar o desenvolvimento e a aprendizagem de competências complexas dos estudantes para entender posteriormente as suas limitações no trabalho individual dos objetos de estudos nos campos da matemática.

É exatamente nesse sentido que esta teoria subsidia o professor de modo que ele possa compreender os processos e as práticas de ensino que possibilitem o desencadeamento dos processos de aprendizagem.

Como já foi dito a TCC tem sua gênese na Teoria Piagetiana. Portanto, apartir de algumas nuances dessa teoria Vergnaud retoma os princípios de Piaget, isolando como objeto de estudo o conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento. Nesse sentido, o autor entende como conhecimento “tanto o saber fazer como os saberes expressos” (VERGNAUD, 1996, p. 155).

No saber fazer estão envolvidas as competências e as habilidades e, nestas, podem ser observados e analisados os saberes expressos pelo estudante, quando defrontado com as situações e, a partir daí, pode-se analisar a sua aprendizagem.

Segundo Vergnaud (1988), quando confrontamos os estudantes com novas situações, eles buscam utilizar os conhecimentos adquiridos em suas experiências passadas, quando em situações mais simples e mais familiares, e tentam adaptá-las a essas novas.

É a partir desse ponto que, buscamos compreender e auxiliar os estudantes a superar as suas limitações ao se depararem com uma atividade matemática melhorando suas competências no (o saber fazer) em relação a determinados conceitos matemáticos (os saberes envolvidos).

É nesse momento que se torna necessário encontramos elementos para entender os seus conhecimentos matemáticos que conforme o autor da TCC, esse conhecimento se constitui em Campos Conceituais, e podem dar sentido uns aos outros.

Vergnaud (1996) considera imprescindível estudar distintos Campos Conceituais, se eles puderem ser consistentemente descritos, de forma que ele defende que é praticamente impossível estudar as coisas separadamente e, por isso mesmo, é preciso fazer recortes, ou seja, determinar o objeto de estudo e suas correlações.

Implica entender os Campos Conceituais como unidades de estudo frutíferas, capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização.

Para Vergnaud, um campo conceitual significa;

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982, p. 40, tradução nossa).

Para o autor, as ligações do conceito com seus elementos constituem o significado fundamental de um Campo Conceitual. Este entendimento sugere que no processo de ensino, o trabalho com o conceito precisa ser estruturado de forma que a prática de ensino contemple a variedade de situações que o envolvem em todos os seus aspectos.

Com relação à variedade de situações presente no contexto de um conceito de ensino, acreditamos que neste ponto haja uma conexão relevante entre a teoria dos Campos Conceituais e a teoria dos Registros de Representações Semióticas. Implica entender que essas duas teorias se completam, no sentido da compreensão sobre o processo de aquisição de um conceito baseado em suas variedades, entendidas assim com formas de representação dos mesmos.

Ou seja, a concepção de variedade de situações presente em cada conceito, dá sentido a Duval (2003, 2009) quando defende que o objeto de estudo da Matemática não é perceptível se não por meio de representações, pois os objetos matemáticos são ideias, conceitos, propriedades, estruturas e relações, ou seja, são puras abstrações que podem ser visualizadas e representadas por meio de gráficos, escrita numérica, língua materna, tabelas, figuras geométricas, linguagem algébrica, entre outros.

Além disso, esses pressupostos deixam evidente que as representações semióticas possuem um papel fundamental ao desenvolvimento das atividades matemáticas compreendidas como produções constituídas pelo emprego de signos, utilizadas para expressar, objetivar e tratar as representações mentais, isto é, o conjunto de concepções de um indivíduo acerca de um objeto ou situação (DUVAL, 2003).

De acordo com Duval (2003), para que um conceito matemático seja realmente compreendido é necessário que o sujeito desenvolva não somente na capacidade de representar ideias e conceitos em linguagem simbólica, mas principalmente sua capacidade de mobilizar simultaneamente ao menos dois registros de representação semiótica coordenando-os de forma natural.

Nessa perspectiva, Duval (2003) admite haver pelo menos três tipos distintos de registros que se correlacionam no processo de aquisição de um conceito matemático, isto é, são eles; a comunicação, a objetivação e o tratamento, conforme explicado na sessão anterior.

Com relação ao processo de ensino e aprendizagem de matemática, Damm (2008, p.167) compreende que "[...] toda a comunicação se estabelece com base em representações", de modo que a função de *tratamento* consiste nas transformações que o sujeito é capaz de fazer dentro de um mesmo registro de representação.

De modo mais amplo, Duval (2003) admite que os registros de representação semiótica atendam a regras de formação e expansão, e envolvem três atividades cognitivas: 1) a **formação** (implica sempre uma seleção no conjunto de caracteres e determina ações que queremos representar); 2) o **tratamento** (transformação interna dentro de um mesmo registro) e, 3) a **conversão** (transformação externa que produz uma representação em outro registro diferente do inicial). De acordo com Sousa (2009, p.11), essas três atividades cognitivas "[...] intervêm diretamente nas tarefas de produção e compreensão matemática".

A partir dessas visões Duval (2003) admite que as dificuldades no aprendizado dos conceitos matemáticos acontecem quando a representação do objeto é confundida com o próprio objeto matemático. Isso implica admitir que a atividade cognitiva requerida pela Matemática difere pelos demais domínios do conhecimento não nos conteúdos, e sim na importância primordial das representações semióticas e na grande variedade de representações semióticas que são utilizadas.

