



**ESTADO DE RORAIMA**  
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO – PROPEI**



**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO**  
**EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL**

**SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA**

**A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E SUAS CONTRIBUIÇÕES**  
**PARA O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO**  
**DE PROBLEMA**

Boa Vista – RR  
Ano 2019

SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA

**A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E SUAS CONTRIBUIÇÕES  
PARA O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMA**

Dissertação e o produto educacional apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

**Orientador:** Prof. Dr. Rossiter Ambrósio dos Santos

Boa Vista - RR  
Ano 2019

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

### **A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO ATRAVÉS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMA**

**SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA**

Dissertação e o produto educacional apresentados ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

A dissertação e o produto educacional do mestrando foram considerados:

---

#### **Banca Examinadora**

Prof.(a) Dr.(a). Rossiter Ambrósio dos Santos  
Instituição: Universidade Estadual de Roraima- UERR  
Orientador(a)

Prof.(a) Dr.(a). Solange Mussato  
Instituição: Universidade Estadual de Roraima- UERR  
Membro Interno

Prof.(a) Dr.(a) José Ivanildo de Lima  
Instituição: Universidade Estadual de Roraima- UERR  
Membro Externo

Boa Vista, 04 novembro de 2019.

## Dedicatória

Aos meus pais, Iolanda e Antônio. Aos meus filhos que tanto amo, Mário Henrique, Bruno e Maria Luísa.

## Agradecimentos

Neste momento tão feliz da minha vida, quero agradecer primeiramente a Deus, por sempre está presente em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais, Iolanda e Antônio, que sempre me apoiaram.

As minhas irmãs, Suzy Anne e Karolyne, que sempre me ajudaram nos momentos de minha ausência. Obrigada!

Ao meu marido, Ariosto, que sempre acreditou no meu potencial. Obrigada!

Aos meus filhos, Mário Henrique, Bruno e Maria Luísa, que durante o período da minha ausência, me incentivaram a continuar buscando os meus sonhos. Obrigada, mamãe ama vocês.

Aos meus sogros, pelo apoio e incentivo!

Ao meu orientador, Professor Rossiter Ambrósio dos Santos, pelos ensinamentos e paciência para lidar com minhas angústias. Obrigada!

Aos professores Solange Mussato, Vinícius Pazuch e José Ivanildo de Lima, pela dedicação, tempo e contribuições.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima.

Aos colegas do mestrado, em especial a Mônica, foi um prazer te conhecer!

A professora Ivanise Rizzatti, coordenadora do PPGEC,

As minhas amigas Roberta e Kelly Anne, que sempre me incentivaram. E pela amizade que construímos há exatamente 13 anos. Obrigada!

Epígrafe

"Aqueles que se sentem satisfeitos sentam-se e nada fazem. Os insatisfeitos são os únicos benfeitores do mundo."  
(Walter S. Landor)

## RESUMO

O ensino através de resolução de problema é uma tendência teoricamente muito forte no âmbito do ensino de matemática na escola desde da década de 60 quando o NCTM lançou a agenda para ação que consistira em um documento no qual fora apresentado mais de 30 citações ao ensino de matemática por meio de problemas. No Brasil esse discurso ganhou força a partir do lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para a matemática no qual é orientado que o processo de ensino e aprendizagem de matemática seja organizado a partir de problematização. Ultimamente essa bandeira continua sendo levantada através da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), lançada recentemente. Esta pesquisa insere-se nesse contexto buscando gerar contribuições relevantes que referenciem o trabalho dos professores que ensinam matemática ou que buscam ensinar esse componente curricular através de problema, especificamente no 5º ano do ensino fundamental. No ponto de vista metodológico, a pesquisa utiliza uma abordagem qualitativa e, se caracteriza como um estudo de caso por meio de um problema de investigação teórica e estrutural que decorre das angústias da pesquisadora enquanto professora de matemática, nas séries iniciais e, concentra-se em uma abordagem de ensino no campo da multiplicação, através do método da resolução de problemas. A pesquisa tem como objetivo geral responder o seguinte problema de pesquisa: De que forma é possível ensinar a multiplicação, através do método de resolução de problemas para estudantes de 5º ano do Ensino Fundamental? Os resultados encontrados favoreceram a apresentação de um material educativo apresentado como produto desta dissertação.

**Palavras-chaves:** Teoria dos Campos Conceituais. Multiplicação. Resolução de Problemas. Sequência Didática.

## **ABSTRACT**

Problem-solving teaching has been a theoretically very strong trend in school mathematics teaching since the 1960s when the NCTM launched the agenda for action consisting of a document in which more than 30 citations were presented to the teaching of mathematics. mathematics through problems. In Brazil this discourse gained strength from the launch of the National Curriculum Parameters (PCN) for mathematics in which it is oriented that the process of teaching and learning mathematics is organized from problematization. Lately this flag continues to be raised through the recently launched Common National Curriculum Base (BNCC). This research is inserted in this context seeking to generate relevant contributions that refer to the work of teachers who teach mathematics or who seek to teach this curriculum component through problem, specifically in the 5th grade of elementary school. From the methodological point of view, the research uses a qualitative approach and is characterized as a case study through a theoretical and structural research problem that arises from the anguish of the researcher as a math teacher in the early grades and focuses on in a teaching approach in the field of multiplication through the problem solving method. The research aims to answer the following research problem: How is it possible to teach multiplication through the problem-solving method for 5th grade students? The results favored the presentation of an educational material presented as a product of this dissertation.

Keywords: Conceptual Field Theory. Multiplication. Problem solving. Following teaching.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
<b>2 DESCRITORES DA PESQUISA.....</b>	<b>12</b>
2.1 PROBLEMA DA PESQUISA.....	12
2.2 OBJETIVO GERAL.....	12
2.2.1 Objetivos específicos.....	12
2.3 INDICADORES DE INVESTIGAÇÃO.....	13
2.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	13
2.4.1 Procedimentos Metodológicos.....	15
2.5 PRODUTO FINAL.....	17
<b>3 PRESSUPOSTO TEÓRICO.....</b>	<b>19</b>
3.1 A ESTRUTURA COGNITIVA E A RETENÇÃO DO CONHECIMENTO.....	19
3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	20
3.2.1 Aspecto cognitivo do ensino por meio de problema.....	23
3.3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES .....	27
3.4 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	27
3.4.1 No que consiste um Conceito.....	29
3.4.2 Função da linguagem, da comunicação e do esquema na TCC.....	31
3.5 SOBRE O CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO.....	33
<b>4 FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS – APRESENTANDO O PRODUTO DA PESQUISA .....</b>	<b>38</b>
4.1 FUNDAMENTOS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD).....	38
4.2 PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	40
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>50</b>
<b>APÊNDICE.....</b>	<b>52</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem matemática na escola vem sendo o centro de discussões entre vários grupos de estudos ligados a programas de Pós-Graduação nas universidades brasileiras, incluindo-se nesse contexto a Universidade Estadual de Roraima - UERR.

O ensino através de resolução de problema é uma tendência teoricamente muito forte no âmbito do ensino de matemática na escola desde a década de 60, quando o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM), lançou a agenda para ação que consistia em um documento no qual fora apresentado mais de 30 citações que se referiam o ensino de matemática por meio de problemas.

No Brasil esse discurso ganhou força a partir do lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), para a matemática, o qual, orienta que o processo de ensino e aprendizagem de matemática seja organizado a partir de problematização. Ultimamente esse discurso continua sendo levantado através da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), lançada recentemente.

Esta pesquisa insere-se nesse contexto buscando gerar contribuições relevantes que referenciem essa abordagem de ensino de matemática, especificamente no 5º ano do ensino fundamental.

No ponto de vista metodológico, a pesquisa utiliza uma abordagem qualitativa e, se caracteriza como um estudo de caso por meio de um problema de investigação teórica e estrutural que decorre das angústias da pesquisadora enquanto professora de matemática, nas séries iniciais e, concentra-se em uma abordagem de ensino no campo da multiplicação, através do método da resolução de problemas.

A pesquisa realizada possui fundamentos na teoria dos Campos Conceituais e o objetivo geral consistiu em analisar possibilidades de elaborar um material educativo a partir dos princípios da Teoria dos Campos Conceituais para a o ensino da multiplicação no 5º ano do Ensino Fundamental, utilizando uma abordagem de ensino na base do método da resolução de problema. Esta questão por sua vez, constituiu o problema de pesquisa.

O problema de investigação se justifica a partir do consenso de que o sucesso dos estudantes depende da boa base de conhecimento construído no início da vida escolar. A experiência prática na sala revela que a falta de uma base sólida do

conhecimento adquirido, nas séries iniciais, impede que muitos estudantes sigam nos seus estudos e consigam concluir o ensino médio.

Ausubel (1963) discorre que quando enfrentamos um novo desafio em sala de aula, sempre os resolvemos recorrendo a situações anteriores, ou seja, o sucesso sobre uma nova situação sempre decorrente da forma como resolvemos algo similar no passado ou do resultado das experiências que tivemos durante esses primeiros enfrentamentos. Nesse contexto o domínio da tabuada e das quatro operações básicas constituem base relevante para o seguimento do estudo de vários outros temas e objetos matemáticos.

Em contrapartida, em sua Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud isola como objeto de estudo o elemento do conhecimento conceitual como componente essencial da aprendizagem, o mesmo afirma que o conhecimento matemático está dividido em campos conceituais e sendo assim seria interessante organizar o processo de ensino a partir de campos de conceitos correlacionados e não a partir de conteúdos isolados.

Ao propor a sua teoria dos campos conceituais, Vergnaud sustenta que é a situação problema que evoca os conceitos e procedimentos que o mesmo chama de invariantes operatórios e, que um conceito sugere e evoca várias situações.

Partindo desses pressupostos, esta pesquisa se propôs a desenvolver uma abordagem investigativa, cujo resultado favoreceu a elaboração de um material educativo, a partir de possíveis situação que evoquem os conceitos que compõe a estrutura multiplicativa, tendo como resultado uma retenção qualificada da tabuada, como base para o progresso dos estudantes no 5º ano fundamental e nas séries seguintes.

Os resultados desta pesquisa consistem nesta dissertação, cujo texto está estruturado em capítulos, a contar inicialmente por esta introdução. O capítulo 2 contém os descritores da pesquisa, tais como: objetivos, justificativas, problemas, indicadores da investigação, os aspectos metodológicos e o produto final. O capítulo 3 apresenta o aporte teórico da pesquisa. O capítulo 4 tem enfoque nos procedimentos metodológicos da pesquisa e traz o produto da dissertação.

## **2. DESCRITORES DA PESQUISA**

Entendendo que toda pesquisa parte de um planejamento, nesta sessão apresenta-se os elementos que compõem a estrutura da pesquisa realizada, que consistem em descritores do projeto de trabalho e investigação.

### **2.1 PROBLEMA DE PESQUISA**

As investigações realizadas nesta pesquisa têm aporte na seguinte pergunta: De que maneira seria possível construir um material educativo a partir da Teoria dos campos conceituais para a o ensino da multiplicação no 5° ano do Ensino Fundamental?

### **2.2 O OBJETIVO GERAL**

O objetivo geral da pesquisa foi analisar possibilidades de elaborar um material educativo a partir dos princípios da Teoria dos Campos Conceituais para a o ensino da multiplicação no 5° ano do Ensino Fundamental, utilizando uma abordagem de ensino na base do método da resolução de problema.

#### **2.2.1 Os objetivos específicos**

- Diagnosticar e justificar o problema de pesquisa;
- Apresentar elementos fundamentais para a elaboração de uma abordagem de ensino por meio de um material educativo, fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais
- Elaborar um produto educacional a partir da teoria dos campos conceituais, utilizando a resolução de problema com método de ensino.

### 2.3 INDICADORES DE INVESTIGAÇÃO

- O ensino da tabuada é uma necessidade básica dos estudantes;
- Boa Parte dos estudantes que ingressam no Ensino Médio não dominam as quatro operações e tem dificuldade nas operações envolvendo multiplicação;
- O ensino da matemática deve priorizar nos alunos diferentes habilidades que contribuam para a sistematização dos conceitos na estrutura multiplicativa;
- O ensino da multiplicação requer um maior esforço do estudante que necessita de apoio didático através de materiais de educativos;
- A resolução de problemas como metodologia de ensino deve ser considerada como uma estratégia eficiente para sistematização do ensino dos conceitos presentes na estrutura multiplicativa.

### 2.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa proposta é um estudo de caso caracterizado, com uma abordagem qualitativa na qual foi utilizada como metodologia a resolução de problema fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais, para o ensino da multiplicação, no contexto do 5º ano do ensino Fundamental.

A pesquisa se estabelece a partir da perspectiva do mestrado profissional e está engajada na linha “A” do PPGECC, que tem como objetivo de contribuir para novas metodologias e tecnologias de ensino de ciências e matemática a través da aplicação de produtos educacionais relevantes para as escolas de Roraima.

De acordo com Sampieri (2006, p.5), a pesquisa qualitativa é aquela que “tem enfoque nos aspectos subjetivos do objeto de investigação e a imersão do campo de investigação diz respeito à presença no local onde será efetuado o estudo e coleta de dados”.

Este autor orienta que uma vez eleito o tipo de pesquisa é preciso realizar um planejamento das etapas da pesquisa e de como acontecerá cada uma destas etapas, nas quais o pesquisador pode realizar estudos exploratórios, descritivos, correlacionais e explicativos. (SAMPIERI, apud Danhke, 1989). Isso implica dizer que para o pesquisador conduzir a pesquisa, a mesma precisa estar pré-estabelecida, seguindo os objetivos propostos do trabalho de forma estruturada, para que este, ao final de todo processo consiga obter êxito na construção do produto final.

Seguindo estas orientações, a pesquisa aqui apresentada seguiu um plano de trabalho composto em algumas etapas:

- 1) Revisão bibliográfica par definição das bases teórica da pesquisa, envolvendo a teoria dos campos conceituais e o método de resolução de problema;
- 2) Definição do tipo produto do produto educacional a partir da análise das bases teóricas da pesquisa;
- 3) Desenho da metodologia de trabalho e de investigação;
- 4) Execução do plano de trabalho;
- 5) Verificação dos resultados.

Com vista na objetividade de ser apresentado um produto educacional no final do trabalho, é possível afirmar que os procedimentos adotados nesta abordagem são semelhantes ou podem ser comparados ao método de resolução de problemas que se estabelece por meio de etapas de ações, que de acordo com Polya (1993) são:

1. Compreender o problema;
2. Apresentar um Plano de solução;
3. Efetivar o plano proposto para solução;
4. Verificar as respostas.

O objetivo de cada uma dessas etapas foi realizar uma análise teórica e encontrar aspectos e princípios norteadores que possibilitasse a elaboração de um produto educacional.

Portanto, com a metodologia de trabalho e investigação desta pesquisa segue os princípios do método de resolução de problemas numa perspectiva de construção de um produto educativo relevante para o ensino da multiplicação no ensino Fundamental.

#### **2.4.1 Procedimentos Metodológicos**

A partir da definição do tema e a escolha da abordagem e do tipo de pesquisa que se estabelecia a partir do projeto inicial apresentado na fase de entrada no programa, foram estabelecidas as etapas de ações por meio de cronograma de trabalho do qual decorreram cada uma das etapas da pesquisa com seus respectivos métodos, conforme apresentado a seguir.

**Etapas: 1) Formação e Planejamento:** A pesquisa se inicia nessa etapa que consiste na realização de uma revisão bibliográfica par a definição das bases e pressupostos da pesquisa: Nesta etapa a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud foi eleita para fundamentar o trabalho, justificando-se a sua relevância para o ensino de matemática. Dessa forma, foi dedicado um tempo para a leitura e análise crítica dessa teoria, de modo que o método utilizado nessa fase foi a leitura crítica e comparativa, com uso das técnicas de fichário e categorização, além do uso de mapas conceituais dessa teoria encontrado em Moreira (2001).

**Etapa 2) Definição do produto:** A definição do produto de pesquisa só foi possível a partir da leitura e da análise teórica. Através do Método de análise e comparação do discurso, aliado às técnicas de resenhas e resumos teóricos, foi possível encontrar a definição de um produto educacional conforme proposto nessa dissertação.