Pensando em diminuir a dificuldade de compreensão dos conceitos matemáticos, Duval (2003, p. 21) defende que "[...] não se deve jamais confundir um objeto com sua representação, [...] O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas". É fundamental proporcionar aos estudantes situações que condicione o trânsito dos mesmos sem dificuldades entre os diferentes registros combatendo o que Duval chama de “enclausuramento” em um único registro.

Portanto, acredita-se que ensinar Matemática, envolve a criação, por parte do professor, de atividades que possibilitem a coordenação entre os registros, pois a diversidade de registros por si só não leva efetivamente à aprendizagem matemática, é preciso que o sujeito saiba articular diferentes registros de representação de um mesmo objeto.

2 METODOLOGIA DE PESQUISA

Visto a necessidade de se produzir uma material na perspectiva do mestrado profissional, conforme a linha Métodos Pedagógicos e Metodologias Digitais em Ensino de Ciências do Programa de Pós Graduação do Ensino de Ciências - PPGEC, a pesquisa optou por uma abordagem qualitativa que conforme Sampieri, (2006, p.5), “tem enfoque nos aspectos subjetivos do objeto de investigação e a imersão do campo de investigação diz respeito à presença no local onde será efetuado o estudo e coleta de dados”.

Para Sampieri (2006, p.18) logo após a escolha do tipo de pesquisa é preciso compreender como será feito esse estudo. Portanto, a forma adotada pelo pesquisador, para coletar dados, a amostragem e outros componentes, são classificados em estudos: exploratórios, descritivos, correlacionais e explicativos. (SAMPIERI apud Danhke,1989).

Deste modo, a forma como o pesquisador conduz a pesquisa, precisa estar pré-estabelecida, seguindo os objetivos propostos do trabalho de forma estruturada, para que este, ao final de todo processo consiga obter êxito na construção do produto final.

Assim, de acordo com Sampieri (2006, p.113) a pesquisa seguiu um plano de trabalho composto em algumas etapas: 1) revisão bibliográfica para definição das bases e pressupostos da pesquisa, 2) definição de que tipo de produto seria possível implementar a partir dos fundamentos que a propiciaram, 3) desenho da metodologia de trabalho e de investigação, 4) execução do plano de trabalho, 5) verificação dos resultados.

Conforme escrito anteriormente, a pesquisa aqui relatada foi realizada em 4 (quatro) etapas cuja objetividade era encontrar aspectos relevantes nas convergências entre as duas teorias estudadas e revisadas, para que fosse possível a proposição de um produto educacional.

A abordagem qualitativa do estudo aqui proposto tem como objetivo entender o processo de aprendizagem e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no Campo das Estruturas Aditivas. Dessa forma, busquei observar e entender os erros mais comuns cometidos pelos estudantes ao resolver situações-problema aditivas, a ligação desses erros com as categorias de situações, bem como foi possível realizar uma análise dos esquemas de ação e suas representações utilizadas pelos estudantes na resolução das situações – problema que compõem os estudos de Magina et al. (2001), Magina e Campos (2004) e Santana (2010) que fazem parte do referencial teórico desta pesquisa.

2.1 PROCEDIMENTOS E MÉTODOS

A partir da definição do tema e a escolha da abordagem e do tipo de pesquisa que se estabelecia a partir do projeto inicial apresentado na fase de entrada no programa, foram estabelecidas as etapas de ações por meio de cronograma de trabalho do qual decorreram cada uma das etapas da pesquisa com seus respectivos métodos, conforme apresentado a seguir.

Etapas: 1) **Revisão bibliográfica para definição das bases e pressupostos da pesquisa:** Nesta etapa já havia sido verificado a relevância da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud para o ensino de matemática, bem como, já se verificara as contribuições de Duval por meio da Teoria dos Registros de Representações Semióticas par a idealização do produto educacional. Dessa forma, foi dedicado tempo para a leitura dessas duas teorias e o método utilizado nessa fase foi a leitura comparativa, com uso das técnicas de fichário e categorização, além do uso de mapas mentais.

Etapa: 2) Definição do produto: Esta etapa se estabeleceu após a leitura teórica e por esta razão o produto apresentado nessa dissertação se caracterizou a partir das convergências teóricas e metodológicas destas duas teorias: a Teoria dos Campos Conceituais e Teoria dos Registros de Representações Semiótica. O método adotado foi o método comparativo com uso da técnica de produção de resenhas e resumos teóricos.

Etapa: 3) A escolha das situações-problema: Esta etapa aconteceu de forma que contemplassem o domínio das Estruturas Aditivas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e tomou como referência um levantamento realizado por Magina et.al. (2001), com 782 estudantes de 1ª a 4ª série, do Ensino Fundamental, entre os anos de 1997 e 1998. Essas autoras desenvolveram um instrumento com 12 situações;o segundo estudo é das autoras Magina e Campos (2004) que é voltado para a análise das estratégias por 248 estudantes das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas do estado de São Paulo, na resolução de situações-problema aditivas; o terceiro estudo que referencia essa pesquisa se trata do estudo realizado por Santana (2010) com 98 estudantes que teve como objetivo principal avaliar as contribuições que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do Campo Aditivo por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental.

Etapa 4) Verificação dos resultados: A verificação dos resultados exigiu o uso do método comparativo para a verificação do ajuste e da perfeita adequação do produto tanto às referencias teóricas, quanto à faixa etária do público alvo, sem desprezar a referência curricular do ano eleito para o direcionamento do produto. O resultado dessa pesquisa é essencialmente a composição de uma sequência de ensino, constituída de situações-problema referentes ao domínio do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As convergências entre as duas teorias aqui revisadas formam a base do produto educacional proposto a partir desta dissertação. A apresentação desta proposta tem come objetivo auxiliar os estudantes na aquisição e retenção qualificada dos conceitos matemáticos que se apresentam no contexto do campo conceitual das estruturas aditivas.