**Etapa 3) Desenho da metodologia de trabalho e de investigação:** O desenho metodológico da Pesquisa, nada mais é do que uma representação de um plano de trabalho ou dos caminhos metodológicos que o pesquisador irá utilizar para alcançar seus objetivos. No caso desta pesquisa o objetivo foi analisar as contribuições possíveis de serem encontradas na teoria dos campos conceituais para a elaboração de um produto educacional. Consiste numa espécie de matriz metodológica, conforme ilustrado no quadro 1 apresentado imediatamente a seguir.

**Tabela 1.** Desenho da matriz metodológica da pesquisa

Etapas	Ações	Objetivos	Cronograma/Tempo
--------	-------	-----------	------------------

1	Definição do tema	Revisão bibliográfica.	2018.1
2	Estrutura da pesquisa	1. Estabelecer o problema da pesquisa; 2. Público – alvo; 3. Idealização do produto final da dissertação	2018.2
3	Implementação	Definir: Métodos, técnicas, procedimentos e instrumentos de investigação	2018.2
4	Investigação	Análise dos resultados	2019.1
5	Comunicação	Publicação de artigo e apresentação do Relatório final	2019.2

**Fonte:** Adaptado pela autora.

**Etapa 4) Execução do plano de trabalho:** Visto a complexidade do objeto de estudo, essa etapa exige mais empenho e atenção da pesquisadora. Isto porque o processo de investigação implica nesse momento uma sucessão de verificações precisas sobre as falas dos teóricos e suas implicações na elaboração de produto educacional desejado. Por esta razão, realiza-se um movimento de ida e volta por conta de se evitar possíveis equívocos teóricos que possam influenciar o resultado da pesquisa, ou seja, o produto educacional. O método empenhado nesta etapa foi o Método, comparativo, analítico e estrutural, pois consistia na estruturação de um material educativo, cuja complexidade deverá ser direcionada para o processo de

ensino e aprendizagem da matemática, envolvendo estudantes de 5º ano do Ensino fundamental.

**Etapa 5)** Verificação dos resultados. A parte final do trabalho envolveu a análise do produto final apresentado no término da pesquisa. Isso implicou em verificar a adequação do produto aos princípios teóricos utilizados, bem como a natureza do produto final e suas convergências e particularidades com relação à faixa etária do público alvo, levando em conta a referência curricular da série eleita para o direcionamento do produto.

## **2.5 PRODUTO FINAL**

Todo o processo de investigação proposta neste trabalho tem como objetivo a aplicação teórica na prática educativa por meio de produto educativo elaborado por meio do processo investigativo.

Após o processo de investigação, o produto final desta dissertação consistiu finalmente em uma sequência didática para o ensino da multiplicação no 5º ano do ensino Fundamental, na base da resolução de problemas como metodologia.

A sequência apresentada traz algumas nuances metodológicas baseadas nas ideias de Zabala (1998) e, fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais e nos princípios da Metodologia de ensino por problema. As pretensões para o produto de pesquisa é que ele potencialize o desempenho dos estudantes, no que se refere às operações matemáticas, a partir da estrutura multiplicativa. Portanto, na sessão seguinte apresenta-se os fundamentos e subsídio teóricos que são base estruturantes do produto educacional supramencionado.

### 3 PRESSUPOSTO TEÓRICO

Este capítulo foi reservado exclusivamente para a apresentação do pressuposto teórico da pesquisa que possui como base central a teoria dos campos conceituais par ao ensino de matemática envolvendo as estruturas multiplicativas. Por esta razão, o texto desta sessão se resume em sessões que tratam da teoria dos Campos Conceituais, do ensino por meio de problema e das abordagens de ensino por meio de sequência didática.

#### 3.1 A ESTRUTURA COGNITIVA E A RETENÇÃO DO CONHECIMENTO

A percepção do conhecimento humano e suas concepções vêm sendo desenhada ao longo do tempo, paralelamente com a evolução da humanidade. De acordo com Ghedin (2017, p. 23), “[...] o conhecimento sempre foi um problema central da reflexão humana”. E partindo da premissa de uma compreensão sistemática do processo do pensamento humano, é muito importante compreender do que se trata a estrutura cognitiva.

Para David Ausubel, a estrutura cognitiva pode ser entendida como: “conteúdo total de ideias de um certo indivíduo e sua organização; ou conteúdo e organização de ideias em uma área particular de conhecimento.” (1968, p.37). Por consequência para compreender o que é a estrutura cognitiva é necessário saber sobre alguns conceitos primordiais: cognição, psicologia cognitiva e cognitivismo.

Moreira e Masini (2001, p.13) definem a cognição como o “processo através do qual o mundo de significados tem origem.” Desta forma pode-se dizer que, é a capacidade de adquirir conhecimento, assimilar informações, pois é na cognição que as pessoas pensam.

A psicologia cognitiva segundo (STENBERG, 2000, p.22), “trata do modo como as pessoas percebem, aprendem, recordam e pensam sobre a informação”. Moreira e Masini (2001, p.13) também relatam que esta “é uma teoria particular, cuja asserção

central é a de que ver, ouvir, cheirar etc., assim como lembrar, são atos da construção[...] dos estímulos externos[...] e das condições pessoais de quem realiza.”

De acordo com Santos<sup>1</sup>a concepção do,

[...] cognitivismo propõe analisar a mente, o ato de conhecer; como o homem desenvolve seu conhecimento acerca do mundo, analisando os aspectos que intervêm no processo “estímulo/resposta”. Portanto, ele procura relatar como o homem se situa no mundo e o que ele consegue divergir sistematicamente a partir das suas próprias experiências.

Em tese, a psicologia cognitiva analisa como as pessoas conseguem reter conhecimento a partir de diversos problemas enfrentados no decorrer de sua vida e como sua mente se desenvolve intelectualmente, a partir desses enfrentamentos.

O mentor da psicologia cognitiva é Jean Piaget, teórico que durante seus estudos não desenvolveu uma teoria específica de aprendizagem, mas manteve o foco no desenvolvimento mental do indivíduo seguindo para uma hierarquização do campo educacional.

A abordagem cognitivista no processo de construção do pensamento humano vem da premissa de verificar como o homem compreende o mundo, e como este aprende novos significados na estrutura cognitiva e assim relacionando suas experiências com novas aprendizagens.

Entretanto, para saber como ocorre efetivamente a aprendizagem. É necessário compreender o seu conceito. Diversos pesquisadores do âmbito educacional explicam como ocorre esse processo:

Hilgard (1975, p.3), relata que aprendizagem “é o processo pelo qual uma atividade tem origem ou é modificada pela reação a uma situação encontrada, desde que as características da mudança de atividade não possam ser explicadas por tendências inatas”.

De acordo com Skinner (2005), “a aprendizagem é uma mudança na probabilidade da resposta, devendo especificar as condições sob as quais ela acontece.”

Oliveira (1993, p. 57), cita a interpretação de Vygotsky para conceituar aprendizagem, como “o processo pelo qual o sujeito adquire informações, habilidades,

---

<sup>1</sup> Disponível em: [http://www.alex.pro.br/teorias\\_aprend3.pdf](http://www.alex.pro.br/teorias_aprend3.pdf), acessado em: 07/01/2018 às 15h30min.

atitudes, valores e etc. a partir do seu contato com a realidade, o meio ambiente e as outras pessoas”.

Com relação ao processo de aprendizagem escolar, Vergnaud (1993) apresenta a teoria dos campos Conceituais, na qual defende que o conhecimento está estruturado em conceitos e campos de conceitos e conjuntos de campos de conceitos.

Essa teoria sugere que a entrada ou o primeiro contato do conhecimento com a estrutura cognitiva se dá por meio de situações problemas. Nesta disposição uma situação evoca os conceitos que permeiam a situação enfrentada. E cada conceito pode ser representado por meio de várias situações distintas.

No caso do ensino de matemática, a retenção ocorre pelo enfrentamento dos problemas, quando o estudante utiliza seus esquemas para mobilizar saberes retidos anteriormente. Para Vergnaud, os conceitos são estruturas ternárias constituídos assim, como um sistema chamado por ele de – (S/I/R) – no qual S é a situação, I é o invariante operatório utilizado para mobilizar o conceito em ação e o R são as diversas representações do conceito que favorecem o uso de esquemas por parte do estudantes.

Portanto, a partir das ideias de Vergnaud, a aprendizagem matemática pode ser organizada a partir de campo conceituais e não por meio de conteúdo isolados e de modo. Além disso, a situação problemas é que estabelece as conexões relevantes entre os conceitos de um dado campo conceitual. De modo consequente, a sessão seguinte trata da resolução de problemas de modo específico e em seguida apresenta a teoria dos campos conceituais de modo mais profundo.

### 3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao estudar matemática na escola percebe-se que ela está presente em mais diversificadas situações, que nos possibilitam interpretar e resolver problemas do nosso cotidiano. Entretanto interpretar e resolver problemas são duas ideias paralelas consistentes, porém difíceis de compreender, pois cada indivíduo procura resolver seus problemas muita das vezes a partir de suas próprias experiências ou copiando as ideias propostas para a solução de outros.

Considerando inicialmente o conceito de problema, vale a pergunta: O que é um problema? Vários autores como, (PALHARES, 2004), (DANTE,1982), (PÓLYA, 1980) explicam do que se trata um problema. Palhares (2004, p.12), diz que “um

problema é uma situação para qual [...] se dispõe de procedimentos que nos permite determinar a solução.” Para Dante (apud LESTER,1982) o problema “é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não se dispõe um caminho rápido e direto que o leve à solução.”

Segundo Pólya (1980, p. 32) “ter um problema significa procurar conscientemente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.” Nos PCNs (Brasil 1997), encontra-se que o aluno somente consegue resolver problemas desde que ele: “Elabore um ou vários procedimentos de resolução, compare seus resultados com outros alunos e valide seus procedimentos” (PCNS, 2001, p.44).

Nestas propostas exercícios repetitivos devem ser deixados de lado (enunciados do tipo “arme e efetue”, “resolva as contas” etc.), e propõe-se ao aluno resolver problemas através de variadas possíveis soluções.

De acordo com Brito (2010, p.18) “a solução de problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução.”

Segundo Palhares et al. (2001, p.11) uma definição para resolução de problemas consiste em “um processo através do qual o indivíduo ou o grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confrontam no dia-a-dia.”

Aqui vale destacar que com base na teoria dos campos conceituais, aqueles alunos que possuem maior domínio conceitual, saberão identificar mais facilmente os conceitos embutidos na base do problema proposto e descobrirão mais rapidamente o caminho da solução para o problema proposto.

Um fator importante nessa abordagem, são as etapas do pensamento dentro da estrutura cognitiva para solucionar o problema. Vários autores Como Dewey (1910), Pólya (1978), Gagné (1983), Mayer (1992) descrevem e adaptam essas etapas como referência de como o pensamento pode ser organizado para resolver um problema. Porém, o sucesso de cada etapa dessa organização de etapas mentais depende do domínio de conhecimento dos conceitos evocados pelo problema apresentado.

Na tabela abaixo relacionam-se as principais ideias obres as etapas de solução de um problema.

Tabela 2 – proposições de etapas do processo de resolução de problemas

Ano	Autor	Conhecimentos Necessários
1910	DEWEY	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecimento de um problema;</li> <li>• Análise e percepção do problema;</li> <li>• Hipótese e formulação de soluções;</li> <li>• Raciocinar sobre o problema;</li> <li>• Verificação ou testagem da solução;</li> </ul>
1978	PÓLYA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender o problema;</li> <li>• Conceber um plano;</li> <li>• Executar o plano;</li> <li>• Verificar a solução;</li> </ul>
1983	GAGNÉ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduzir o problema para uma expressão matemática;</li> <li>• Executar uma operação que modifique a expressão;</li> <li>• Validar a solução;</li> </ul>
1992	MAYER	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do enunciado;</li> <li>• Conhecimento do esquema;</li> <li>• Conhecimento algorítmico;</li> <li>• Conhecimento estratégico</li> </ul>
ATUALMENTE	IDEIAS GERAIS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação;</li> <li>• Planejamento;</li> <li>• Execução</li> <li>• Monitoramento;</li> </ul>

Fonte: (BRITO, 2010, p. 23-26) Adaptação: autora.

Assim sendo, a tabela 2 destaca que os autores citados utilizam basicamente das mesmas etapas de conhecimentos necessários para resolver problema. Alguns utilizam termos com mais profundidade e outros somente com as ideias essenciais. Portanto, isso implica que a maneira de enfrentar o problema sempre é a mesma, não muda, o que muda é a situação que exige domínio específico em cada problema distinto.

### 3.2.1 Aspecto cognitivo do ensino por meio de problema

Dando atenção ao aspecto cognitivo do ensino por meio de problema, Penaforte (2001) destaca que a Aprendizagem Baseada na resolução de problemas possui suas raízes na aprendizagem por descoberta que tem como precedentes à teoria do conhecimento, relacionada ao americano John Dewey (XVIII – XIX).

Isso implica que conforme a proposta de Dewey, a aprendizagem parte de Problemas ou situações que intencionam gerar dúvidas, desequilíbrios ou perturbações intelectuais (Cyrino e Pereira, 2004, p. 26). Nessa abordagem, o método “dos problemas” valoriza experiências concretas e problematizadoras, com forte motivação prática e estímulo cognitivo para solicitar escolhas e soluções criativas.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), a Resolução de Problemas é sugerida como eixo direcionador do processo de ensino aprendizagem. Este documento, destaca-se o potencial pedagógico da Resolução de Problemas para desafiar os estudantes a fazerem uso de suas faculdades físicas e intelectuais, com vistas na elaboração do pensamento lógico, envolvendo exercícios de meta-cognição, elaboração e de análise de hipóteses, elaboração do discurso e de uso da linguagem e da fala, como forma de exposição e defesa do pensamento.

Moreira (2004) destaca que os estudos de Vergnaud (1990;1993;1996), verificam que na aprendizagem dos conceitos matemáticos, existe um aspecto de influência que são as conectividades de relevância que existem entre os conceitos matemáticos e entre os campos de conceitos.

De acordo com Vergnaud (1996, p, 233) estas ligações de pertinência determinam estruturas lógicas designadas por ele de “campos conceituais”. Tomando como base as ideias de Vergnaud (1996) sobre a influência dos campos conceituais na aprendizagem de matemática, supõe-se que o processo de ensino aprendizagem de matemática, deve ser organizado a partir campos de conceitos que são evocados a partir de situações problema.

A organização do processo de ensino aprendizagem a partir da resolução de problemas, na base da teoria dos campos Conceituais, altera a lógica pedagógica e a estrutural didática e metodologia do trabalho docente. Esta alteração consiste em tomar os problemas de matemática como ponto de acesso aos conceitos, ao invés de iniciar a partir de uma mera exposição de conteúdo isolados em uma lista de exercícios.

O ensino a partir de problemas consiste ainda, em considerar que o estudante precisa ser envolvido nesse processo, como um sujeito ativo e protagonista de sua própria aprendizagem. Dessa forma, acredita-se que o processo ensino aprendizagem

torna-se mais propício ao desenvolvimento intelectual dos estudantes considerando-se como objetivo a aprendizagem de um campo de conceito interligados ao invés de conceitos isolados.

De acordo com a TCC os problemas possuem papel fundamental na aprendizagem e devem se preparados com antecedência, e coerência com a realidade cognitiva dos estudantes. Tomando como base as orientações encontradas em Moreira (2006), o professor deve prover antecipadamente o material de ensino aprendizagem que seja potencialmente significativo.

A respeito do problema, Onuchic (1999), os define como sendo toda tarefa que o aluno não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Sendo assim, realiza um esforço cognitivo no qual utiliza como energia, a lógica existente (relevância) entre os conceitos envolvidos na base da resolução de um dado problema de matemática, apresentado pelo professor, e a sua estrutura cognitiva.

A figura 1 ilustra a noção teórica de Onuchic (1999) sobre a aprendizagem durante a resolução de um dado problema.

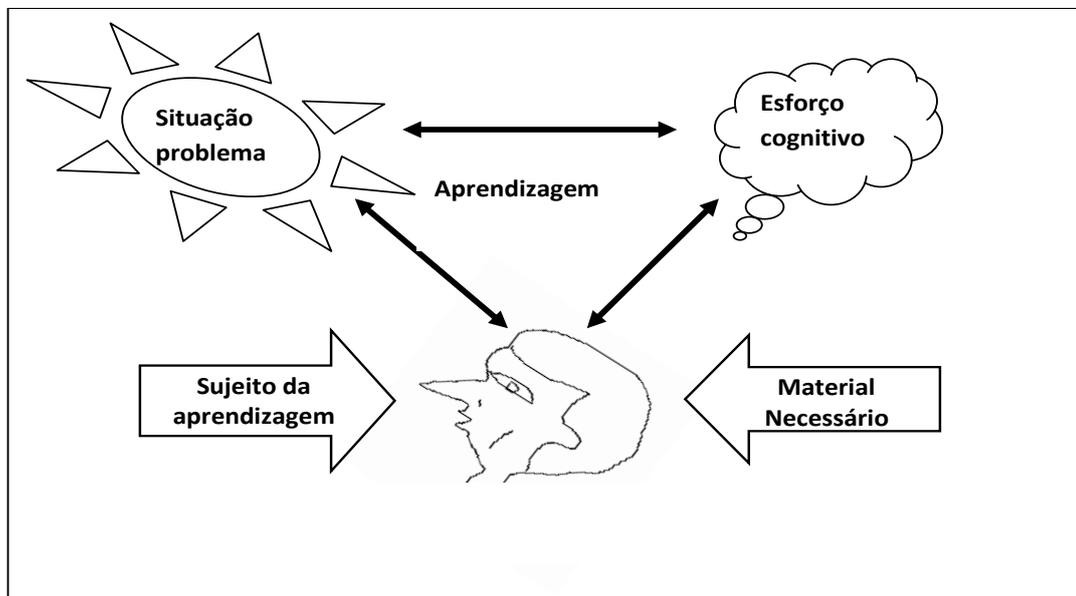


Figura 1 – A aprendizagem como resultante da interação entre o material cognitivo do sujeito, o problema a ser resolvido e o esforço do aprendiz para resolvê-lo. Uma adaptação da autora, a partir de Onuchic (1999).

Esta ideia de Onuchic (1999) dá sentido ao uso do problema como material potencialmente significativo e, facilitador da aprendizagem significativa. Por esta razão, os problemas a serem propostos aos estudantes durante a disciplina, devem ser

planejados previamente, valorizando-se às ligações relevantes estabelecidas entre os conceitos e os campos de conceitos matemáticos presentes na ementa da disciplina Matemática Básica I.

A segunda fase (durante) corresponde à execução da prática docente que envolve as estratégias de ensino aprendizagem que, na perspectiva da Aprendizagem Significativa, depende das condições da estrutura cognitiva dos estudantes e da qualidade do material potencialmente significativo.

Na etapa final (depois), o modelo é avaliado tendo em vistas seus resultados mediante às novas visões sócio-educativas, que podem surgir durante o percurso da disciplina, e que podem gerar novos problemas e, portanto, necessidade de novas estratégias e direcionamentos pedagógicos.

A figura 1 mostra um esquema que representa a ideia central do modelo, ilustra que a lógica que é utilizada nesse modelo de organização do processo de ensino aprendizagem, conforme o contexto de investigação dessa pesquisa.

A análise visual, da figura 1, revela que no modelo proposto, o objetivo do processo de ensino aprendizagem da disciplina “Matemática Básica I” não se limita apenas ao cumprimento de uma lista de conteúdo, mas avança para o campo das habilidades possíveis de serem desenvolvidas a partir de cada conteúdo previsto. Nesse sentido, é possível enunciar algumas premissas que se estabelecem no eixo central do modelo pedagógico proposto neste trabalho:

- Realizar uma adequada organização do processo ensino aprendizagem que permita aos estudantes, que desenvolvam habilidades do pensamento lógico;
- Alcançar, por meio da execução do processo ensino aprendizagem, que o processo de formação dos conceitos matemáticos, por meio da resolução de problemas, propicie a aprendizagem significativa;
- Selecionar genuínos problemas de matemática, cuja procura pela resposta certa ou o método de resolução favoreça aos estudantes o uso e a aplicação dos conceitos e experiências já consolidadas, na elaboração de estratégias de resolução de novos problemas;

- Realizar a atenção, o controle e a avaliação individualizada, das habilidades desenvolvidas pelos estudantes, favorecendo o trabalho sistêmico com os diferentes tipos de problemas e temas matemáticos.

### 3.3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES

A relevância da Teoria dos Campos Conceituais para os processos de ensino e de aprendizagem, é que ela permite que os professores localizem dentro de um dado campo conceitual as dificuldades dos estudantes de modo mais técnico, além de fornecer princípios e um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, tal como o processo de conceitualização (VERGNAUD, 1996).

Vergnaud (1990; 1996) afirma que no decorrer do tempo, decorrente do uso de uma variedade de situações, os conceitos matemáticos são delineados tanto no âmbito da sala de aula, como no cotidiano dos estudantes. Por esta razão, geralmente, cada situação não pode ser analisada a partir de apenas um conceito, sendo ideal que o professor analise a partir de um campo de conceitos interligados na base da situação.

Isso implica no entendimento de que por mais simples que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito e, um conceito não pode ter significado a partir de uma única situação. Desse modo, a formação do conhecimento acontece a partir de um conjunto de situações e conceitos, os quais Vergnaud (1990; 1996) denomina de campos conceituais.

Vergnaud (1990; 1996) defini um campo conceitual como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Em cada campo conceitual existe uma variedade de situações, de modo que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio pelo estudante demanda um longo período de tempo, por meio de sua experiência, maturidade e aprendizagem.

Como sugestão, há um consenso de que estudar um campo conceitual gera maior ganho do que estudar um conceito isoladamente, essa sugestão se justifica pelo fato de que em qualquer situação-problema nunca um conceito aparece isolado. Além disso, boa parte do conhecimento dos estudantes decorre das primeiras situações que eles conseguem dar conta ou das experiências vivenciadas durante as tentativas em modificá-las.

Isso implica dizer que, ao se deparar com uma nova situação, o estudante mobiliza seus conhecimentos adquiridos a partir de experiências em situações anteriores e tentam adaptá-los à nova situação.

Como dito anteriormente. Há uma relação de reciprocidade entre conceito e situação, ou seja, um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos. Vergnaud (1996), discorre que um conceito adquire sentido para os estudantes quando é abordado em situações-problema com crescente complexidade. São as situações que dão sentido aos conceitos, entretanto, é necessário que o estudante as perceba como situações-problema. Da mesma forma, o professor precisa ter clareza dos conceitos que ele deseja que o aluno construa ao elaborar situações-problema.

Portanto, a vantagem em trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais consiste na possibilidade que ela oferece em encontrar elementos que contribuem na análise das dificuldades dos alunos, além de constituir uma ferramenta poderosa para a formulação de situações-problema (CAMPOS, et al, 2007).

### **3.4 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Trata-se de uma teoria cognitivista neopiagetiana, cujo objeto de interesse é o conhecimento como componente essencial da aprendizagem. A teoria dos campos conceituais tem o objetivo de esclarecer de modo coerente alguns princípios base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas relevando das ciências e das técnicas de ensino, de modo mais aproximado, da aprendizagem matemática (Vergnaud, 1990).

Vergnaud estrutura a sua teoria com base em alguns princípios que são direcionadores de seus estudos, tais como: campo conceitual, conceito, situação e esquema.

O autor explica que Campo Conceitual é, ao mesmo tempo, um conjunto de situações e um conjunto de conceitos. O conjunto de situações cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, conseqüentemente, o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

Vergnaud considera que não é fácil e nem rápido para que ocorra o domínio de um campo conceitual, segundo o autor, o domínio de um campo conceitual as vezes dura a vida toda, e nesse caso existem duas condições que ele chama de ideias principais, que são a Variedade de situações e a História de vida do indivíduo dentro e fora da escola, bem como, a história (epistemologia) do próprio conceito em si mesmo.

Com relação a primeira condição – existe uma grande variedade de situações em um campo conceitual dado, e as variáveis de situação constituem um meio para gerar, de modo sistemático, o conjunto de classes de situações. No que diz respeito à História – os conhecimentos dos alunos são elaborados pelas situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas primeiras situações em que esses conhecimentos foram constituídos.

No caso das variedades, Vergnaud discorre que as situações podem ser distinguidas em dois “tipos”, isto é: 1º) O sujeito dispõe de competências necessárias ao tratamento imediato da situação (conduta automatizada, esquema único), 2º) O sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão, de exploração e de hesitação que o levará talvez ao êxito (uso sucessivo de vários esquemas que podem entrar em competição).

Portanto, a operacionalidade de um conceito deve ser testada através de situações variadas e o pesquisador deve analisar uma grande variedade de condutas e esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, um determinado conceito.

### **3.4.1 No que consiste um Conceito**

Para Vergnaud a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos simbolizado por Vergnaud pela sigla (S I R), ou seja, a letra “S” representar um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; a letra “I” indica um conjunto de invariantes que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; no caso da letra “R”, é usada para representar um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Esta relação de significados envolve um conjunto das formas de linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento. Consequentemente compreende-se um conceito pela seguinte forma de representação por meio da seguinte linguagem  $C = (S, I, L)$ , onde: S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência); I: conjunto de invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado); L, conjunto das formas de linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

A importância desta relação para a avaliação da aprendizagem dos conceitos matemáticos, é de acordo com Vergnaud, o fato de que a análise das tarefas matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado durante essas tarefas, que nos permitem analisar sua competência. Ou seja: Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças e formais, etc.

A linguagem, pode ser avaliada por três aspectos: (a) análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular.

Com relação aos acertos, orienta-se que o professor busque entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa. A respeito dos erros, a necessidade de analisá-los é evidente, pois somente esta análise

permitirá que o professor conheça as dificuldades enfrentadas por seus alunos e os meios para remediar a situação.

Sendo assim, uma consequência direta da Teoria dos Campos Conceituais, é a herança do passado e preparação para o futuro. Ou seja, ensinar pressupõe um claro entendimento das atuais competências e concepções do aluno, de suas competências quando ele era mais jovem e das competências que ele precisará ter quando for mais velho.

### **3.4.2 Função da linguagem, da comunicação e do esquema na TCC**

De acordo com a Teoria dos campos conceituais, a linguagem tem função determinante nas tarefas de estudo da matemática. Auxilia designar as ações, as tarefas e os problemas, identificando os invariantes (objetos, propriedades, relações, teoremas). Além disso, a linguagem favorece o raciocínio lógico e a inferência, ajudando na antecipação dos efeitos e dos objetivos, condicionando o planejamento e o controle da ação.

A comunicação por sua vez, tem função condicionante na representação é ajudando na elaboração do pensamento e na organização da ação. Bem como na organização invariante da atividade para uma classe de situações dadas.

Os esquemas são significantes, tem função de sustentáculo para as competências, são organizadores da conduta durante uma tarefa ou atividade individual. Esse entendimento ajuda explicar porque quando utilizamos um esquema ineficaz para uma certa situação, a experiência nos conduz a mudar de esquema ou a modificar o esquema. Nesse caso, Vergnaud admite as ideias de Piaget que defendia que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, relacionando ações mentais, do tipo assimilação e acomodação.

Pode-se analisar, por exemplo, no esquema da enumeração: - Se uma criança quer contar o número de pessoas em uma sala (objetos e uma mesa) ela realizará no mínimo duas ações:

1) uma coordenação dos movimentos dos olhos e dos gestos do dedo e da mão com relação à posição dos objetos;

2) um enunciado coordenado da sequência numérica; 3) uma cardinalização do conjunto contado com repetição ou com entonação mais forte do último número pronunciado.

Isso mostra que o esquema é composto de regras em ação, antecipações, inferências e o invariantes operatórios pois eles geram uma sequência de ações visando atingir um certo objetivo.

Além disso, verifica-se que um esquema atua sempre sobre uma conceitualização implícita. Ou seja, para efetuar uma adição, fazemos as somas dos números das colunas, começamos pelas unidades, depois as dezenas... se a soma é superior a 10, “vai um”, etc. Todas estas regras são utilizadas, mas não de forma explícita, mas sim, implícitas.

De modo consequente, verifica-se que é em termos de esquema que deve-se avaliar o estudante na escolha das boas operações e dos bons dados para resolver um problema para o qual existem várias possibilidades de escolha.

Sobre Invariantes operatórios – Vergnaud refere-se aos conceitos em ação e teoremas em ação (são os conhecimentos contidos nos esquemas). Nesse sentido, verifica-se que o funcionamento cognitivo do sujeito ou de um grupo de sujeitos em situação repousa sobre o repertório de esquemas disponíveis, anteriormente formados, de cada um dos sujeitos considerados individualmente. Ao mesmo tempo que cada um dos sujeitos descobrem novos aspectos, e eventualmente novos esquemas, em situação.

Neste caso, é possível afirmar que o esquema representa a totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações específicas, é, portanto, um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática.

Conforme Vergnaud, uma vez compreendido a função do esquema, compreende-se que o mesmo ocorre a partir e por meio das Invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação), podendo essa ação do sujeito ser, a antecipações do objetivo a atingir, ou de, efeitos a esperar.

De modo geral, conforme a TCC, a aquisição do conhecimento ocorre por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características históricas e locais. Ou seja, o conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os

estudantes podem usá-lo na sua ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação.

Vergnaud (1994) é enfático ao afirmar que é função do professor identificar quais conhecimentos seus alunos tem explicitamente e quais os que eles usam corretamente, mas não os desenvolveu a ponto de serem explícitos. Esse é um cenário complexo de ser montado.

### 3.5 SOBRE O CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO

Os conceitos multiplicativos são muito bem delineados por vários autores, como CARAÇA (1952), D`AUGUSTINE(1970), FONSECA(1997), LOPES (2005), SHOKRANIAN (2008) e VERGNAUD (1993-1996).

Caraça (1952, p. 62) já retratara a multiplicação, como uma das operações fundamentais da aritmética e que pode ser definida, [...], como uma soma de parcelas iguais, e composta por três termos:

[...] O multiplicando, que exerce o fator passivo uma vez que representa a parcela que se repete, o multiplicador, que exerce um papel ativo, indicando quantas vezes o multiplicando aparece como parcela, ou seja, se repete. E o produto, que é o resultado da multiplicação. Multiplicando e multiplicador são chamados de fatores na multiplicação. (CARAÇA, 2010, p.62).

De acordo com D`Augustine (1970, p.94), “os livro de matemática utilizam três definições de multiplicação, baseando-se nos conjuntos, nas diferentes maneiras de dispor os elementos dos conjuntos e no **produto cruzado**” (grifo do autor).

[...], usando a definição que se baseia nos conjuntos, é apresentado a criança três conjuntos distintos, cada um contendo dois objetos, em seguida seria pedido que a criança determine o numero de elementos dos três conjuntos, pode-se fazer a união dos conjuntos, e o numero obtido será o 6, designado pelo produto 3 e 2. [...], usando a definição que se baseia nas diferentes maneiras de disposições de elementos do conjunto, a criança seria apresentada ao exemplo de três fileiras de pontos com dois pontos em cada fileiras, o aluno seria levado a determinar a propriedade numérica do conjunto assim disposto, obtido por 6, com o produto 3 e 2. [...], o produto cruzado e descrito como uma situação natural de formar pares entre os elementos de dois conjuntos.” (D`AUGUSTINE, 1970, p.95-96).

Essas três possibilidades de apresentar o princípio multiplicativo, demonstra o grau de complexidade que os estudantes enfrentam quando o processo de aquisição dessas estruturas.

Segundo Fonseca (1997, p.51), “a multiplicação remete a ideia de adição de parcelas iguais e raciocínio combinatório.” Este mesmo pensamento é definido por Lopes (2005, p.51) ao dizer que “a multiplicação nada mais é que adicionar uma quantidade de parcelas iguais, trata-se tão somente de uma convenção, de um símbolo para que a notação possa ser simplificada”.