A adição com seus conceitos e suas propriedades é um tema abordado pelos professores em suas práticas pedagógicas desde as primeiras séries. Os problemas dentro do campo conceitual da adição podem ser classificados de acordo com suas características. Essa classificação é feita em Magina (2008), a partir de três classes que na linguagem de Duval podem ser entendidas como variações, que são; **composição**, **transformação** e de **comparação**.

Conforme a **classe de composição**, os conceitos permitem problemas que representem variações de registros e tratamentos a partir de situações que relacionam o todo com as partes.

Na **classe de transformação**, as variações estão relacionadas a situações envolvendo o estado inicial com um estado final através de uma transformação.

Na **classe de comparação**, os problemas se determinam por variações baseadas em um referente, um referido e uma relação entre eles. Essas situações envolvem conceitos, tais como, juntar, retirar, transformar e comparar, exigindo do aluno competências para resolver diversos tipos de situações com diferentes níveis de complexidade, mais do que simplesmente ter habilidade para resolver operações numéricas.

Vergnaud (2009) aponta que o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações que envolvem uma ou várias adições e subtrações, agregado ao conjunto dos conceitos e de teoremas que permitem analisá-las como tarefas matemáticas, e representado pelo conjunto de símbolos que dão sentido ao tratamento da situação. Assim o aluno deve construir a base para as relações com novas propostas por meio do domínio constituído nas primeiras situações enfrentadas.

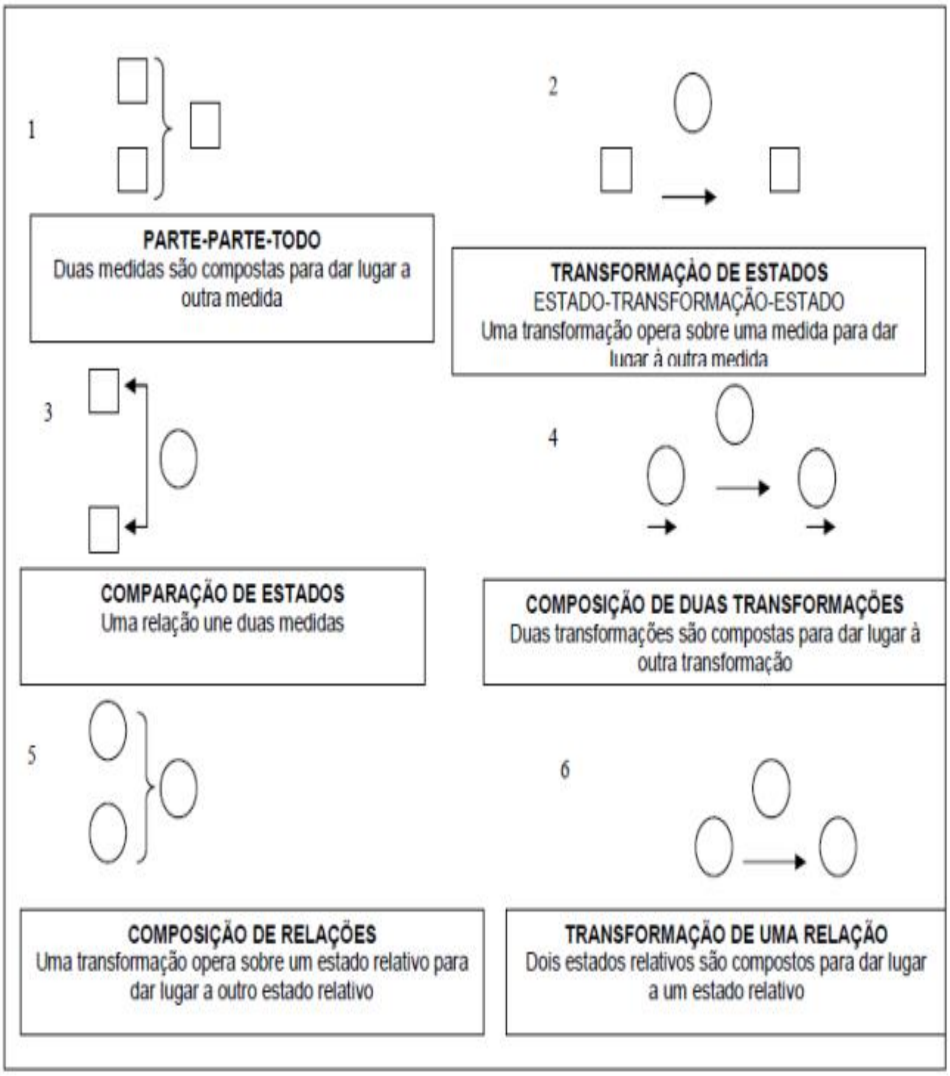
Este campo conceitual divide-se nas seguintes relações de base na estrutura aditiva:

1. Composição de duas medidas em uma terceira;

2. Transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final;
3. Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas;
4. Composição de duas transformações;
5. Composição de relações, e;
6. Transformação de uma relação.

A figura 03 apresenta essas relações:

Figura 03 – Relações aditivas de base.



Fonte: VERGNAUD, 1996, p. 172.