Embora a ideia de Fonseca (1997) pareça intentar simplificar o grau de complexidade, Shokranian (2008, p.11) numa perspectiva mais algébrica, apresenta uma contrapartida e demonstra que a multiplicação consiste ainda numa aplicação da divisão, pois na matemática contemporânea a divisão é escrita na forma  $a/b=c$ , sendo  $b \neq 0$ , assim temos a garantia na escrita multiplicativa que  $a=bc$ .

Estes conceitos são considerados primitivos no ensino da multiplicação, no entanto, são utilizados até os dias atuais, e os mais apresentados aos alunos pelo professor, através da aula expositiva, e durante a utilização do livro didático.

A análise crítica da ação pedagógica nas salas de aula contemporânea revela que a abordagem do ensino de multiplicação inicia-se com a apresentação dos primeiros conceitos de produto e fatores aos alunos, e segue então com a explicação das suas operações e propriedades: elemento neutro, comutativa, associativa e distributiva.

Com relação às propriedades, D`Augustine (1970, p.100 -104), defende que a propriedade de elemento neutro, na multiplicação, deve ser ensinada a criança estruturando-se várias situações de aprendizagem em que um dos fatores seja um. Logo, descobri-se que  $1 \times n = n \times 1 = n$ . [...], isso implica que a propriedade comutativa baseia-se no fato de que  $a \times b = b \times a$ . [...]. Cada propriedade evoca novas situações de aprendizagem, no caso da propriedade associativa, a mesma é descrita pela notação  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ , ao passo que [...] A propriedade distributiva é definida pela notação  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ . A distributiva é uma das propriedades estruturais de maior aplicação. Esta afirmação se justifica no fato de que ela permite flexibilidade no ensino dos fatores e desempenha papel importante no ensino do algoritmo.

No contexto da aprendizagem, os pressupostos acima mostram a complexidade dos diversos conceitos da multiplicação. Isso implica que é importante também, compreender o esquema feito pelo aluno, para aprender os conceitos de multiplicação de forma significativamente.

Carvalho (1994, p. 89) destaca que Vergnaud (1993) explicita muito bem essas concepções específicas da matemática em sua teoria de aprendizagem. O mesmo propaga uma ideia referente à aquisição de conceitos desenvolvidos pela criança em sua teoria dos Campos Conceituais -TCC, e define-a “como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados”.

As formações de conceitos durante o processo de aquisição de conhecimentos tornam-se significativos a partir de uma determinada tentativa de resolver uma situação. Assim, Vergnaud (1996), determina que para compreender essas ocorrências são necessárias três ideias básicas: a situação, as invariantes operatórias e as representações simbólicas (C= S> I> R>).

**S** – Situações - é um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos;  
**I** - Invariantes – cada classe de situações, para ser tratada, requer operações de pensamentos precisas, fato esse que é necessário analisar em detalhes. Essas operações baseiam-se sempre no reconhecimento de invariantes, quer se trate de extrair uma propriedade, uma relação, ou conjunto de relações, ou seja, transforma determinada situação em modelo, quer se trate de lhe aplicar um teorema verdadeiro, não necessariamente explícito;  
**R** - Representações simbólicas – Existem diferentes representações simbólicas possíveis que ajudam os alunos compreender as relações em situações problematizadas. Certas explicações são evidentemente úteis ou indispensáveis para que se tornem os elementos pertinentes a situação (VERGNAUD apud CARVALHO,1994, p.89).

Nesse contexto, pode-se dizer que esse triplete (S – R - I), são entendidos por Vergnaud (apud Moreira, 2011, p.210), pelas seguintes notações: “as situações são o *referente*, dos conceitos, as invariantes operatórias são o *significado* e as representações são o *significante*”. As ideias destas situações são importantes para entender que operação o aluno deve usar na resolução de problema.

Na teoria dos campos conceituais as estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas são campos distintos que se inter-relacionam, isto é; o campo aditivo

inter-relaciona-se com a estrutura multiplicativa em alguns aspectos. Essas especificidades, de cada campo, no entanto podem ser dissociadas.

O campo multiplicativo consiste de todas as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e múltipla, função linear e não linear razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplos e divisores (VERGNAUD apud JUCÁ, 2014, p.95).

Desse modo percebe-se que ao estudar o campo multiplicativo é notório entender a multiplicação e a divisão como operações inversas. Ele, ainda defende que estas devem ser estudadas concomitantemente, pois cada tentativa de solucionar um problema depende da descoberta da operação utilizada.

Segundo Vergnaud, (apud Starepravo, 2010, p.72) ao indicar o estudo das estruturas multiplicativas, “estas se dividem em três subgrupos de diferentes problemas aritméticos de multiplicação e divisão que são: a) isomorfismo de medidas, b) produto de medidas e c) proporção múltipla”. A tabela 3, a seguir, esclarecerá esses três subgrupos do campo multiplicativo para a resolução de situações diversificadas, a partir das ideias de multiplicação:

Tabela 3 – Subgrupos da estrutura multiplicativa.

SUBGRUPO	OPERAÇÃO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Multiplicação	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	Multiplicação	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Multiplicação	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R\$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

Fonte: Adaptação da autora a partir de Jucá<sup>2</sup> (2014, p. 106-111).

A contribuição dessa compreensão sobre cada uma dessas classes de problema, determinado por um subgrupo das estruturas multiplicativas, ajuda o professor identificar as dificuldades dos estudantes em apresentar uma evidente solução a partir de uma operação específica ou de outras operações fundamentais interdependentes. Por outro lado, essa compreensão favorece uma abordagem de ensino mais coerente com o nível de habilidade dos estudantes, além de condicionar uma avaliação mais adequada.

---

<sup>2</sup> Disponível

em: <http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf> ( acessado em 19/01/2018, as 13:33)

## **4 FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS – APRESENTANDO O PRODUTO DA PESQUISA**

Tendo em vista a objetividade da pesquisa, bem como a proposta de elaboração de um produto educacional, este trabalho apresenta uma sequência didática como o seu produto educacional.

O produto é uma aplicação da teoria dos Campos Conceituais com enfoque nas estruturas multiplicativas conforme trabalhadas no 5º ano. Nesta proposta, a abordagem de ensino utiliza a resolução de problemas como metodologia de trabalho e investigação, tendo a teoria dos campos conceituais como modelo cognitivo, considerando que esta teoria é adequada ao ensino de matemática, favorecendo a organização do ensino e a aprendizagem desse componente curricular, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

### **4.1 FUNDAMENTOS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)**

A partir de uma visão materialista e dialética da complexidade do processo de ensino e aprendizagem, Mendoza (2009), defende que toda prática de ensino para ser bem qualificada, precisa ser fundamentada em uma metodologia de ensino e em pelo menos uma teoria de aprendizagem. Seguindo esta orientação, esta proposta que se apresenta neste trabalho se estabelece com base na teoria dos campos conceituais e utiliza como método de ensino a resolução de problema.

Do ponto de vista pedagógico do ensino de matemática, este trabalho utiliza as ideias de Zabala (1998) que coadunam com Mendoza (2009) para a organização e elaboração do produto educacional proposto e, que nada mais é do que uma sequência didática com enfoque no campo multiplicativo.

Com relação ao planejamento, há consenso que o mesmo precisa ser sistematizado, flexível e adequado conforme o nível de conhecimento da turma. De acordo com Zabala (1998), uma forma de sistematizar um plano é a elaboração de uma Sequência Didática (SD) que consiste em uma estratégia de ensino que segue um determinado período de tempo para o processo de aprendizagem.

Para Zabala (1998) uma SD consiste em “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas, articuladas para a realização de certos objetivos educacionais e que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos.”

Consequentemente, Leal (s/d)<sup>3</sup> complementa a ideia de como estruturar uma Sequência Didática. A mesma precisa ser “flexível, e composta por tema, objetivo, justificativa, conteúdo, ano de escolaridade, tempo estimado, material necessário, desenvolvimento, metodologia e avaliação, além de outros que surjam”. Para ilustrar esta sugestão, o quadro 2 apresenta a ideia da autora que sugere um modelo simples de uma SD, baseado nas suas afirmações sobre o que precisa para ela, constar numa SD.

**Quadro 1.** Modelo de estrutura da SD.

Sequência didática	
Escola	
Ano:	Turma:
Professor(a)	
Tema	
Justificativa	
Conteúdo	
Objetivo	
Material necessário:	
Desenvolvimento (metodologia)	
Avaliação:	

Fonte Adaptação da autora.: Disponível em: [http://www.ifrj.edu.br/webfm\\_send/5416](http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416), acessado: 15/01/2018

Verifica-se que o quadro acima demonstra claramente que por meio da SD, o professor poderá elaborar seu plano ação determinando o passo a passo de sua aula e de cada um de seus procedimentos. Ele segue a maioria dos elementos da sequência, porém, este é bem mais detalhado, conforme o exemplo acima:

<sup>3</sup> Disponível em: [http://www.ifrj.edu.br/webfm\\_send/5416](http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416), acessado: 15/01/2018

Este trabalho propõe especificamente, uma SD para a resolução de problemas que pertencem à estrutura multiplicativa próprio do currículo do 5º Ano fundamental. Como se trata de um processo de ensino e aprendizagem, primeiro será planejada a ação do professor e o material ensino e, em seguida a dinâmica da aula que passa pela ação do estudante.

O planejamento da ação e do material de ensino será conduzida com referência na Teoria dos campos conceituais, pelo fato desta teoria favorecer o mapeamento do conteúdo permitindo ao professor a tomada de decisão, com relação de onde iniciar o processo de ensino e quais o tipo de material mais adequado ao aluno.

O planejamento da ação dos estudantes com vista no protagonismo da aprendizagem deles próprios, será baseado nos procedimentos de resolução de problemas de acordo com Pólya (1999) e, conforme registrado no marco referencial teórico deste trabalho. Cada uma das etapas da SD será apresentada de modo fundamentado para que o leitor tenha uma ampla compreensão dos significados de cada uma dessas etapas, bem como, do conjunto de todas elas.

#### 4.2 PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Seguindo o pressuposto acima, nesta sequência é apresentado a sequência didática do produto educacional desta pesquisa.

**Tema:** O tópico escolhido, conforme já foi mencionado, foi as estruturas multiplicativas, proposta constante no currículo do 5º Ano do Ensino Fundamental.

**Justificativa:** O estudo do conceito de multiplicação, bem como da estrutura multiplicativa é de extrema importância para nossos alunos e sua aplicabilidade, conforme avançam para as séries posteriores, tornou-se cada vez mais preciso, para o tratamento e compreensão dos demais conteúdos tanto em matemática como nas áreas a fins onde surgem cálculos envolvendo o princípio multiplicativo. Ou seja, trata-se de um conceito base para outros conceitos, de um conhecimento base para outros conhecimentos da matemática e demais componentes a fins, como a física, a química e outras mais.

**Conteúdos:** De acordo com Vegnaud (1996), o conhecimento matemático está estruturado em campos de conhecimento e por esta razão não tem sentido organizar o processo de ensino a partir de conteúdo e sim por meio de conceitos e campos de conceitos.

Por esta razão, primeiramente foi elaboração o campo conceitual da multiplicação e em seguida foi definição do ponto de partida e do ponto de chegada da sequencias didática. A elaboração do campo conceitual da multiplicação (ver apêndice), também foi referencial para a definição da quantidade de horas aulas, quantidade de problemas, bem como o tipo e categoria de cada um dos problemas apresentados aos estudantes.

**Objetivo:** O objetivo desses instrumentos foi o de aplicar a teoria dos campos conceituais através de procedimentos de ensino por meio de problema referentes às estruturas multiplicativas, analisando a possibilidade de uma abordagem de ensino a partir de uma estrutura conceitual.

Neste contexto, apresentamos neste produto, quatro instrumentos de ensino abordando diferentes grupos de problemas de acordo com a categorização de Vergnaud(2009), em relação ao campo conceitual das estruturas multiplicativas. Esperamos que esse material possa propiciar reflexões a respeito das facilidades e dificuldades enfrentados pelos alunos na resolução de problemas de estruturas multiplicativas.

**Tempo estimado:** 6 h – aulas. De acordo com o cronograma:

<b>CRONOGRAMA DE ATIVIDADES</b>	
<b>Tempo</b>	<b>Objetivo procedimental</b>
1h	Nivelamento da tabuada
4 h	Resolução de problemas
1 h	Avaliação e culminância

Observa-se que o domínio da tabuada é condição para atividades envolvendo as quatro operações, por esta razão o primeiro momento deve-se dedicar atenção ao domínio da tabuada e em seguida mobilizar os estudantes para as atividades de resolução de problemas.

**Material Necessário.** No ensino de matemática através de problemas, o material utilizado é essencialmente o problema pré-elaborado pelo professor. Nesse caso entende-se por problemas “uma tarefa escolar fechada que possui um nível elevado de dificuldades” (Ponte 2003, p. 5).

Nesse sentido o professor deve motivar o estudante para que o mesmo se sinta compelido e deseje resolver o problema proposto. De acordo com

Onuchic (1999), um problema se estabelece quando o estudante deseja resolver uma situação que não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Implica entender que um problema para ser considerado um problema, primeiramente precisa ser legitimado pelo estudante.

A elaboração dos problemas, é outro ponto de atenção nessas sequencia didática. De acordo com Vergnaud (2009) três categorias de problemas são presentes nas estruturas multiplicativas. Estas três ficam aqui registradas como referencial para a elaboração do material didático utilizado nessa sequência didática. Pois eles formam a base do campo conceitual das estruturas multiplicativas e, portanto, determinam a natureza qualitativa e quantitativa do material elaborado para esta sequência.

Tabela 4 – Subgrupos da estrutura multiplicativa.

SUBGRUPO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R\$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

**Fonte:** Adaptação da autora a partir de Jucá<sup>4</sup> (2014, p. 106-111).

De acordo com a tabela 4, foi elaborado o material didático da sequência que consistem em um guia do estudante contendo 3 (três) lista de problemas classificados elaborados com base na classificação apresentada em Vergnaud (2009).

**Metodologia.** No aspecto metodológico, é importante que se divida as orientações em duas dimensões. Isto é: Docente e Discente, que durante o processo de ensino e aprendizagem se conduzem concomitantemente e ao

<sup>4</sup> Disponível

em: <http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf> (acessado em 19/01/2018, as 13:33)

mesmo tempo de modo separado. Na dimensão docente, a metodologia seguida consiste em um roteiro de ensino proposto em Onuchic (2002) que consiste em quatro etapas de ações, de acordo com o tabela 5 a seguir:

**Tabela 5.** Quadro procedimental docente

Nº	Procedimento	Objetivo
1	Entrega do problema	Início das atividades
2	Resolução individual	Envolvimento individual
3	Resolução interativa	Interação e troca de ideias (Trabalho em grupo)
4	Apresentação da resposta	Avaliação / somativa

**Fonte:** Adaptação da Autora a partir de Onuchic (1999).

A tabela 5 apresenta detalhadamente a ação e os procedimentos do professor que durante as ações 2 e 3 deve assumir a postura de mediador procurando manter a ordem e o domínio da turma.

Os procedimentos referentes ao trabalho e controle dos estudantes são estabelecidos com base em Polya (1945) que consiste em (compreender o problema, desenvolver um plano, implementar o plano e avaliar a solução). Para orientar os estudantes quanto a esse procedimento, foi criado um guia de estudo para o estudante, no qual é utilizado a técnica de perguntas chaves para o direcionamento dos estudantes em cada uma dessas quatro ações (ver Apêndices).

**Avaliação.** Conforme (BARBOSA et al. 2013, p. 24), no método de ensino baseado em resolução de problemas, o aluno é conduzido a “Aprender a resolver e resolver para aprender”; sempre mobilizado para a solução de um problema. Nesse sentido, o instrumento de avaliação dessa sequência didática é a próprio material de ensino, isto é; a lista de problemas programado para as três aulas que podem ser reprogramadas conforme a necessidades dos protagonistas. A proposta é que o estudante produza o seu conhecimento de forma autônoma e por meio da interação entre pensar e agir. Considera-se ainda que a avaliação seja mais completa por propiciar o alcance de outros pilares do saber além do

domínio de conceitos, que são aprendizagem de conceitos, atitudes e procedimentos.

Os critérios de avaliação podem ser de acordo com a TCC, as representações de acerto e erro dos respondentes (estudantes) do problema. De acordo com Vergnaud os esquemas registrados pelos estudantes devem mediar o juízo valor sobre os rendimentos e qualificação na aprendizagem dos mesmos. Para auxiliar o professor no processo de avaliação durante a sequência, recorreremos às memórias das experiências em sala de aula com estudantes de matemática do 5º ano e apresentamos com base nessa experiência, alguns indicadores de avaliação que podem auxiliar o professor que poderá adotá-los como protocolo de avaliação. Para não poluir de informações esta sessão, estes indicadores estão reunidos nos apêndices da sequência didática.

## ANÁLISE E DISCUSSÕES

A elaboração do material que chamamos de guia do estudante foi elaborado com base na análise dos subgrupos de problemas descritos por Vergnaud (2009) como próprios das estruturas multiplicativas, isto é: isomorfismo de medidas e produto de medidas, e levando e com base na minha experiência como professora de matemática no 5º Ano Fundamental, na Rede Municipal de ensino de Boa Vista Roraima – RR.

Os problemas componentes do manual dos estudantes não são autênticos, consiste em problemas elaborados e já testados em outros trabalhos, inclusive a maioria já são utilizados na prática da sala de aula pela pesquisadora em sua função docente profissional, na rede de ensino supra mencionada.

Desta forma, a prática na sala de aula com estudantes de 5º Ano revela que alguns estudantes não conseguem compreender essa ideia por meio do raciocínio multiplicativo, no entanto, no geral, grande parte dos alunos conseguiu encontrar as soluções dos problemas idênticos aqueles que compõe a sequência didática deste trabalho.

Outra observação feita na sala de aula, é que entre os estudantes há os que não se apropriaram dos significados do campo multiplicativo e, que utilizamos dados do enunciado do problema sem identificar a operação que resolve o problema ou o procedimento adequado para a resolução. Isso ocorre, talvez, pelo aluno não atribuir significado aos enunciados dos problemas que lhes são apresentados. Esse fato, apoia a análise realizada por Saiz (1996), ao defender que a identificação dos procedimentos a serem realizados depende do significado atribuído pelo aluno à situação. Na sala de aula, percebe-se que algumas vezes o aluno se preocupou em realizar um cálculo com os números contidos no enunciado do problema, abstraindo pouco a compreensão do significado.

Além disso, verifica-se que na análise das interpretações demonstradas pelos alunos que, os mesmos na maioria das vezes conseguem identificar a ideia de uma multiplicação ou divisão mais facilmente em problemas de proporcionalidade simples, como os que contemplam as ideias “um a muitos” ou os que envolviam o significado de configuração retangular.

No manual do estudante foram incluídos problemas contendo a ideia de proporcionalidade, envolvendo a relação “muitos a muitos”. Com relação a esse tipo de problema, a prática na sala de aula, revela que em geral, os estudantes apresentam diversas interpretações equivocadas, e utilizam operações e procedimentos ineficazes para a resolução desse tipo de problemas, demonstrando não compreender o significado dos mesmos. É exatamente nesse ponto que reside o valor da sequência proposta, pois permite que o professor identifique com mais clareza a dificuldade dos estudantes e os atenda conforme as condições objetivas possíveis. Esse tipo de problema permite o professor constatar as fragilidades quanto à interpretação do raciocínio proporcional que dificulta a resolução das situações apresentadas.

Quanto aos problemas que envolvem a ideia de combinatória, estes poderão nos levar de encontro a interpretações distintas, em que os alunos muitas vezes utilizaram procedimentos e esquemas pessoais para a resolução dos problemas ao invés da operação de multiplicação ou divisão. Tais observações dão indícios de que a interpretação dada pelos alunos a estes problemas por muitas vezes não revelam ter a percepção da relação entre as operações, e por algumas vezes demonstraram realizar um trabalho puramente numérico, sem levar em conta o significado do contexto, o que pode ter dificultado a compreensão de algumas situações apresentadas. Esse é o maior benefício do uso da sequência didática proposta.

A partir da análise crítica das experiências da prática da sala de aula, podemos concluir que grande parte dos alunos observados demonstram compreender a ideia que norteia o campo multiplicativo e suas operações; fato que pode ser considerado favorável ao processo de ensino e a aprendizagem deste tema e, portanto à aplicação da sequência proposta neste trabalho. Porém, é evidente que, embora o estudante compreenda a ideia norteadora de cada operação, é necessário que o mesmo saiba identificá-las diante das mais variadas situações, como as apresentadas em nossos instrumentos; necessidade esta que por muitas vezes percebemos não ocorrer em nosso cenário de observação, em que, os mesmos alunos que em um determinado problema demonstraram identificar a ideia envolvida, em outro problema não conseguem elaborar procedimentos de resolução.

Portanto, o valor da SD didática aqui proposta concentra-se em; trabalhar as diversas possibilidades de problemas que contemplam o campo multiplicativo, abordando os diversos grupos de problemas e ideias multiplicativas, possibilitando que o aluno possa se deparar com diferentes situações e ter a autonomia de

posteriormente identificá-las e articulá-las diante de problemas que envolvam cada grupo de ideias pertencente a este campo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, procuramos justificar a importância da atenção e sistematização das abordagens de ensino e aprendizagem da Multiplicação nas séries iniciais, buscando trazer deste tanto seus aspectos cognitivos quanto a sua influência para a formação inicial dos estudantes.

O objetivo desta pesquisa foi verificar se a possibilidades de elaborar um instrumento de ensino diferenciado tendo como base metodológico a resolução de problemas, conforme o estabelecido pela teoria de George Polya e formalizado pela teoria dos campos conceituais de Gerard Vergnaud.

Partindo da questão direcionadora que foi, a TCC na base da resolução de problemas pode promover essa abordagem de ensino mais eficaz? Foi possível sistematizar esse processo de investigação, verificando os pontos de relevância da teoria (TCC), bem como da metodologia para a elaboração de um instrumento de ensino com objetivos mais comprometido com o sucesso dos estudantes nas séries posteriores a partir do quinto ano do ensino Fundamental.

Acredita-se que, quando o processo é elaborado a partir de um campo de conceito e não de uma lista de conteúdo, orientando o trabalho dos discentes seguindo essa lógica, os discentes poderão obter um rendimento mais eficiente, além de, implicitamente, desenvolver no seu aluno o hábito da investigação, da formulação e da validação do resultado encontrado.

Com relação à metodologia eleita neste trabalho, pensamos que uma aula ministrada a partir da apresentação de um problema matemático em que o discente deverá descobrir o caminho para resolvê-lo, possibilita ao estudante a alegria de vencer obstáculos, vivenciando plenamente assim a “matemática” como um campo de conhecimento e não apenas, uma disciplinas de cálculos e operações sem sentido.

Assim sendo, uma proposta é que o professor instigue o raciocínio dos discentes, e trabalhe com a Resolução de Problemas de Multiplicação seguindo as quatro etapas de ações propostas em Polya (1945), ou seja, algo que se apresenta com potencialidade de ser eficiente, podendo promover o aprendizado mais efetivo.

Como contribuição final, temos a proposta de uma sequência didática que foi estruturada de acordo com Zabala (1998) e Leal (s/d). O material para ser utilizado na sequência didáticas proposta está nos apêndices e compreende o mapa conceitual

das estruturas multiplicativas e o guia do estudante que segue as orientações de Vergnaud (2009).

Portanto, vale ressaltar neste momento final, que esse procedimento de escolha e aplicação das fases de Polya juntamente com a complementação dos estudos Gerard Vegnaud, pode ser aplicado a qualquer área da Matemática, bem como também em todos os níveis de ensino, já que suas investigações são aplicáveis a todos as resoluções de problemas matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. PCN, **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/ Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. -3. ed.- Brasília: A Secretaria,2001.
- CARAÇA, Bento. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: tipografia Matemática, 1952. 318p.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia Do Ensino da Matemática**- 2 ed. Ver. – São Paulo: Cortez, 1994. ( Coleção Magistério 2º grau. Série Formação do Professor)
- D`AMBRÓSIO, Ubiratan, 1932 – **Educação matemática: da teoria à prática**. 23ª ed. - Campinas, SP: Papyrus, 2012 – ( coleção Perspectivas em educação matemática).
- D`AUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da Matemática**. Ed. Livo técnico S.A. Rio de Janeiro – 1970.
- DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1ª ed,- São Paulo: Ática, 2010..
- Díaz, Félix. **O processo de aprendizagem e seus transtornos / Félix Díaz**. - Salvador : EDUFBA, 2011. 396 p. il.
- FARIA, W. de. **Aprendizagem e planejamento de ensino**. São Paulo, Ática, 1989
- HILGARD, E.R. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo, EPU, 4º Reimpressão, 1975.
- FONSECA, Solange. **Metodologia de ensino: matemática**. Belo Horizonte, MG. Ed. Lê: Fundacao Helena. Antipoff, 1997. (Coleção Apoio)
- LOPES, Sergio Roberto. **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente**. Sergio Roberto Lopes. Ricardo Luiz Viana, Shirdelene Vieira de Almmeida Lopes. Curitiba: Ibpex, 2005.
- MOREIRA, Marco Antônio, 1942. **Teorias de aprendizagem**/Marco Antonio Moareira. 2. Ed. Ampl. São Paulo: EPU. 2011.OLIVEIRA, Martha Khol de. Vygotsky. São Paulo: Scipione, 1993.
- MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. Marco Antonio Moreira, Elcie F. Salzano Masini. São Paulo : centauro, 2001.
- OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997.
- ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUICHIC E ALLEVATO, N. S. G. **Novas Reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas.** In BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. Cortez, São Paulo, 2004, p. 213 – 231.

ONUICHIC, Lourdes de la Rosa. **Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – I SERP, 2008, - Rio Claro, Anais de Trabalhos Completos I SERP, Rio Claro: UNESP, 2008.**

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas.** Trad.: Heitor Lisboa de Araújo. Ed. Interciência, 2006. Título original: How to solve it, 1945.

PONTE, João Pedro Mendes. Investigar, ensinar e aprender. (2003) Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)> Acesso em 10 abr. 2012.

SAMPIERI, Roberto Hernandez. **Metodologia da Pesquisa/** Roberto Hernandez Sampieri, Carlos Hernández Collado, Pilar Baptista Lucio. 3. Ed. – São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

SHOKRANIAN, Salahoddin. **Uma introdução à teoria dos números.** Rio de Janeiro: Editora Ciencia Moderna Ltda, 2008.

SKINNER, **Teorias de aprendizagem são necessárias?** Rev. Brasileira de Análise do Comportamento. Vol. 1, nº1, 2005.

STAREPRAVO, A.R. **Mundo das ideias: jogando com a matemática, número e operações /** Ana Ruth Starepravo. Curitiba: ed. Aymarará,2009.

STENBERG, Robert J. **Psicologia Cognitiva.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação,** 12. Ed. São Paulo. Cortez, 2003. (coleção temas básicos de pesquisa-ação).

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

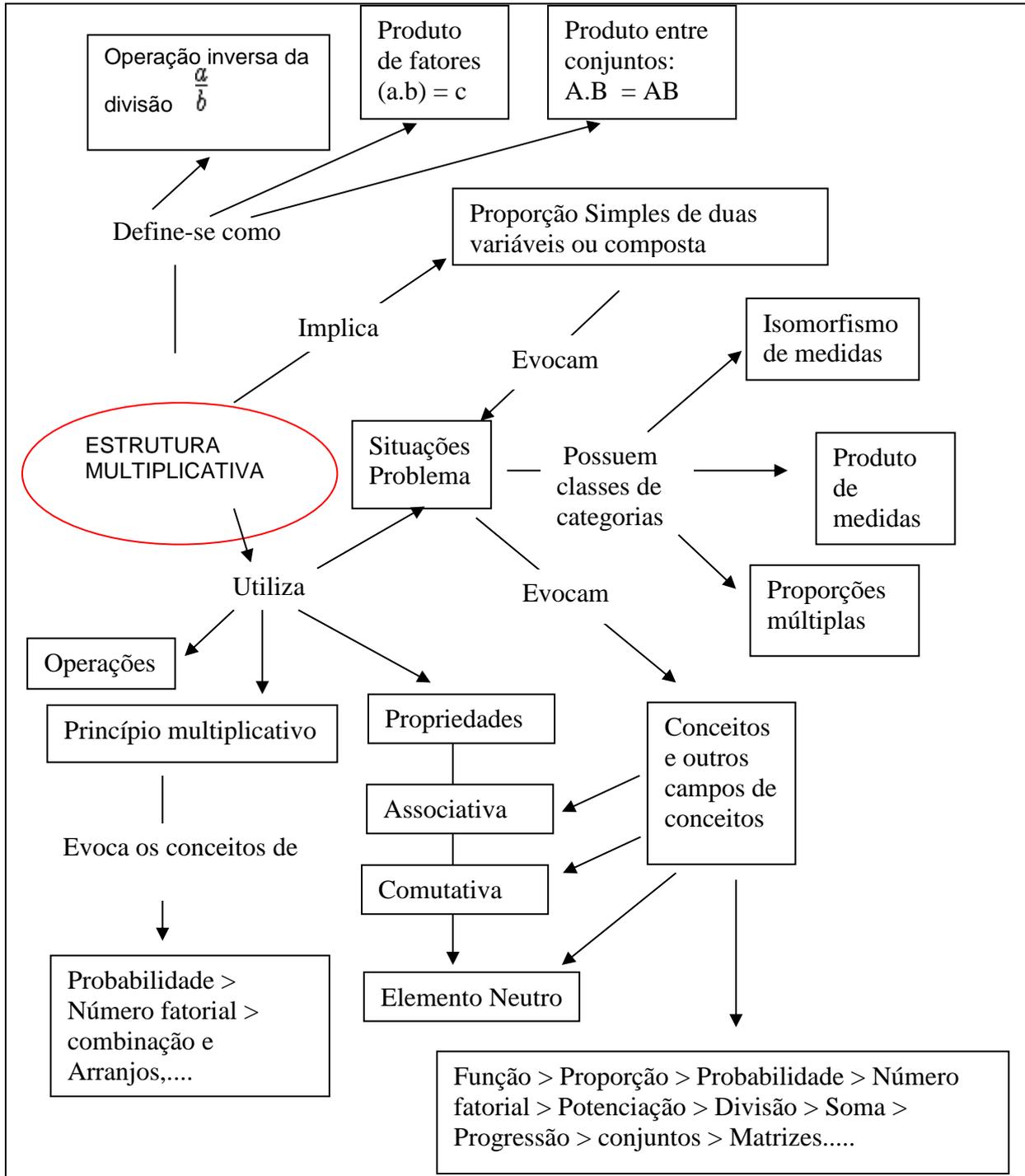
VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais.** In: BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar.** Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

# APÊNDICE

## APÊNDICE 1.

## MAPA CONCEITUAL: ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS



Fonte: Adaptação da autora

Legenda de conceitos:

○ = Conceito Principal; □ = conceitos Secundários; □ = conceitos terciários

**APÊNDICE 2.****PROPOSTA DE UM MANUAL DO ESTUDANTE.****MANUAL DO ESTUDANTE**

Escola: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Ano/Turma: \_\_\_\_\_ Turno: \_\_\_\_\_

**Caro Estudante,**

As tarefas que você está recebendo foram elaboradas para ajudar você desenvolver domínio no campo da multiplicação, para que a sua aprendizagem seja construída como parte de sua vida cotidiana e do mundo ao seu redor, as tarefas estão contextualizadas com questões reais do nosso dia - à - dia. Assim, você encontrará diferentes situações-problema envolvendo o princípio da multiplicação que deverão ser resolvidos conforme as orientações contidas e de acordo com a dinâmica do professor (a). Bons estudos! Aproveite suas aulas de Matemática, fazendo delas um espaço de investigação e construção de conhecimento, sempre auxiliado pelo seu professor(a).

**Tarefa 1.**

Em uma festa de aniversário na sala de aula, cada aluno levou 3 garrafas de refrigerante. Ao todo compareceram 27 alunos. Considerando que todos levaram os refrigerantes, quantas garrafas haviam?