Vergnaud (1996) descreve cada uma dessas categorias:

- **Composição:** juntar partes para obter o todo ou subtrair uma parte do todo para se obter a outra parte;
- **Transformação:** as situações são caracterizadas por um estado inicial que sofrem uma transformação (com perda ou ganho) e resultam no estado final;

- **Comparação:** situações que envolvem a comparação de duas quantidades, uma denominada referente e a outra referido, com base em uma relação positiva ou negativa dessas duas medidas;
- **Composição de duas transformações:** problemas referentes às situações em que são dadas duas transformações e, por meio de uma composição dessas duas, se determina a terceira transformação.

A partir dessa compreensão propomos a construção de um material didático que decidimos chamar de **Sequência de Ensino no Campo das Estruturas Aditivas**. Este material se fundamenta primeiramente na visão de Vergnaud (1993) que orienta que o conhecimento se divide em campos e sua abordagem deve seguir rigorosamente o princípio indutivo sem desconsiderar a sua complexidade e, sem pular etapas ou componentes estruturais.

Para auxiliar os estudantes no enfrentamento da complexidade dos conceitos matemáticos, esta proposta foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2003), que muito similarmente a Vergnaud compreende que cada conceito em sua complexidade apresenta um conjunto de variações que permite por sua vez variações de apresentações, que podem ser registradas de várias formas pelo professor, ou seja: através de problema, de desenhos, de jogos, gráficos, entre outras formas de representações.

Para Duval (2003) toda objeto matemático possui variedades de representação e saber abordar o objeto sem confundi-lo com suas representações pode ser o segredo para o ganho significativo no processo de ensino e aprendizagem de matemática. De acordo com esse teórico, toda comunicação matemática ocorre por meio de representações dos conceitos, com base na objetividade que determina o tratamento por meio de representações semióticas.

A partir dessas visões, acredita-se na apresentação de um material, conforme proposto aqui nesta dissertação, que tenha uma função mediadora entre o conhecimento matemático e o aluno, abordando diferentes situações das estruturas aditivas em variados contextos, de modo que os alunos possam mobilizar seus conhecimentos, analisando, comparando e verificando as possíveis estratégias de resolução de problema (OLIVEIRA, 2011).

Acredita-se que a **Sequência de Ensino no Campo das Estruturas Aditivas** consista em um material relevante para os estudantes das series iniciais onde se estabelecem e se perpetuam muitas das dificuldades dos estudantes de matemática.

Essa "*Sequência de Ensino*" não se restringe em sua utilização, sendo possível sua aplicabilidade para os estudantes de diversos níveis e modalidades com o objetivo de suprir a falta de aprendizagem ou preenchimento de possíveis lacunas que ocorrem durante a formação inicial.

3.1 A SEQUÊNCIA DE ENSINO NO CAMPO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

A Prova Brasil avalia as habilidades que estão contidas na Matriz de Referência de Avaliação (MRA). A matriz de Matemática possui 28 descritores que estão divididos em quatro blocos: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações e Tratamento da Informação. Esta divisão está conforme prevêem os PCN. Como os conhecimentos do campo aditivo e multiplicativo são avaliados por descritores do bloco Números e Operações, traremos considerações apenas sobre esse tema como mostra o quadro 01 a seguir:

QUADRO 01. - Matriz de Referência – Matemática 5º ano do Ensino Fundamental		
D19 - Resolver problemas com Números Naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).		
BNCC - A MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL (ANOS INICIAIS) – 5º ANO		
UNIDADE TEMÁTICA	**OBJETO DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES**
Números	Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita.	**(EF05MA07)** Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: A autora, com base na Matriz de Referência – Matemática e na Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Segundo o Inep as habilidades que esse descritor avalia:

> [...] referem-se à resolução, pelo aluno, de diferentes situações que apresentam ações de: juntar, ou seja, situações associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro; alterar um estado inicial, ou seja, situações ligadas à ideia de transformação, que pode ser positiva ou

> negativa; de comparar, ou seja, situações ligadas à ideia de comparação; operar com mais de uma transformação, ou seja, situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação (positiva ou negativa). (BRASIL. INEP, 2012)

Esse descritor avalia as habilidades de juntar, alterar um estado inicial, comparar e operar com mais de uma transformação por meio de situações-problema contextualizadas, o Inep apresenta os seguintes exemplos para esse descritor.

> **Juntar:** – Em uma classe há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há nessa classe? – Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas? Alteração de um estado inicial: – Paulo tinha 20 figurinhas. Ele ganhou 15 figurinhas num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação positiva). – Pedro tinha 37 figurinhas. Ele perdeu 12 num jogo. Quantas figurinhas ele tem agora? (transformação negativa). **Comparar:** – No final de um jogo, Paulo e Carlos conferiram suas figurinhas. Paulo tinha 20 e Carlos tinha 10 a mais que Paulo. Quantas eram as figurinhas de Carlos? – Paulo tem 20 figurinhas. Carlos tem 7 figurinhas a menos que Paulo. Quantas figurinhas tem Carlos? **Operar com mais de uma transformação:** – No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo? – No início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo ele perdeu 20 pontos e ganhou 7 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo? (BRASIL. INEP, 2012)

O exemplo da figura 04 ilustra os comentários:

Figura 04 – Exemplo de Item.

(M04374SI-PUB) Dois amigos colecionam bolas de gude. João tem 17 bolinhas e Paulo tem 25. Quantas bolas de gude os dois têm juntos?

A) 17
B) 25
C) 32
D) 42

Fonte: CAED/UFJF. 2008, p. 68.

Nesse sentido, implica na formalização de um conjunto de situações que evocam o conceito de adição por meio de um conjunto de três classes de invariantes operacionais que são: comparação, combinação e transformação.

Para tanto foram selecionados algumas atividades para comunicação e tratamento dessas classes objetivando o domínio e aquisição dos conceitos evocados em cada uma delas.