- a) 25      b) 35      c) 50      d) 100      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 2.**

Para uma festa de aniversário, 31 levaram 93 garrafas de refrigerante, se todos levaram a mesma quantidade, quantas garrafas levou cada pessoa?

- a) 5      b) 3      c) 9      d) 10      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 3.**

Para uma festa foram levadas 72 garrafas de refrigerante. Se cada um dos convidados levaram 3 garrafas, quantas pessoas foram convidadas?

- a) 5      b) 3      c) 24      d) 20      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 4.**

Em um grupo de 12 menino que colecionam carrinhos. Juntos eles têm 48 carrinhos. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos carrinhos haveriam se 21 meninos colecionassem carrinhos?

- a) 84      b) 34      c) 24      d) 124      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 5.**

Sabe-se que 15 meninos colecionam chaveiros e, que juntos têm 75 chaveiros. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos meninos colecionariam chaveiros se juntos tivessem 90 chaveiros?

- a) 5      b) 15      c) 14      d) 16      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 6.**

Um grupo de 16 meninos tem ao todo 64 bolinhas de gude. Considerando que todos têm a mesma quantidade, quantas bolinhas haveriam se 12 meninos estivessem nesse grupo?

- a) 5      b) 3      c) 24      d) 48      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

<b>Tarefa 7:</b>
As meninas de uma classe de estudantes têm a mesma quantidade de adesivos. Se 24 meninas juntas têm 72 adesivos. Quantas meninas teriam na turma se tivesse apenas 42 adesivos?
a) 5      b) 3      c) 24      d) 14      e) NDA
<b>Qual a incógnita?</b>
<b>O que se deve procurar?</b>
<b>Quais os dados?</b>
<b>Solução:</b>

<b>Tarefa 8.</b>
Em uma caixa com formato retangular cabem 96 maçãs, sabendo que as maçãs estão organizadas em fileiras e que cada fileira cabe 12 maçãs. Quantas fileiras de maçãs há nessa caixa?
a) 8      b) 12      c) 18      d) 48      e) NDA
<b>Qual a incógnita?</b>
<b>O que se deve procurar?</b>
<b>Quais os dados?</b>
<b>Solução:</b>

<b>Tarefa 9.</b>
Uma caixa de ovos tem formato retangular. Os ovos estão organizados em 6 fileiras com 8 ovos em cada fileira. Quantos ovos há nessa caixa?
a) 8      b) 12      c) 18      d) 48      e) NDA
<b>Qual a incógnita?</b>
<b>O que se deve procurar?</b>
<b>Quais os dados?</b>
<b>Solução:</b>

### Apêndice 3

#### Protocolo de Avaliação

Este protocolo segue alguns indicadores das representações de alguns estudantes de 5º Ano, com relação aos conceitos e significados envolvidos nos problemas, no Campo Multiplicativo. Seguem um total de 8 (oito) indicadores elaborados de acordo com as perguntas mediadora contidas na lista de problemas e que são intuídas a partir das 4 (quatro) operações ou passos que de acordo com Polya (1945), são executadas pelos estudantes na resolução de um problema.

Nº	INDICADOR
1	Identificam a ideia da operação que resolve o problema e acertam os procedimentos
2	Identificam a ideia da operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos corretamente.
3	Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.
4	Não identificam a operação e acertam os procedimentos/algoritmos utilizados.
5	Não identificam a operação e erram os procedimentos
6	Não identificam a operação que resolve o problema, apenas indicam uma operação, e não a desenvolvem.
7	Indicam apenas o resultado e acertam.
8	Não resolvem.



SECRETARIA DE EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE DESENVOLVIMENTO  
E APERFEIÇOAMENTO PROFISSIONAL  
DO SERVIDOR PÚBLICO MUNICIPAL

## **PRODUTO EDUCACIONAL**

# **SEQUENCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA (AUTORA)  
ROSSITER AMBRÓSIO DOS SANTOS(ORIENTADOR)**

Boa Vista – RR  
Ano 2019

SUYANNE RODRIGUES ALVES LARANJEIRA (AUTORA)  
ROSSITER AMBRÓSIO DOS SANTOS(ORIENTADOR)

**PRODUTO EDUCACIONAL**  
**SEQUENCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO NO**  
**5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

## APRESENTAÇÃO

Tendo em vista a proposta de elaboração de um produto educacional, este, apresenta uma sequência didática como o seu produto educacional.

O produto é uma aplicação da teoria dos Campos Conceituais com enfoque nas estruturas multiplicativas conforme trabalhadas no 5º ano.

Nesta proposta, a abordagem de ensino utiliza a resolução de problemas como metodologia de trabalho e investigação, tendo a teoria dos campos conceituais como modelo cognitivo, considerando que esta teoria é adequada ao ensino de matemática, favorecendo a organização do ensino e a aprendizagem desse componente curricular, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

## A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao estudar matemática na escola percebe-se que ela está presente em mais diversificadas situações, que nos possibilitam interpretar e resolver problemas do nosso cotidiano. Entretanto interpretar e resolver problemas são duas ideias paralelas consistentes, porém difíceis de compreender, pois cada indivíduo procura resolver seus problemas muita das vezes a partir de suas próprias experiências ou copiando as ideias propostas para a solução de outros.

Considerando inicialmente o conceito de problema, vale a pergunta: O que é um problema? Vários autores como, (PALHARES, 2004), (DANTE,1982), (PÓLYA, 1980) explicam do que se trata um problema. Palhares (2004, p.12), diz que “um problema é uma situação para qual [...] se dispõe de procedimentos que nos permite determinar a solução.” Para Dante (apud LESTER,1982) o problema “é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para qual não se dispõe um caminho rápido e direto que o leve à solução.”

Segundo Pólya (1980, p. 32) “ter um problema significa procurar conscientemente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.” Nos PCNs (Brasil 1997), encontra-se que o aluno somente consegue resolver problemas desde que ele: “Elabore um ou vários procedimentos de resolução, compare seus resultados com outros alunos e valide seus procedimentos” (PCNS, 2001, p.44).

Nestas propostas exercícios repetitivos devem ser deixados de lado (enunciados do tipo “arme e efetue”, “resolva as contas” etc.), e propõe-se ao aluno resolver problemas através de variadas possíveis soluções.

De acordo com Brito (2010, p.18) “a solução de problemas refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios necessários para atingir a solução.”

Segundo Palhares et al. (2001, p.11) uma definição para resolução de problemas consiste em “um processo através do qual o indivíduo ou o grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confrontam no dia-a-dia.”

Aqui vale destacar que com base na teoria dos campos conceituais, aqueles alunos que possui maior domínio conceitual, saberão identificar mais facilmente os conceitos embutidos na base do problema proposto e descobriram mais rapidamente o caminho da solução para o problema proposto.

Um fator importante nessa abordagem, são as etapas do pensamento dentro da estrutura cognitiva para solucionar o problema. Vários autores Como Dewey (1910), Pólya (1978), Gagné (1983), Mayer (1992) descrevem e adaptam essas etapas como referência de como o pensamento pode ser organizado para resolver um problema. Porém, o sucesso de cada etapa dessa organização de etapas mentais depende do domínio de conhecimento dos conceitos evocados pelo problema apresentado.

Na tabela abaixo relacionam-se as principais ideias obres as etapas de solução de um problema.

**Tabela 2 – proposições de etapas do processo de resolução de problemas**

Ano	Autor	Conhecimentos Necessários
1910	DEWEY	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecimento de um problema;</li> <li>• Análise e percepção do problema;</li> <li>• Hipótese e formulação de soluções;</li> <li>• Raciocinar sobre o problema;</li> <li>• Verificação ou testagem da solução;</li> </ul>
1978	PÓLYA	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender o problema;</li> <li>• Conceber um plano;</li> <li>• Executar o plano;</li> <li>• Verificar a solução;</li> </ul>
1983	GAGNÉ	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduzir o problema para uma expressão matemática;</li> <li>• Executar uma operação que modifique a expressão;</li> <li>• Validar a solução;</li> </ul>
1992	MAYER	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do enunciado;</li> <li>• Conhecimento do esquema;</li> <li>• Conhecimento algorítmico;</li> <li>• Conhecimento estratégico</li> </ul>
ATUALMENTE	IDEIAS GERAIS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação;</li> <li>• Planejamento;</li> <li>• Execução</li> <li>• Monitoramento;</li> </ul>

Fonte: (BRITO, 2010, p. 23-26) Adaptação: autora.

Assim sendo, a tabela 1 destaca que os autores citados utilizam basicamente das mesmas etapas de conhecimentos necessários para resolver problema. Alguns utilizam termos com mais profundidade e outros somente com as ideias essenciais. Portanto, isso implica que a maneira de enfrentar o problema sempre é a mesma, não muda, o que muda é a situação que exige domínio específico em cada problema distinto.

## **TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS - PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES**

A relevância da Teoria dos Campos Conceituais para os processos de ensino e de aprendizagem, é que ela permite que os professores localizem dentro de um dado campo conceitual as dificuldades dos estudantes de modo mais técnico, além de fornecer princípios e um quadro coerente para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, tal como o processo de conceitualização (VERGNAUD, 1996).

Vergnaud (1990; 1996) afirma que no decorrer do tempo, decorrente do uso de uma variedade de situações, os conceitos matemáticos são delineados tanto no âmbito da sala de aula, como no cotidiano dos estudantes. Por esta razão, geralmente, cada situação não pode ser analisada a partir de apenas um conceito, sendo ideal que o professor analise a partir de um campo de conceitos interligados na base da situação.

Isso implica no entendimento de que por mais simples que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito e, um conceito não pode ter significado a partir de uma única situação. Desse modo, a formação do conhecimento acontece a partir de um conjunto de situações e conceitos, os quais Vergnaud (1990; 1996) denomina de campos conceituais.

Vergnaud (1990; 1996) definiu um campo conceitual como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Em cada campo conceitual existe uma variedade de situações, de modo que o conhecimento está organizado em campos

conceituais cujo domínio pelo estudante demanda um longo período de tempo, por meio de sua experiência, maturidade e aprendizagem.

Como sugestão, há um consenso de que estudar um campo conceitual gera maior ganho do que estudar um conceito isoladamente, essa sugestão se justifica pelo fato de que em qualquer situação-problema nunca um conceito aparece isolado. Além disso, boa parte do conhecimento dos estudantes decorre das primeiras situações que eles conseguem dar conta ou das experiências vivenciadas durante as tentativas em modificá-las.

Isso implica dizer que, ao se deparar com uma nova situação, o estudante mobiliza seus conhecimentos adquiridos a partir de experiências em situações anteriores e tentam adaptá-los à nova situação.

Como dito anteriormente. Há uma relação de reciprocidade entre conceito e situação, ou seja, um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos. Vergnaud (1996), discorre que um conceito adquire sentido para os estudantes quando é abordado em situações-problema com crescente complexidade. São as situações que dão sentido aos conceitos, entretanto, é necessário que o estudante as perceba como situações-problema. Da mesma forma, o professor precisa ter clareza dos conceitos que ele deseja que o aluno construa ao elaborar situações-problema.

Portanto, a vantagem em trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais consiste na possibilidade que ela oferece em encontrar elementos que contribuem na análise das dificuldades dos alunos, além de constituir uma ferramenta poderosa para a formulação de situações-problema (CAMPOS, et al, 2007).

## **A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Trata-se de uma teoria cognitivista neopiagetiana, cujo objeto de interesse é o conhecimento como componente essencial da aprendizagem. A teoria dos campos conceituais tem o objetivo de esclarecer de modo coerente alguns princípios base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas relevando das ciências e das técnicas de ensino, de modo mais aproximado, da aprendizagem matemática (Vergnaud, 1990).

Vergnaud estrutura a sua teoria com base em alguns princípios que são direcionadores de seus estudos, tais como: **campo conceitual**, **conceito**, **situação** e **esquema**.

O autor explica que **Campo Conceitual** é, ao mesmo tempo, um conjunto de **situações** e um conjunto de **conceitos**. O conjunto de situações cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão e, conseqüentemente, o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

Vergnaud considera que não é fácil e nem rápido para que ocorra o domínio de um campo conceitual, segundo o autor, o domínio de um campo conceitual as vezes dura a vida toda, e nesse caso existem duas condições que ele chama de ideias principais, que são a **Variedade** de situações e a **História** de vida do indivíduo dentro e fora da escola, bem como, a história (epistemologia) do próprio conceito em si mesmo.

Com relação a primeira condição – existe uma grande **variedade** de situações em um campo conceitual dado, e as variáveis de situação constituem um meio para gerar, de modo sistemático, o conjunto de classes de situações. No que diz respeito à **História** – os conhecimentos dos alunos são elaborados pelas situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, sobretudo pelas primeiras situações em que esses conhecimentos foram constituídos.

No caso das variedades, Vergnaud discorre que as situações podem ser distinguidas em dois “tipos”, isto é: 1º) O sujeito dispõe de competências necessárias ao tratamento imediato da situação (conduta automatizada, esquema único), 2º) O sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão, de exploração e de hesitação que o levará talvez ao êxito (uso sucessivo de vários esquemas que podem entrar em competição).

Portanto, a operacionalidade de um conceito deve ser testada através de situações variadas e o pesquisador deve analisar uma grande variedade de condutas e esquemas para compreender em que consiste, do ponto de vista cognitivo, um determinado conceito.

## O Conceito na TCC

Para Vergnaud a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos simbolizado por Vergnaud pela sigla (S I R), ou seja, a letra “**S**” representar um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; a letra “**I**” indica um conjunto de invariantes que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; no caso da letra “**R**”, é usada para representar um conjunto de representações simbólicas, as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Esta relação de significados envolve um conjunto das formas de linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento. Consequentemente compreende-se um conceito pela seguinte forma de representação por meio da seguinte linguagem  $C = (S, I, L)$ , onde: **S**: conjunto de **situações** que dão sentido ao conceito (a referência); **I**: conjunto de **invariantes** sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas (o significado); **L**, conjunto das **formas de linguagem** que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante).

A importância desta relação para a avaliação da aprendizagem dos conceitos matemáticos, é de acordo com Vergnaud, o fato de que a análise das tarefas matemáticas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontado durante essas tarefas, que nos permitem analisar sua competência. Ou seja: Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças e formais, etc.

A linguagem, pode ser avaliada por três aspectos: (a) análise do acerto e erro, sendo considerado competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que outro, porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular.

Com relação aos acertos, orienta-se que o professor busque entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, já que o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo

que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa. A respeito dos erros, a necessidade de analisá-los é evidente, pois somente esta análise permitirá que o professor conheça as dificuldades enfrentadas por seus alunos e os meios para remediar a situação.

Sendo assim, uma consequência direta da Teoria dos Campos Conceituais, é a herança do passado e preparação para o futuro. Ou seja, ensinar pressupõe um claro entendimento das atuais competências e concepções do aluno, de suas competências quando ele era mais jovem e das competências que ele precisará ter quando for mais velho.

## **Função da linguagem, da comunicação e do esquema na TCC**

De acordo com a Teoria dos campos conceituais, a linguagem tem função determinante nas tarefas de estudo da matemática. Auxilia designar as ações, as tarefas e os problemas, identificando os invariantes (objetos, propriedades, relações, teoremas). Além disso, a linguagem favorece o raciocínio lógico e a inferência, ajudando na antecipação dos efeitos e dos objetivos, condicionando o planejamento e o controle da ação.

A comunicação por sua vez, tem função condicionante na representação é ajudando na elaboração do pensamento e na organização da ação. Bem como na organização invariante da atividade para uma classe de situações dadas.

Os esquemas são significantes, tem função de sustentáculo para as competências, são organizadores da conduta durante uma tarefa ou atividade individual. Esse entendimento ajuda explicar porque quando utilizamos um esquema ineficaz para uma certa situação, a experiência nos conduz a mudar de esquema ou a modificar o esquema. Nesse caso, Vergnaud admite as ideias de Piaget que defendia que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, relacionando ações mentais, do tipo assimilação e acomodação.

Pode-se analisar, por exemplo, no esquema da enumeração: - Se uma criança quer contar o número de pessoas em uma sala (objetos e uma mesa) ela realizará no mínimo duas ações:

1) uma coordenação dos movimentos dos olhos e dos gestos do dedo e da mão com relação à posição dos objetos;

2) um enunciado coordenado da sequência numérica; 3) uma cardinalização do conjunto contado com repetição ou com entonação mais forte do último número pronunciado.

Isso mostra que o esquema é composto de regras em ação, antecipações, inferências e os invariantes operatórios pois eles geram uma sequência de ações visando atingir um certo objetivo.

Além disso, verifica-se que um esquema atua sempre sobre uma conceitualização implícita. Ou seja, para efetuar uma adição, fazemos as somas dos números das colunas, começamos pelas unidades, depois as dezenas... se a soma é superior a 10, “vai um”, etc. Todas estas regras são utilizadas, mas não de forma explícita, mas sim, implícitas.

De modo consequente, verifica-se que é em termos de esquema que deve-se avaliar o estudante na escolha das boas operações e dos bons dados para resolver um problema para o qual existem várias possibilidades de escolha.

Sobre Invariantes operatórios – Vergnaud refere-se aos conceitos em ação e teoremas em ação (são os conhecimentos contidos nos esquemas). Nesse sentido, verifica-se que o funcionamento cognitivo do sujeito ou de um grupo de sujeitos em situação repousa sobre o repertório de esquemas disponíveis, anteriormente formados, de cada um dos sujeitos considerados individualmente. Ao mesmo tempo que cada um dos sujeitos descobrem novos aspectos, e eventualmente novos esquemas, em situação.

Neste caso, é possível afirmar que o esquema representa a totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações específicas, é, portanto, um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática.

Conforme Vergnaud, uma vez compreendido a função do esquema, compreende-se que o mesmo ocorre a partir e por meio das Invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação), podendo essa ação do sujeito ser, a antecipações do objetivo a atingir, ou de, efeitos a esperar.

De modo geral, conforme a TCC, a aquisição do conhecimento ocorre por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características históricas e locais. Ou seja, o conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que

eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os estudantes podem usá-lo na sua ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação.

Vergnaud (1994) é enfático ao afirmar que é função do professor identificar quais conhecimentos seus alunos tem explicitamente e quais os que eles usam corretamente, mas não os desenvolveu a ponto de serem explícitos. Esse é um cenário complexo de ser montado.

## SOBRE O CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO

Os conceitos multiplicativos são muito bem delineados por vários autores, como CARAÇA (1952), D`AUGUSTINE(1970), FONSECA(1997), LOPES (2005), SHOKRANIAN (2008) e VERGNAUD (1993-1996).

Caraça (1952, p. 62) já retratara a multiplicação, como uma das operações fundamentais da aritmética e que pode ser definida, [...], como uma soma de parcelas iguais, e composta por três termos:

[...] O multiplicando, que exerce o fator passivo uma vez que representa a parcela que se repete, o multiplicador, que exerce um papel ativo, indicando quantas vezes o multiplicando aparece como parcela, ou seja, se repete. E o produto, que é o resultado da multiplicação. Multiplicando e multiplicador são chamados de fatores na multiplicação. (CARAÇA, 2010, p.62).

De acordo com D`Augustine (1970, p.94), “os livro de matemática utilizam três definições de multiplicação, baseando-se nos conjuntos, nas diferentes maneiras de dispor os elementos dos conjuntos e no **produto cruzado**” (grifo do autor).

[...], usando a definição que se baseia nos conjuntos, é apresentado a criança três conjuntos distintos, cada um contendo dois objetos, em seguida seria pedido que a criança determine o numero de elementos dos três conjuntos, pode-se fazer a união dos conjuntos, e o numero obtido será o 6, designado pelo produto 3 e 2. [...], usando a definição que se baseia nas diferentes maneiras de disposições de elementos do conjunto, a criança seria apresentada ao exemplo de três fileiras de pontos com dois pontos em cada fileiras, o aluno seria levado a determinar a propriedade numérica do conjunto assim disposto, obtido por 6, com o produto 3 e 2. [...], o produto cruzado e descrito como uma situação natural de formar pares entre os elementos de dois conjuntos.” (D`AUGUSTINE, 1970, p.95-96).

Essas três possibilidades de apresentar o princípio multiplicativo, demonstra o grau de complexidade que os estudantes enfrentam quando o processo de aquisição dessas estruturas.

Segundo Fonseca (1997, p.51), “a multiplicação remete a ideia de adição de parcelas iguais e raciocínio combinatório.” Este mesmo pensamento é definido por Lopes (2005, p.51) ao dizer que “a multiplicação nada mais é que adicionar uma quantidade de parcelas iguais, trata-se tão somente de uma convenção, de um símbolo para que a notação possa ser simplificada”.

Embora a ideia de Fonseca (1997) pareça intentar simplificar o grau de complexidade, Shokranian (2008, p.11) numa perspectiva mais algébrica, apresenta uma contrapartida e demonstra que a multiplicação consiste ainda numa aplicação da divisão, pois na matemática contemporânea a divisão é escrita na forma  $a/b=c$ , sendo  $b \neq 0$ , assim temos a garantia na escrita multiplicativa que  $a=bc$ .

Estes conceitos são considerados primitivos no ensino da multiplicação, no entanto, são utilizados até os dias atuais, e os mais apresentados aos alunos pelo professor, através da aula expositiva, e durante a utilização do livro didático.

A análise crítica da ação pedagógica nas salas de aula contemporânea revela que a abordagem do ensino de multiplicação inicia-se com a apresentação dos primeiros conceitos de produto e fatores aos alunos, e segue então com a explicação das suas operações e propriedades: elemento neutro, comutativa, associativa e distributiva.

Com relação às propriedades, D`Augustine (1970, p.100 -104), defende que a propriedade de elemento neutro, na multiplicação, deve ser ensinada a criança estruturando-se várias situações de aprendizagem em que um dos fatores seja um. Logo, descobri-se que  $1 \times n = n \times 1 = n$ . [...], isso implica que a propriedade comutativa baseia-se no fato de que  $a \times b = b \times a$ . [...]. Cada propriedade evoca novas situações de aprendizagem, no caso da propriedade associativa, a mesma é descrita pela notação  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ , ao passo que [...] A propriedade distributiva é definida pela notação  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ . A distributiva é uma das propriedades estruturais de maior aplicação. Esta afirmação se justifica no fato de que ela permite flexibilidade no ensino dos fatores e desempenha papel importante no ensino do algoritmo.

No contexto da aprendizagem, os pressupostos acima mostram a complexidade dos diversos conceitos da multiplicação. Isso implica que é importante também, compreender o esquema feito pelo aluno, para aprender os conceitos de multiplicação de forma significativamente.

Carvalho (1994, p. 89) destaca que Vergnaud (1993) explicita muito bem essas concepções específicas da matemática em sua teoria de aprendizagem. O mesmo propaga uma ideia referente à aquisição de conceitos desenvolvidos pela criança em sua teoria dos Campos Conceituais -TCC, e define-a “como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados”.

As formações de conceitos durante o processo de aquisição de conhecimentos tornam-se significativos a partir de uma determinada tentativa de resolver uma situação. Assim, Vergnaud (1996), determina que para compreender essas ocorrências são necessárias três ideias básicas: a situação, as invariantes operatórias e as representações simbólicas (C= S> I> R>).

**S** – Situações - é um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos;  
**I** - Invariantes – cada classe de situações, para ser tratada, requer operações de pensamentos precisas, fato esse que é necessário analisar em detalhes. Essas operações baseiam-se sempre no reconhecimento de invariantes, quer se trate de extrair uma propriedade, uma relação, ou conjunto de relações, ou seja, transforma determinada situação em modelo, quer se trate de lhe aplicar um teorema verdadeiro, não necessariamente explícito;  
**R** - Representações simbólicas – Existem diferentes representações simbólicas possíveis que ajudam os alunos compreender as relações em situações problematizadas. Certas explicações são evidentemente úteis ou indispensáveis para que se tornem os elementos pertinentes a situação (VERGNAUD apud CARVALHO,1994, p.89).

Nesse contexto, pode-se dizer que esse triplete (S – R - I), são entendidos por Vergnaud (apud Moreira, 2011, p.210), pelas seguintes notações: “as situações são o *referente*, dos conceitos, as invariantes operatórias são o *significado* e as representações são o *significante*”. As ideias destas situações são importantes para entender que operação o aluno deve usar na resolução de problema.

Na teoria dos campos conceituais as estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas são campos distintos que se inter-relacionam, isto é; o campo aditivo inter-relaciona-se com a estrutura multiplicativa em alguns aspectos. Essas especificidades, de cada campo, no entanto podem ser dissociadas.

O campo multiplicativo consiste de todas as situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e múltipla, função linear e não linear razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplos e divisores (VERGNAUD apud JUCÁ, 2014, p.95).

Desse modo percebe-se que ao estudar o campo multiplicativo é notório entender a multiplicação e a divisão como operações inversas. Ele, ainda defende que estas devem ser estudadas concomitantemente, pois cada tentativa de solucionar um problema depende da descoberta da operação utilizada.

Segundo Vergnaud, (apud Starepravo, 2010, p.72) ao indicar o estudo das estruturas multiplicativas, “estas se dividem em três subgrupos de diferentes problemas aritméticos de multiplicação e divisão que são: a) isomorfismo de medidas, b) produto de medidas e c) proporção múltipla”. A tabela 2, a seguir, esclarecerá esses três subgrupos do campo multiplicativo para a resolução de situações diversificadas, a partir das ideias de multiplicação:

Tabela 3 – Subgrupos da estrutura multiplicativa.

SUBGRUPO	OPERAÇÃO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Multiplicação	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	Multiplicação	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Multiplicação	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R\$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

Fonte: Adaptação da autora a partir de Jucá<sup>5</sup> (2014, p. 106-111).

<sup>5</sup> Disponível

em: <http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf> ( acessado em 19/01/2018, as 13:33)

A contribuição dessa compreensão sobre cada uma dessas classes de problema, determinado por um subgrupo das estruturas multiplicativas, ajuda o professor identificar as dificuldades dos estudantes em apresentar uma evidente solução a partir de uma operação específica ou de outras operações fundamentais interdependentes. Por outro lado, essa compreensão favorece uma abordagem de ensino mais coerente com o nível de habilidade dos estudantes, além de condicionar uma avaliação mais adequada.

## **FUNDAMENTOS DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)**

A partir de uma visão materialista e dialética da complexidade do processo de ensino e aprendizagem, Mendoza (2009), defende que toda prática de ensino para ser bem qualificada, precisa ser fundamentada em uma metodologia de ensino e em pelo menos uma teoria de aprendizagem. Seguindo esta orientação, esta proposta que se apresenta neste trabalho se estabelece com base na teoria dos campos conceituais e utiliza como método de ensino a resolução de problema.

Do ponto de vista pedagógico do ensino de matemática, este trabalho utiliza as ideias de Zabala (1998) que coadunam com Mendoza (2009) para a organização e elaboração do produto educacional proposto e, que nada mais é do que uma sequência didática com enfoque no campo multiplicativo.

Com relação ao planejamento, há consenso que o mesmo precisa ser sistematizado, flexível e adequado conforme o nível de conhecimento da turma. De acordo com Zabala (1998), uma forma de sistematizar um plano é a elaboração de uma Sequência Didática (SD) que consiste em uma estratégia de ensino que segue um determinado período de tempo para o processo de aprendizagem.

Para Zabala (1998) uma SD consiste em “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas, articuladas para a realização de certos objetivos educacionais e que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos.”

Consequentemente, Leal (s/d)<sup>6</sup> complementa a ideia de como estruturar uma Sequência Didática. A mesma precisa ser “flexível, e composta por tema, objetivo,

---

<sup>6</sup> Disponível em: [http://www.ifrj.edu.br/webfm\\_send/5416](http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416), acessado: 15/01/2018

justificativa, conteúdo, ano de escolaridade, tempo estimado, material necessário, desenvolvimento, metodologia e avaliação, além de outros que surjam”. Para ilustrar esta sugestão, o quadro 2 apresenta a ideia da autora que sugere um modelo simples de uma SD, baseado nas suas afirmações sobre o que precisa para ela, constar numa SD.

**Quadro 1.** Modelo de estrutura da SD.

Sequência didática	
Escola	
Ano:	Turma:
Professor(a)	
Tema	
Justificativa	
Conteúdo	
Objetivo	
Material necessário:	
Desenvolvimento (metodologia)	
Avaliação:	

Fonte Adaptação da autora.: Disponível em: [http://www.ifrj.edu.br/webfm\\_send/5416](http://www.ifrj.edu.br/webfm_send/5416), acessado: 15/01/2018

Verifica-se que o quadro acima demonstra claramente que por meio da SD, o professor poderá elaborar seu plano ação determinando o passo a passo de sua aula e de cada um de seus procedimentos. Ele segue a maioria dos elementos da sequência, porém, este é bem mais detalhado, conforme o exemplo acima:

Este trabalho propõe especificamente, uma SD para a resolução de problemas que pertencem à estrutura multiplicativa próprio do currículo do 5º Ano fundamental. Como se trata de um processo de ensino e aprendizagem, primeiro será planejada a ação do professor e o material ensino e, em seguida a dinâmica da aula que passa pela ação do estudante.

O planejamento da ação e do material de ensino será conduzida com referência na Teoria dos campos conceituais, pelo fato desta teoria favorecer o mapeamento do conteúdo permitindo ao professor a tomada de decisão, com relação de onde iniciar o processo de ensino e quais o tipo de material mais adequado ao aluno.

O planejamento da ação dos estudantes com vista no protagonismo da aprendizagem deles próprios, será baseado nos procedimentos de resolução de problemas de acordo com Pólya (1999) e, conforme registrado no marco referencial teórico deste trabalho. Cada uma das etapas da SD será apresentada de modo fundamentado para que o leitor tenha uma ampla compreensão dos significados de cada uma dessas etapas, bem como, do conjunto de todas elas.

## PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Seguindo o pressuposto acima, nesta sequência é apresentado a sequência didática do produto educacional.

**Tema:** O tópico escolhido, conforme já foi mencionado, foi as estruturas multiplicativas, proposta constante no currículo do 5º Ano do Ensino Fundamental.

**Justificativa:** O estudo do conceito de multiplicação, bem como da estrutura multiplicativa é de extrema importância para nossos alunos e sua aplicabilidade, conforme avançam para as séries posteriores, tornou-se cada vez mais preciso, para o tratamento e compreensão dos demais conteúdos tanto em matemática como nas áreas a fins onde surgem cálculos envolvendo o princípio multiplicativo. Ou seja, trata-se de um conceito base para outros conceitos, de um conhecimento base para outros conhecimentos da matemática e demais componentes a fins, como a física, a química e outras mais.

**Conteúdos:** De acordo com Vegnaud (1996), o conhecimento matemático está estruturado em campos de conhecimento e por esta razão não tem sentido organizar o processo de ensino a partir de conteúdo e sim por meio de conceitos e campos de conceitos.

Por esta razão, primeiramente foi elaboração o campo conceitual da multiplicação e em seguida foi definição do ponto de partida e do ponto de chegada da sequencias didática. A elaboração do campo conceitual da multiplicação (ver apêndice), também foi referencial para a definição da quantidade de horas aulas, quantidade de problemas, bem como o tipo e categoria de cada um dos problemas apresentados aos estudantes.

**Objetivo:** O objetivo desses instrumentos foi o de aplicar a teoria dos campos conceituais através de procedimentos de ensino por meio de problema referentes às

estruturas multiplicativas, analisando a possibilidade de uma abordagem de ensino a partir de uma estrutura conceitual.

Neste contexto, apresentamos neste produto, quatro instrumentos de ensino abordando diferentes grupos de problemas de acordo com a categorização de Vergnaud(2009), em relação ao campo conceitual das estruturas multiplicativas. Esperamos que esse material possa propiciar reflexões a respeito das facilidades e dificuldades enfrentados pelos alunos na resolução de problemas de estruturas multiplicativas.