A ideia é apresentar aos estudantes um material de fácil manuseio e de forma interativa com situações-problema variadas que envolvam as classes de situações aditivas.

A escolha das tarefas que contemplassem o domínio das estruturas aditivas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tomou como referência um levantamento realizado por Magina et. al. (2001), com 782 estudantes de 1ª a 4ª série, do Ensino Fundamental, entre os anos de 1997 e 1998. Essas autoras desenvolveram um instrumento com 12 situações.

O segundo estudo é das autoras Magina e Campos (2004) que é voltado para a análise das estratégias por 248 estudantes das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas do estado de São Paulo, na resolução de situações-problema aditivas.

O terceiro estudo que referencia essa pesquisa se trata do estudo realizado por Santana (2010) com 98 estudantes que teve como objetivo principal avaliar as contribuições que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do Campo Aditivo por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental.

A análise minuciosa desses estudos mencionados acima nos proporcionou a escolha das situações-problema que constituem o material didático proposto por essa pesquisa. Tais situações-problema já foram testadas pelos autores Magina et al. (2001), Magina e Campos (2004) e Santana (2010) em suas pesquisas. Portanto não julgamos necessária a aplicação da sequência de ensino proposta por esta pesquisa em um grupo de estudantes específico, a fim de averiguar sua eficácia, tendo em vista que, todos os problemas selecionados fazem parte de estudos anteriormente testados e analisados.

Como dito anteriormente, os problemas foram escolhidos à partir da classificação das categorias feitas por Vergnaud (1996), como mostra o resumo do quadro abaixo.

Quadro 2: Resumo das tarefas

CATEGORIAS	SITUAÇÕES-PROBLEMA
Composição	1- Bate ganhou cinco reais de sua mãe e seis reais de seu pai para ir brincar no parquinho. Com quantos reais Bete foi brincar no parque?
	2- Márcio tem 13 brinquedos, sendo carrinhos e jogos. Sete são jogos. Quantos são os carrinhos?
	3- Na gaveta tem 16 balas de chocolate, 3 de hortelã e 4 de morango. Quantas balas tem na gaveta?

Transformação	4- Carmem tinha 15 pirulitos. Deu 3 desses pirulitos para seu primo. Com quantos pirulitos Carmem ficou?
	5- Rita tinha 8 livros de histórias infantis em seu armário. Ela ganhou alguns da prima. Depois Rita contou seus livros e viu que ficou com 15. Quantos livros ela ganhou da prima?
	6- Maria tinha algumas revistas em quadrinhos. Sua madrinha deu seis revistas pra ela. Maria ficou com 19 revistas em quadrinhos. Quantas revistas em quadrinhos Maria tinha antes?
	7- Maria tinha 12 reais e comprou uma boneca por 4 reais. Com quantos reais Maria ficou?
Comparação	8- Cláudio tem nove reais e Vinícius tem cinco reais a mais que ele. Quantos reais tem Vinícius?
	9- Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou 14 reais e José ganhou 23 reais. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?
	10- Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem 4 reais a mais que Taís. Sabendo que Vera tem 9 reais, quantos reais tem Taís?
	11- Carlos tem 5 anos. Taís tem 7 anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

Fonte: Com base nos estudos de Magina et al. (2001); Magina e Campos (2004) e Santana (2010)

Ao eleger tais tarefas para compor a sequência de ensino apresentada como o produto educacional que exige essa pesquisa, tivemos a preocupação de buscar entender, entre outros fatores, como se dá o processo de aprendizagem, quais as principais dificuldades dos estudantes na resolução, que tipo de material didático pode ser utilizado visando a um maior aproveitamento para o processo de aprendizagem, isso tomando como referencial as convergências entre as teorias do Campo Conceitual e das Representações Semióticas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, procuramos justificar a importância da noção de campo conceitual e de registros de representações semióticas para o ensino-aprendizagem sobre as estruturas aditivas, cujo objetivo é analisar as contribuições das convergências entre a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a proposição de um recurso pedagógico ou material do ensino capaz de promover maior aproveitamento no domínio das estruturas aditivas para estudantes de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Dessa forma, ao apresentar esse processo de ensino conforme o produto desta dissertação espera-se que os alunos desenvolvam seu raciocínio com mais naturalidade, melhorando o entendimento até a resolução, assim consolidando os conceitos envolvidos e, consecutivamente a aprendizagem.

Acreditamos que, a aquisição de um conceito seguindo as ideias de Vergnaud precise de um trabalho discente que se guie pela lógica de Duval. Nesse sentido, os discentes poderão obter um rendimento mais eficiente, além de, implicitamente, desenvolver no seu aluno habilidades propícias a níveis mais avançados que favoreçam a resolução de problema nas séries seguintes.

Pensamos que uma aula ministrada visando à aquisição e a retenção de conceitos requer do discente a apresentação de um caminho que possibilite ao estudante a alegria de vencer obstáculos, vivenciando plenamente, o que é “fazer matemática”.

Consideramos que os professores devem trabalhar com seus alunos um campo conceitual e não apenas um conceito, pois numa situação-problema os conceitos aparecem isolados. Em uma situação aditiva simples é fácil identificarmos vários conceitos que os alunos precisam ter compreendido para resolver a situação-problema como a adição, a temporalidade, a contagem, o domínio do sistema de numeração decimal, entre outros.