**Tempo estimado:** 6 h – aulas. De acordo com o cronograma:

<b>CRONOGRAMA DE ATIVIDADES</b>	
<b>Tempo</b>	<b>Objetivo procedimental</b>
1h	Nivelamento da tabuada
4 h	Resolução de problemas
1 h	Avaliação e culminância

Observa-se que o domínio da tabuada é condição para atividades envolvendo as quatro operações, por esta razão o primeiro momento deve-se dedicar atenção ao domínio da tabuada e em seguida mobilizar os estudantes para as atividades de resolução de problemas.

**Material Necessário.** No ensino de matemática através de problemas, o material utilizado é essencialmente o problema pré-elaborado pelo professor. Nesse caso entende-se por problemas “uma tarefa escolar fechada que possui um nível elevado de dificuldades” (Ponte 2003, p. 5).

Nesse sentido o professor deve motivar o estudante para que o mesmo se sinta compelido e deseje resolver o problema proposto. De acordo com Onuchic (1999), um problema se estabelece quando o estudante deseja resolver uma situação que não sabe como resolver, mas que deseja resolver. Implica entender que um problema para ser considerado um problema, primeiramente precisa ser legitimado pelo estudante.

A elaboração dos problemas, é outro ponto de atenção nessas sequencia didática. De acordo com Vergnaud (2009) três categorias de problemas são presentes nas estruturas multiplicativas. Estas três ficam aqui registradas como referencial para a elaboração do material didático utilizado nessa sequência

didática. Pois eles formam a base do campo conceitual das estruturas multiplicativas e, portanto, determinam a natureza qualitativa e quantitativa do material elaborado para esta sequência.

Tabela 4 – Subgrupos da estrutura multiplicativa.

SUBGRUPO	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
Isomorfismo de Medidas	Problemas de proporção simples entre duas grandezas;	Comprei um pacote de bombons com 48 unidades. Se comprasse 5 pacotes, quantos bombons teria?
Produto de Medidas	São dadas duas medidas elementares e se pede o produto dessas medidas;	Qual é a área de um terreno que mede 3m de largura e 6 de comprimento?
Proporção Múltipla	Todos os procedimentos são multiplicativos;	Uma família de 12 pessoas quer passar 10 dias de férias num acampamento particular. A despesa diária, por pessoa é de R\$50,00. Quanto a família gastará nas suas férias?

**Fonte:** Adaptação da autora a partir de Jucá<sup>7</sup> (2014, p. 106-111).

De acordo com a tabela 4, foi elaborado o material didático da sequência que consistem em um manual do estudante contendo 3 (três) lista de problemas classificados elaborados com base na classificação apresentada em Vergnaud (2009).

**Metodologia.** No aspecto metodológico, é importante que se divida as orientações em duas dimensões. Isto é: Docente e Discente, que durante o processo de ensino e aprendizagem se conduzem concomitantemente e ao mesmo tempo de modo separado. Na dimensão docente, a metodologia seguida consiste em um roteiro de ensino proposto em Onuchic (2002) que consiste em quatro etapas de ações, de acordo com a tabela 5 a seguir:

Tabela 5. Quadro procedimental docente

Nº	Procedimento	Objetivo
1	Entrega do problema	Início das atividades
2	Resolução individual	Envolvimento individual

<sup>7</sup> Disponível

em: <http://www.ufmt.br/ufmt/unidade/userfiles/publicacoes/2362e354dc9eecd465fa0fad311a8bf1.pdf> (acessado em 19/01/2018, as 13:33)

3	Resolução interativa	Interação e troca de ideias (Trabalho em grupo)
4	Apresentação da resposta	Avaliação / somativa

**Fonte:** Adaptação da Autora a partir de Onuchic (1999).

A tabela 5 apresenta detalhadamente a ação e os procedimentos do professor que durante as ações 2 e 3 deve assumir a postura de mediador procurando manter a ordem e o domínio da turma.

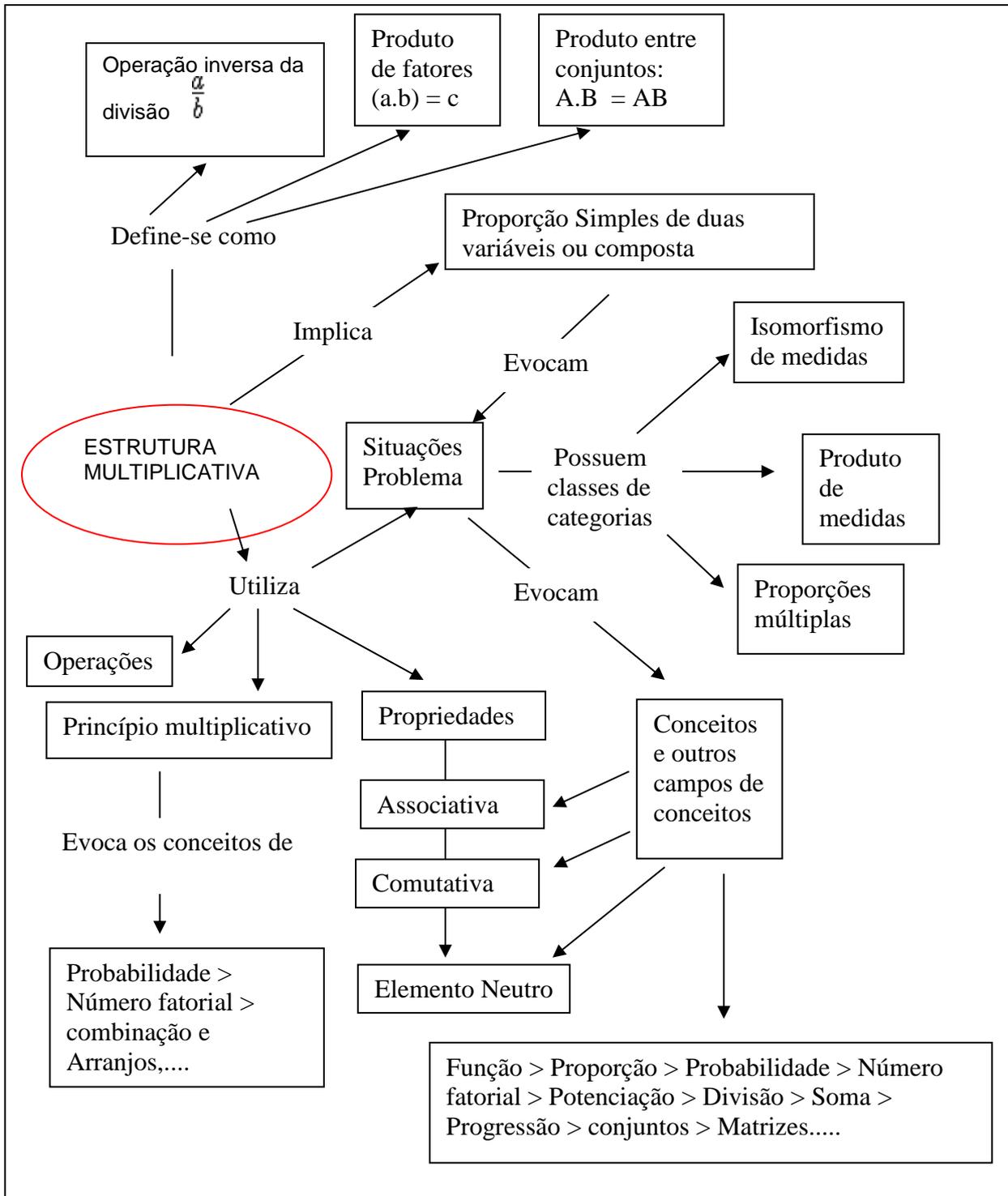
Os procedimentos referentes ao trabalho e controle dos estudantes são estabelecidos com base em Polya (1945) que consiste em (compreender o problema, desenvolver um plano, implementar o plano e avaliar a solução). Para orientar os estudantes quanto a esse procedimento, foi criado um guia de estudo para o estudante, no qual é utilizado a técnica de perguntas-chaves para o direcionamento dos estudantes em cada uma dessas quatro ações (ver Apêndices).

**Avaliação.** Conforme (BARBOSA et al. 2013, p. 24), no método de ensino baseado em resolução de problemas, o aluno é conduzido a “Aprender a resolver e resolver para aprender”; sempre mobilizado para a solução de um problema. Nesse sentido, o instrumento de avaliação dessa sequência didática é o próprio material de ensino, isto é; a lista de problemas programado para as três aulas que podem ser reprogramadas conforme as necessidades dos protagonistas. A proposta é que o estudante produza o seu conhecimento de forma autônoma e por meio da interação entre pensar e agir. Considera-se ainda que a avaliação seja mais completa por propiciar o alcance de outros pilares do saber além do domínio de conceitos, que são aprendizagem de conceitos, atitudes e procedimentos.

Os critérios de avaliação podem ser de acordo com a TCC, as representações de acerto e erro dos respondentes (estudantes) do problema. De acordo com Vergnaud os esquemas registrados pelos estudantes devem mediar o juízo de valor sobre os rendimentos e qualificação na aprendizagem dos mesmos. Para auxiliar o professor no processo de avaliação durante a sequência, recorreremos às memórias das experiências em sala de aula com estudantes de matemática do 5º ano e apresentamos com base nessa experiência, alguns

indicadores de avaliação que podem auxiliar o professor que poderá adotá-los como protocolo de avaliação. Para não poluir de informações esta sessão, estes indicadores estão reunidos nos apêndices da sequência didática.

**MAPA CONCEITUAL: ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS**



Fonte: Adaptação da autora

○ = Conceito Principal; □ = conceitos Secundários; □ = conceitos terciários

**PROPOSTA DE UM MANUAL DO ESTUDANTE.****MANUAL DO ESTUDANTE**

Escola: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Ano/Turma: \_\_\_\_\_ Turno: \_\_\_\_\_

**Caro Estudante,**

As tarefas que você está recebendo foram elaboradas para ajudar você desenvolver domínio no campo da multiplicação, para que a sua aprendizagem seja construída como parte de sua vida cotidiana e do mundo ao seu redor, as tarefas estão contextualizadas com questões reais do nosso dia - à - dia. Assim, você encontrará diferentes situações-problema envolvendo o princípio da multiplicação que deverão ser resolvidos conforme as orientações contidas e de acordo com a dinâmica do professor (a). Bons estudos! Aproveite suas aulas de Matemática, fazendo delas um espaço de investigação e construção de conhecimento, sempre auxiliado pelo seu professor(a).

**Tarefa 1.**

Em uma festa de aniversário na sala de aula, cada aluno levou 3 garrafas de refrigerante. Ao todo compareceram 27 alunos. Considerando que todos levaram os refrigerantes, quantas garrafas haviam?

- a) 25      b) 35      c) 50      d) 100      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 2.**

Para uma festa de aniversário, 31 levaram 93 garrafas de refrigerante, se todos levaram a mesma quantidade, quantas garrafas levou cada pessoa?

- a) 5      b) 3      c) 9      d) 10      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 3.**

Para uma festa foram levadas 72 garrafas de refrigerante. Se cada um dos convidados levaram 3 garrafas, quantas pessoas foram convidadas?

- a) 5      b) 3      c) 24      d) 20      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 4.**

Em um grupo de 12 menino que colecionam carrinhos. Juntos eles têm 48 carrinhos. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos carrinhos haveriam se 21 meninos colecionassem carrinhos?

- a) 84      b) 34      c) 24      d) 124      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 5.**

Sabe-se que 15 meninos colecionam chaveiros e, que juntos têm 75 chaveiros. Considerando que todos tenham a mesma quantidade. Quantos meninos colecionariam chaveiros se juntos tivessem 90 chaveiros?

- a) 5      b) 15      c) 14      d) 16      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 6.**

Um grupo de 16 meninos tem ao todo 64 bolinhas de gude. Considerando que todos têm a mesma quantidade, quantas bolinhas haveriam se 12 meninos estivessem nesse grupo?

- a) 5      b) 3      c) 24      d) 48      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 7:**

As meninas de uma classe de estudantes têm a mesma quantidade de adesivos. Se 24 meninas juntas têm 72 adesivos. Quantas meninas teriam na turma se tivesse apenas 42 adesivos?

- a) 5      b) 3      c) 24      d) 14      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 8.**

Em uma caixa com formato retangular cabem 96 maçãs, sabendo que as maçãs estão organizadas em fileiras e que cada fileira cabe 12 maçãs. Quantas fileiras de maçãs há nessa caixa?

- a) 8      b) 12      c) 18      d) 48      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

**Tarefa 9.**

Uma caixa de ovos tem formato retangular. Os ovos estão organizados em 6 fileiras com 8 ovos em cada fileira. Quantos ovos há nessa caixa?

- a) 8      b) 12      c) 18      d) 48      e) NDA

**Qual a incógnita?**

**O que se deve procurar?**

**Quais os dados?**

**Solução:**

### Protocolo de Avaliação

Este protocolo segue alguns indicadores das representações de alguns estudantes de 5º Ano, com relação aos conceitos e significados envolvidos nos problemas, no Campo Multiplicativo. Seguem um total de 8 (oito) indicadores elaborados de acordo com as perguntas mediadoras contidas na lista de problemas e que são intuídas a partir das 4 (quatro) operações ou passos que de acordo com Polya (1945), são executadas pelos estudantes na resolução de um problema.

Nº	INDICADOR
1	Identificam a ideia da operação que resolve o problema e acertam os procedimentos
2	Identificam a ideia da operação que resolve o problema, mas não utilizam os procedimentos corretamente.
3	Identificam a operação que resolve o problema, mas apenas indicam a operação, e não a desenvolvem.
4	Não identificam a operação e acertam os procedimentos/algoritmos utilizados.
5	Não identificam a operação e erram os procedimentos
6	Não identificam a operação que resolve o problema, apenas indicam uma operação, e não a desenvolvem.
7	Indicam apenas o resultado e acertam.
8	Não resolvem.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. PCN, **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**/ Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. -3. ed.- Brasília: A Secretaria,2001.

CARAÇA, Bento. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: tipografia Matemática, 1952. 318p.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia Do Ensino da Matemática**- 2 ed. Ver. – São Paulo: Cortez, 1994. ( Coleção Magistério 2º grau. Série Formação do Professor)

D`AUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da Matemática**. Ed. Livo técnico S.A. Rio de Janeiro – 1970.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1ª ed,- São Paulo: Ática, 2010..

Díaz, Félix. **O processo de aprendizagem e seus transtornos** / Félix Díaz. - Salvador : EDUFBA, 2011. 396 p. il.

FONSECA, Solange. **Metodologia de ensino: matemática**. Belo Horizonte, MG. Ed. Lê: Fundacao Helena. Antipoff, 1997. (Coleção Apoio)

LOPES, Sergio Roberto. **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente**. Sergio Roberto Lopes. Ricardo Luiz Viana, Shirdelene Vieira de Almmeida Lopes. Curitiba: Ibpex, 2005.

MOREIRA, Marco Antônio, 1942. **Teorias de aprendizagem**/Marco Antonio Moareira. 2. Ed. Ampl. São Paulo: EPU. 2011. OLIVEIRA, Martha Khol de. Vygotsky. São Paulo: Scipione, 1993.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. Marco Antonio Moreira, Elcie F. Salzano Masini. São Paulo : centauro, 2001.

OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC E ALLEVATO, N. S. G. **Novas Reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas**. In BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. Cortez, São Paulo, 2004, p. 213 – 231.

ONUICH, Lourdes de la Rosa. **Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo** In: **I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS – I SERP**, 2008, - Rio Claro, Anais de Trabalhos Completos I SERP, Rio Claro: UNESP, 2008.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Trad.: Heitor Lisboa de Araújo. Ed. Interciência, 2006. Título original: How to solve it, 1945.

PONTE, João Pedro Mendes. Investigar, ensinar e aprender. (2003) Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)> Acesso em 10 abr. 2012.

SHOKRANIAN, Salahoddin. **Uma introdução à teoria dos números**. Rio de Janeiro: Editora Ciencia Moderna Ltda, 2008.

STAREPRAVO, A.R. **Mundo das ideias: jogando com a matemática, número e operações** / Ana Ruth Starepravo. Curitiba: ed. Aymarará, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **A teoria dos campos conceituais**. In: BRUN, J. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

ZABALA, Antoni., **A prática educativa: como ensinar**. Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.