Ao desenvolver o trabalho com a TCC os professores não devem limitar sua atuação a reproduzir as diferentes categorias classificadas por Vergnaud (1996, 2009), mas devem atuar visando à consolidação de cada campo conceitual a que cada situação-problema pertence, deve haver uma atenção especial para que não ocorra um reducionismo em relação ao que a teoria propõe. Concordamos com Magina

(2005) ao analisar que as tarefas matemáticas e a conduta do aluno ao se deparar com essas tarefas é que permite avaliar sua competência. Feito isso, uma proposta é que o professor instigue o raciocínio dos discentes, e trabalhe conceito e operações respeitando o nível de complexidade de cada campo conceitual conforme Vergnaud e, a partir de variações e representações dos objetos de ensino, conforme orienta Duval.

Para consolidar as ideias do campo aditivo com os alunos é importante trabalhar com problemas contextualizados, como os que aparecem nos itens da Prova Brasil. É fundamental desenvolver com os alunos diferentes raciocínios aditivos em diferentes contextos. Os alunos ao longo da vida escolar devem por em jogo todos os seus conhecimentos; analisar, comparar, verificar estratégias de possíveis resoluções do problema favorece a ampliação de competências de resolução de problemas. Estas situações também auxiliam o aluno desenvolver sua autonomia e confiança na sua capacidade.

Diante do que pude observar com essa pesquisa proponho uma reflexão à respeito da necessidade de planejamentos, construções e aplicações de sequências de ensino que utilizem ou não suportes didáticos, mas que visem mudar o quadro encontrado no ensino da matemática.

Por fim concluímos que é muito importante trabalhar com os alunos diferentes raciocínios aditivos em diferentes contextos, pois assim possibilitaremos a ampliação de conceitos pertinentes aos campos conceituais, focando suas competências para resolver, gradativamente, níveis mais sofisticados de problemas.

Assim, como contribuição final temos a proposta de um material didático que chamamos de: “**Sequência de Ensino no Campo das Estruturas Aditivas**”, na qual reunimos um conjunto de atividades que propiciam ao aluno desenvolver seus esquemas a partir de uma objetividade implícita em cada um dos exercícios propostos. O objetivo é abordar o objeto de ensino a partir de variações e representações propiciando assim uma aprendizagem de maior significado e com possibilidade de maior retenção.

REFRÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. v. 3.

BRASIL. PDE: **Plano de desenvolvimento da educação: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC/SEB/INEP, 2008. 200 p.

BRASIL. INEP. **Prova Brasil** – 2009. Disponível em: http://provabrasil.inep.gov.br/web/guest/inicio. Acesso em: 15 SET. 2019.

DAMM, Regina Flemming. **Registros de Representação**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). Educação Matemática: uma (nova) introdução. 3ª Ed. São Paulo; Educ, 2008.

CAED/UFJF. **Guia de elaboração de itens: matemática**. Juiz de Fora: Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora, 2008.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): fascículo I – São Paulo; Editora Livraria da Física, 2009.

FRIZZARINI, Silvia Terezinha. **Estudo dos Registros de Representação Semiótica: implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais**. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Paraná, 2014.

MAGINA, S.; CAMPOS,T; NUNES,T., GITIRANA,V. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha; GITIRANA, Verônica. **Repensando adição e subtração**. Contribuições da teoria dos campos conceituais. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S. et al. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** 2ª ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: em estudo diagnóstico**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, V. 6, n. 1, p. 53 – 71, 2004.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática.** In: KISHIMOTO, T. M. (Org). Jogo, Brinquedo, Brincadeira e Educação. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

NUNES, Terezinha. **Teaching Mathematics To Deaf Children. Philadelphia: Whurr Publishers**, 2004.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. (2001). **Introdução à Educação Matemática: números e operações**. São Paulo, Proem.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

SAEB – **Sistema de Avaliação do Ensino Básico** (1995). INEP, MEC.

SAEB – **Matemática. Sistema de Avaliação do Ensino Básico**(2001). Brasília INEP, MEC.

SARESP (1998) Relatório SARESP. **Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar**. São Paulo: SSE/SP. Vol. 4

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo - 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Digital. Disponível em: http://educonse.com.br/2011/cdroom/eixo%206/PDF/Microsoft%20Word%20-%20ARTE%20DE%20RESOLVER%20PROBLEMAS.pdf. Acesso em: 28 jul. 2019.

SAMPIERI, Roberto Hernandez. **Metodologia da Pesquisa**/ Roberto Hernandez Sampieri, Carlos Hernández Collado, Pilar Baptista Lucio. 3. Ed. – São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

SALES, Elielson Ribeiro de. **Refletir no silêncio: um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos surdos e pesquisadores ouvintes. 2008**. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Educação em Ciências e Matemáticas)- Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

SANTANA, E. R.S. **Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Tese (doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

SFORNI, Marta Sueli de Faria. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade**. Araraquara: JM Editora, 2004.

SOUSA, Ana Cláudia Gouveia. **Os registros de representação semiótica e o trabalho com números e operações nos anos iniciais da escolaridade: uma**

experiência de formação. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação). Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará, 2009.

VERGNAUD, G.**La Teorie des Champs Conceptuals** RDM, V10, N23, 1990.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In. BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P. 155-191.Piaget, J.; Inhelder, B. (1975). The origin of the idea of chance in children. W.W. Norton & Company, New York.

VERGNAUD, G.**A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education**. JMB, V17, N2, pp.167-181, 1998

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução MARIA Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

VIANA, Flávia Roldan; BARRETO, Marcília Chagas. **A construção de conceitos matemáticos na educação de alunos surdos**: o papel dos jogos na aprendizagem. Horizontes (EDUSF), v. 29, p. 17-25, 2011.

APÊNDICE

O PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DE ENSINO NO CAMPO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

INTRODUÇÃO

Esta proposta didática é o Produto Educacional de uma pesquisa que foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima (UERR) e foi elaborada como material pedagógico para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem nas estruturas aditivas, nos Ano Iniciais do Ensino Fundamental.

Este material se fundamenta primeiramente na visão de Vergnaud (1993) que orienta que o conhecimento se divide em campos e sua abordagem deve seguir rigorosamente o princípio indutivo sem desconsiderar a sua complexidade e, sem pular etapas ou componentes estruturais.

Para auxiliar os estudantes no enfrentamento da complexidade dos conceitos matemáticos, esta proposta foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2003), que muito similarmente a Vergnaud compreende que cada conceito em sua complexidade apresenta um conjunto de variações que permite por sua vez variações de apresentações, que podem ser registradas de várias formas pelo professor, ou seja: através de problema, de desenhos, de jogos, gráficos, entre outras formas de representações.

Acredita-se que a **Sequência de Ensino no Campo das Estruturas Aditivas** consista em um material relevante para os estudantes das series iniciais onde se estabelecem e se perpetuam muitas das dificuldades dos estudantes de matemática. Esse material didático não se restringe em sua utilização, sendo possível seguir os estudantes de diversos níveis e modalidades com o objetivo de suprir a falta de aprendizagem ou preenchimento de possíveis lacunas que ocorrem durante a formação inicial nas aulas de matemática.

HABILIDADE - BNCC

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

A SEQUÊNCIA DE ENSINO NO CAMPO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

As convergências entre as teorias de Gerard Vergnaud – Teoria dos Campos Conceituais e Raymond Duval – teoria dos Registros Semióticos formam a base do produto educacional proposto a partir desta dissertação. A apresentação desta proposta tem come objetivo auxiliar os estudantes na aquisição e retenção qualificada dos conceitos matemáticos que se apresentam no contexto do campo conceitual das estruturas aditivas.

A adição com seus conceitos e suas propriedades é um tema abordado pelos professores em suas práticas pedagógicas desde as primeiras séries. Os problemas dentro do campo conceitual da adição podem ser classificados de acordo com suas características. Essa classificação é feita em Magina (2008), a partir de três classes que na linguagem de Duval podem ser entendidas como variações, que são; **composição**, **transformação** e de **comparação**.

Conforme a classe composição, os conceitos permitem problemas que representem variações de registros e tratamentos a partir de situações que relacionam o todo com as partes. Na classe de transformação, as variações estão relacionadas a situações envolvendo o estado inicial com um estado final através de uma transformação.

Na classe de comparação, os problemas se determinam por variações baseadas em um referente, um referido e uma relação entre eles. Essas situações envolvem conceitos, tais como, juntar, retirar, transformar e comparar, exigindo do aluno competências para resolver diversos tipos de situações com diferentes níveis de complexidade, mais do que simplesmente ter habilidade para resolver operações numéricas.

A partir dessa compreensão propomos a construção de um material didático. Este material se fundamenta primeiramente na visão de Vergnaud (1993) que orienta que o conhecimento se divide em campos e sua abordagem deve seguir rigorosamente o princípio indutivo sem desconsiderar a sua complexidade e, sem pular etapas ou componentes estruturais.

Para auxiliar os estudantes no enfrentamento da complexidade dos conceitos matemáticos, esta proposta foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2003), que muito similarmente a Vergnaud compreende que cada conceito em sua complexidade apresenta um conjunto de variações que permite por sua vez variações de apresentações, que podem ser registradas de várias formas pelo professor, ou seja: através de problema, de desenhos, de jogos, gráficos, entre outras formas de representações.

Para Duval (2003) toda objeto matemático possui variedades de representação e saber abordar o objeto sem confundí-lo com suas representações pode ser o segredo para o ganho significativo no processo de ensino e aprendizagem de matemática. De acordo com esse teórico, toda comunicação matemática ocorre por meio de representações dos conceitos, com base na objetividade que determina o tratamento por meio de representações semióticas.

A partir dessas visões, acredita-se na apresentação de um material, conforme proposto aqui nesta dissertação, que tenha uma função mediadora entre o conhecimento matemático e o aluno, abordando diferentes situações das estruturas aditivas em variados contextos, de modo que os alunos possam mobilizar seus conhecimentos, analisando, comparando e verificando as possíveis estratégias de resolução de problema (OLIVEIRA, 2011).

SEQUÊNCIA DE ENSINO NO CAMPOS DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

CATEGORIAS	SITUAÇÕES-PROBLEMA
Composição:	1- Bate ganhou cinco reais de sua mãe e seis reais de seu pai para ir brincar no parquinho. Com quantos reais Bete foi brincar no parque?
	2- Márcio tem 13 brinquedos, sendo carrinhos e jogos. Sete são jogos. Quantos são os carrinhos?
	3- Na gaveta tem 16 balas de chocolate, 3 de hortelã e 4 de morango. Quantas balas tem na gaveta?
Transformação	4- Carmem tinha 15 pirulitos. Deu 3 desses pirulitos para seu primo. Com quantos pirulitos Carmem ficou?
	5- Rita tinha 8 livros de histórias infantis em seu armário. Ela ganhou alguns da prima. Depois Rita contou seus livros e viu que ficou com 15. Quantos livros ela ganhou da prima?
	6- Maria tinha algumas revistas em quadrinhos. Sua madrinha deu seis revistas pra ela. Maria ficou com 19 revistas em quadrinhos. Quantas revistas em quadrinhos Maria tinha antes?
	7- Maria tinha 12 reais e comprou uma boneca por 4 reais. Com quantos reais Maria ficou?
Comparação	8- Cláudio tem nove reais e Vinícius tem cinco reais a mais que ele. Quantos reais tem Vinícius?
	9- Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou 14 reais e José ganhou 23 reais. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?
	10- Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem 4 reais a mais que Taís. Sabendo que Vera tem 9 reais, quantos reais tem Taís?
	11- Carlos tem 5 anos. Taís tem 7 anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

Fonte: Com base nos estudos de Magina et al. (2001); Magina e Campos (2004) e Santana (2010)

CATEGORIAS DE SITUAÇÃO

COMPOSIÇÃO: nessa categoria estão inclusas todas as situações- problema que têm, em sua estrutura, duas partes que compõem um todo.

Situação 1: – Nessa situação são conhecidas as partes e se procura o todo.

Tem-se:

PARTE	PARTE	TODO
R$ 5,00	R$ 6,00	VALOR TOTAL?

Cada coluna representa um dos elementos da relação temática: parte; parte; e todo.

Situações 2 e 3: Nessa situação são conhecidos uma das partes e o todo, e se procura a outra parte.

Tem-se:

PARTE	PARTE	TODO
7 CAMINHOS	JOGOS?	13 BRINQUEDOS

Cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: parte; parte; e todo.

TRANSFORMAÇÃO: nessa categoria estão inclusas todas as situações-problema que possuem, em sua estrutura, um estado inicial e uma transformação que levam a um estado final.

Situação 4: Nesta situação são conhecidos o estado inicial, a transformação, e se procura o estado final. Ocorre uma transformação negativa sobre o estado inicial.

Tem-se:

ESTADO INICIAL	TRANSFORMAÇÃO (NEGATIVA)	ESTADO FINAL
15 PIRULITOS	- 3 PIRULITOS	PIRULITOS?

Situação 5: são dados o estado inicial, o estado final, e se procura a transformação. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial.

Tem-se:

ESTADO INICIAL	TRANSFORMAÇÃO (POSITIVA)	ESTADO FINAL
8 LIVROS	LIVROS?	15 LIVROS

Situações 6 e 7: Traz a transformação e o estado final, e se procura o estado inicial. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial.

Tem-se:

ESTADO INICIAL	TRANSFORMAÇÃO (POSITIVA)	ESTADO FINAL
Revistas?	6 revistas	19 revistas

COMPARAÇÃO: Nessa categoria é possível relacionar duas quantidades comparando-as, denominados por Vergnaud (1991) de medida; relação; e medida, ou seja, temos uma relação que liga duas medidas.

Situação 8: Nessa situação-problema é dada uma medida, um relação e se procura a outra medida. Exista uma relação positiva entre as duas medidas.

Tem-se:

MEDIDA	RELAÇÃO (POSITIVA)	MEDIDA
CLÁUDIO 9 REIAS	5 REAIS	VINÍCIUS ? REAIS

Situação 9: Na situação-problema, são dadas as duas medidas e se procura a relação. Existe uma relação negativa entre as medidas.
Tem-se:

MEDIDA	RELAÇÃO (NEGATIVA)	MEDIDA
R$ 23,00 DE JOSÉ	- REAIS?	R$ 14,00 DE HEITOR

Situações 10 e 11: essas situações-problema trazem uma medida e a relação, e se procura a outra medida. Se busca o valor da medida que é tomada como referência, isto é, a partir dela é que se determina o valor da outra medida.
Tem-se:

MEDIDA	RELAÇÃO (POSITIVA)	MEDIDA
REIAS? Taís	+ R$ 4,00	R$ 9,00 de Vera

PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DE ENSINO NO CAMPO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

Instituição de Ensino: ____
Identificação do aluno: _______________________________**Idade:** ________
Ano:____________________________**Turma:** _________________________

PROBLEMA 1:

Bate ganhou cinco reais de sua mãe e seis reais de seu pai para ir brincar no parquinho. Com quantos reais Bete foi brincar no parque?

Respostas:

PROBLEMA 2:

Márcio tem 13 brinquedos, sendo carrinhos e jogos. Sete são jogos. Quantos são os carrinhos?

Respostas:

PROBLEMA 3:

Na gaveta tem 16 balas de chocolate, 3 de hortelã e 4 de morango. Quantas balas tem na gaveta?

Respostas:

PROBLEMA 4:

Carmem tinha 15 pirulitos. Deu 3 desses pirulitos para seu primo. Com quantos pirulitos Carmem ficou?

Respostas:

PROBLEMA 5:

Rita tinha 8 livros de histórias infantis em seu armário. Ela ganhou alguns da prima. Depois Rita contou seus livros e viu que ficou com 15. Quantos livros ela ganhou da prima?

Respostas:

PROBLEMA 6:

Maria tinha algumas revistas em quadrinhos. Sua madrinha deu seis revistas pra ela. Maria ficou com 19 revistas em quadrinhos. Quantas revistas em quadrinhos Maria tinha antes?

Respostas:

PROBLEMA 7:

Maria tinha 12 reais e comprou uma boneca por 4 reais. Com quantos reais Maria ficou?

Respostas:

PROBLEMA 8:

Cláudio tem nove reais e Vinícius tem cinco reais a mais que ele. Quantos reais tem Vinícius?

Respostas:

PROBLEMA 9:

Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou 14 reais e José ganhou 23 reais. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?

Respostas:

PROBLEMA 10:

Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem 4 reais a mais que Taís. Sabendo que Vera tem 9 reais, quantos reais tem Taís?

Respostas:

PROBLEMA 11:

Carlos tem 5 anos. Taís tem 7 anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

Respostas: