



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE  
APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO JOGO “TRILHANDO NA  
GEOMETRIA ESPACIAL”, FUNDAMENTADA NA TEORIA DE  
GALPERIN, NOS ESTUDANTES DA 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DA  
ESCOLA AGROTÉCNICA DA UFRR**

**LUCIENE NUNES DA SILVA**

---

Dissertação de Mestrado  
Boa Vista/RR, Abril de 2019



**LUCIENE NUNES DA SILVA**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO DE  
APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO JOGO “TRILHANDO NA  
GEOMETRIA ESPACIAL”, FUNDAMENTADA NA TEORIA DE  
GALPERIN, NOS ESTUDANTES DA 2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DA  
ESCOLA AGROTÉCNICA DA UFRR.**

Dissertação apresentada ao Mestrado em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção de título de Mestre em Ensino de Ciências.

Linha de pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

Orientador: Profº DSc. Oscar Tintorer Delgado

**Boa Vista – RR**

**2019**

**Copyright © 2019 by Luciene Nunes da Silva**

Todos os direitos reservados. Está autorizada a reprodução total ou parcial deste trabalho, desde que seja informada a **fonte**.

Universidade Estadual de Roraima – UERR  
Coordenação do Sistema de Bibliotecas  
Multiteca Central  
Rua Sete de Setembro, 231 Bloco – F Bairro Canarinho  
CEP: 69.306-530 Boa Vista - RR  
Telefone: (95) 2121.0945  
E-mail: biblioteca@uerr.edu.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586r SILVA, Luciene Nunes da.  
Resolução de Problemas no processo de aprendizagem através do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”, fundamentada na Teoria de Galperin, nos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio da Escola Agrotécnica da UFRR. / Luciene Nunes da Silva. – Boa Vista (RR) : UERR, 2019.  
180 f. : il. Color. 30 cm.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, tendo como linha de pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências, sob a orientação do Prof. D. Sc. Oscar Tintorer Delgado.

Inclui apêndices.  
Inclui anexos.  
Acompanha Produto Educacional.

1. Formação por etapas das ações mentais 2. Atividade de Situações Problema 3. Resolução de Problema 4. Geometria Espacial 5. Jogo  
I. Delgado, Oscar Tintorer (orient.) II. Universidade Estadual de Roraima – UERR III. Título

UERR.Dis.Mes.Ens.Cie.2019.06 CDD – 516.06 (21. ed.)

FOLHA DE APROVAÇÃO

LUCIENE NUNES DA SILVA

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

Aprovado(a) em: 25/04/2019

Banca Examinadora



Prof. Dr. Oscar Tintorer Delgado

Universidade Estadual de Roraima- UERR

Orientador



Prof. Dr. Héctor José García Mendoza

Universidade Estadual de Roraima- UERR

Membro Interno



Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Edileusa do Socorro Valente Belo

Universidade Federal de Roraima - UFRR

Membro Externo

Boa Vista – RR

2019

## DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação primeiramente a Deus, pela saúde e perseverança, a toda minha família, a meu companheiro José Natalino e minha filha Letícia – Razão do meu Viver.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que meu deus deu forças para superar as dificuldades, coragem e sabedoria necessárias para concluir este trabalho. Obrigada Senhor!

A minha amada filha, Leticia Nunes Furtado, por compreender a necessidade de minha ausência e por alegrar minha vida nos momentos mais difíceis. Ao meu companheiro José Natalino Furtado da Silva, pelo apoio, paciência e compreensão nos momentos de estudos.

A minha família, em especial a minha mãe Vicença Bandeira Silva e minha irmã Leoziene Nunes da Silva, por cuidarem de minha filha nos momentos que precisei.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Oscar Tintorer Delgado, pela paciência orientação e dedicação durante toda a fase desta pesquisa. Ao Prof. Dr. Héctor José García Mendoza, pelas contribuições fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima – UERR, pelas contribuições e por terem me possibilitado ampliar meus conhecimentos.

Aos colegas de turma que colaboraram diretamente ou indiretamente nas discussões e ideias colaborativas. Aos colegas do Grupo de Pesquisa, especialmente à Virgínia Florêncio Ferreira de Alencar Nascimento e Francisma de Oliveira Diniz, pela amizade e companheirismo no desenvolvimento das atividades em equipe e ideias colaborativas.

A Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima – EAgro, e aos colegas e amigos, pelo apoio e incentivo durante o curso, em especial, Ivanilde Lima Barros e Ricardo Penha Moreno.

A minha amiga Leyde Dayane Martinho de Andrade pela ajuda nos momentos que precisei. Enfim, a todos que torceram pela realização deste trabalho e constantemente torcem por mim, pelos pensamentos positivos, carinho e orações.

## RESUMO

Este trabalho trata-se de uma Dissertação na linha “Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências” do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima-UERR, envolvendo conexões teóricas formuladas e fundamentadas nas teorias de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, na Direção da Atividade de Estudo de Talízina e no Ensino Problematizador de Majmutov. Teve como objetivo estudar a contribuição no processo de aprendizagem de Resolução de Problemas na Geometria Espacial através do jogo “Trilhando na Geometria Espacial, fundamentada na Teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin aos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima. Os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos através da pesquisa mista (qualitativa e quantitativa) com enfoque qualitativo como predominantes para explicar o desempenho dos estudantes. Na qualitativa as ações e operações da Atividade de Situações Problema foram representadas por categorias, no quantitativo, foram convertidas em variáveis. Os instrumentos utilizados para a coleta e análise dos dados foram duas provas de lápis e papel, questionários, autoavaliação, guia de observação e um jogo de trilha. A amostra esteve composta por 15 estudantes da 2ª Série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima. Os resultados demonstraram que os estudantes apresentam uma evolução significativo em cada ação da ASP escolhida para cada problema matemático, como também, as quatro etapas qualitativas de Formação das Ações Mentais de Galperin, iniciando com a base orientadora da ação até a linguagem interna para si. De modo geral, o processo de aprendizagem de resolução de problemas utilizando o jogo “Trilhando na Geometria Espacial” como um recurso didático contribuiu para elevação do entendimento do conceito estudado, pois a forma como os estudantes aprenderam a agir em relação as situações problemas matemáticos, os proporcionaram habilidade aceitável para resolver problemas de Geometria Espacial. Como materialização do trabalho de pesquisa desenvolvido, foi elaborado um produto final que compreende Sequência Didática dentro do tema Geometria Espacial, a partir da de resolução de problemas utilizando a Atividade de Situações Problemas como metodologia de ensino auxiliada com jogo de trilha como recurso didático, que visa contribuir com a aprendizagem dos estudantes e apontar uma possibilidade metodológica aos professores de matemática do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Formação por etapas das ações mentais. Atividade de Situações Problema. Resolução de Problema. Geometria Espacial. Jogo.

## RESUMEN

Este trabajo se trata de una Disertación en la línea "Métodos Pedagógicos y Tecnologías Digitales en la Enseñanza de las Ciencias" del Programa de Postgrado en Enseñanza de Ciencias de la Universidad Estadual de Roraima-UERR, involucrando conexiones teóricas formuladas y fundamentadas en las teorías de Formación por Etapas de las Acciones Mentales de Galperin, en la Dirección de la Actividad de Estudio de Talizina y en la Enseñanza Problematizador de Majmutov. El objetivo de este trabajo fue analizar la contribución en el proceso de aprendizaje de la resolución de problemas en la Geometría Espacial a través del juego "Trillando en la Geometría Espacial, fundamentada en la Teoría de formación por etapas de las acciones mentales de Galperin a los estudiantes de la 2ª Serie de la Enseñanza Media Integrada al Técnico en Agropecuaria de la Escuela Agrotécnica de la Universidad Federal de Roraima. Los procedimientos metodológicos fueron desarrollados a través de la investigación mixta (cualitativa y cuantitativa) con enfoque cualitativo como predominantes para explicar el desempeño de los estudiantes. En la cualitativa las acciones y operaciones de la Actividad de Situaciones Problema fueron representadas por categorías, en el cuantitativo, fueron convertidas en variables. Los instrumentos utilizados para la recolección y análisis de los datos fueron dos pruebas de lápices y papel, cuestionarios, autoevaluación, guía de observación y un juego de pista. La muestra estuvo compuesta por 15 estudiantes de la 2ª Serie de la Enseñanza Media Integrada al Técnico en Agropecuaria de la Escuela Agrotécnica de la Universidad Federal de Roraima. Los resultados demostraron que los estudiantes presentan una evolución significativa en cada acción de la ASP elegida para cada problema matemático, así como las cuatro etapas cualitativas de Formación de las Acciones Mentales de Galperin, iniciándose con la base orientadora de la acción hasta el lenguaje interno para sí. En general, el proceso de aprendizaje de resolución de problemas utilizando el juego "Trillando en la Geometría Espacial" como un recurso didáctico contribuyó a elevar el entendimiento del concepto estudiado, pues la forma como los estudiantes aprendieron a actuar en relación con las situaciones problemas matemáticos les proporcionó habilidad aceptable para resolver problemas de Geometría Espacial. Como materialización del trabajo de investigación desarrollado, se elaboró un producto final que comprende Secuencia Didáctica dentro del tema Geometría Espacial, a partir de la de resolución de problemas utilizando la Actividad de Situaciones Problemas como metodología de enseñanza auxiliada con juego de pista como recurso didáctico, que se pretende contribuir con el aprendizaje de los estudiantes y apuntar una posibilidad metodológica a los profesores de matemáticas de la Enseñanza Media.

**Palabras clave:** Formación por etapas de las acciones mentales. Actividad de Situaciones Problema. Resolución de problemas. Geometría Espacial. Juego.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sistematização da estrutura das características das ações.....	25
Figura 2 - Direção da Atividade de Estudo .....	33
Figura 3 - Figura ilustrativa da definição de Prisma .....	39
Figura 4 - Figura ilustrativa dos elementos do prisma .....	40
Figura 5 - Figura ilustrativa da classificação do prisma .....	40
Figura 6 - Figura ilustrativa da diagonal do paralelepípedo retângulo.....	41
Figura 7 - Representação de área de um paralelepípedo .....	42
Figura 8 - Figura ilustrativa da diagonal do cubo.....	43
Figura 9 - Representação de área de um cubo .....	43
Figura 10 - Figura ilustrativa da definição de Pirâmide .....	44
Figura 11 - Figura ilustrativa dos elementos de uma pirâmide .....	45
Figura 12 - Cilindro - definição .....	46
Figura 13 - Elementos do cilindro.....	47
Figura 14 - Classificação do cilindro.....	47
Figura 15 - Área lateral - cilindro .....	48
Figura 16 - Área total – Cilindro.....	48
Figura 17 - Cone - definição .....	49
Figura 18 - Elementos do cone .....	50
Figura 19 - Classificação do cone .....	50
Figura 20 - Área lateral e total - Cone .....	51
Figura 21 - Esfera – definição .....	52
Figura 22 - Fase Metodológica da pesquisa .....	69
Figura 23 - Resolução do (E2) na Q-1 “c” – Avaliação diagnóstica.....	74
Figura 24 - Resolução do (E14) na Q-2 “d” – Avaliação diagnóstica.....	77
Figura 25 - Resolução do (E14) na Q-2 “c” e “e” – Avaliação diagnóstica .....	77
Figura 26 - Resolução do (E8) na Q-2 “f” – Avaliação diagnóstica.....	78
Figura 27 - Resolução do (E6) na Q-4 – Avaliação diagnóstica.....	85
Figura 28 - Resolução do (E7) nas (Q10 e Q26).....	103
Figura 29 - Resolução do (E2) - Q56 .....	115
Figura 30 - Resolução do (E2) -Q56 .....	115
Figura 31 - Resolução do (E1) na Q54.....	118

Figura 32 - Resolução do (E9) na Q54.....	118
Figura 33 - - Resolução do (E11) na Q55 .....	119
Figura 34 - Resolução do (E8) na Q55.....	119
Figura 35 - Resolução do (E2) na Q-1 – Avaliação Final .....	127
Figura 36 - Resolução do estudante (E3) na Q-2 – Avaliação Final.....	130
Figura 37- Resolução do (E12) na Q-3 – Avaliação Final .....	133
Figura 38 - Resolução do (E9) na Q-3 – Avaliação Final .....	133
Figura 39 - Estudantes na Etapa Material – Jogo “Trilhando na Geometria Espacial .....	139

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Desempenho dos estudantes na (Q-1) – Avaliação diagnóstica .....	74
Gráfico 2 - Desempenho dos estudantes na (Q-2) – Avaliação diagnóstica .....	79
Gráfico 3 - Desempenho dos estudantes na (Q-3) – Avaliação diagnóstica .....	82
Gráfico 4 - Desempenho dos estudantes na (Q-4) - Avaliação diagnóstica .....	85
Gráfico 5 - Desempenho dos estudantes por média das ações da ASPGE.....	86
Gráfico 6 - Frequência de desempenho por média das ações da ASP da amostra ..	87
Gráfico 7 - Desempenho dos estudantes – Formativa I .....	102
Gráfico 8 - Desempenho dos estudantes – Formativa I .....	104
Gráfico 9 - Desempenho dos estudantes – Formativa II .....	108
Gráfico 10 - Desempenho dos estudantes Formativa II .....	111
Gráfico 11- Desempenho dos estudantes – Formativa III .....	116
Gráfico 12 - Desempenho dos estudantes – Formativa III .....	121
Gráfico 13 -Desempenho dos estudantes na (Q-1) - Avaliação Final .....	128
Gráfico 14 - Desempenho dos estudantes na (Q-2) - Avaliação Final .....	131
Gráfico 15 - Desempenho dos estudantes por média das ações.....	135
Gráfico 16 - Frequência de desempenho por média geral das ações da amostra ..	136

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Habilidades e Objetos de conhecimento em Geometria Espacial .....	38
Quadro 2 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da ASPGE .....	55
Quadro 3 - Características Primárias das Ações.....	56
Quadro 4 - Características Secundária das Ações.....	56
Quadro 5 - Critérios de análise das Características Primárias das ações.....	57
Quadro 6 - Critérios de análise das Características Secundárias das ações.....	57
Quadro 7 - Instrumentos de coleta de dados e as fases da pesquisa.....	58
Quadro 8 - Características das questões da Formativa I e II, em relação as ações da ASPGE.....	61
Quadro 9 - Características das questões da Formativa III, em relação as ações da ASPGE.....	64
Quadro 10 - Características das questões da Avaliação Final, em relação as ações da ASPGE.....	65
Quadro 11 - Guia de observação da Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial - ASPGE .....	68
Quadro 12 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1- Avaliação diagnóstica.....	73
Quadro 13 - - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2 – Avaliação diagnóstica.....	75
Quadro 14 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3 - Avaliação diagnóstica.....	80
Quadro 15 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 4 - Avaliação diagnóstica.....	83
Quadro 16 - Respostas dos estudantes – Pergunta 1 a 4 – Questionário da Avaliação diagnóstica .....	87
Quadro 17 - Respostas dos estudantes – Pergunta 5 e 6 – Questionário da Avaliação diagnóstica .....	88
Quadro 18 - Plano de Ensino .....	90
Quadro 19 - Questões (Q1 – Q32) – (1ª e 2ª ação da ASPGE) - Formativa I .....	95
Quadro 20 - Questões (Q33 – Q47) – (1ª e 2ª ação da ASPGE) – Formativa II .....	105
Quadro 21 - Questões (Q48 – Q63) – (3ª e 4ª ação da ASPGE) - Formativa III .....	112

Quadro 22 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1 - Avaliação Final.....	125
Quadro 23 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2 - Avaliação Final.....	128
Quadro 24 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3 - Avaliação Final.....	131
Quadro 25 - Guia de observação da Atividade de Situações Problema – Transcrição da Aula.....	137

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1-Tipos de Base Orientadora da Ação .....	24
Tabela 2 - Etapas do processo de assimilação segundo Teoria de Galperin.....	71
Tabela 3 - Análise Quantitativa da Questão 1- Avaliação diagnóstica .....	74
Tabela 4 - Análise Quantitativa da Questão (Q-2) – Avaliação diagnóstica .....	76
Tabela 5 - Análise Quantitativa da Questão (Q-3) - Avaliação diagnóstica.....	81
Tabela 6 - Análise Quantitativa da Questão (Q-4) – Avaliação diagnóstica .....	84
Tabela 7 - Análise quantitativa dos estudantes- Formativa I.....	102
Tabela 8-Tabela 8 – Análise quantitativa dos estudantes – Formativa I .....	104
Tabela 9 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa II .....	108
Tabela 10 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa II .....	111
Tabela 11- Análise quantitativa dos estudantes – Formativa III .....	116
Tabela 12 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa III .....	121
Tabela 13 - Análise Quantitativa da Questão (Q-1) - Avaliação Final .....	126
Tabela 14 - Análise Quantitativa da Questão (Q-2) - Avaliação Final .....	129
Tabela 15 - Análise Quantitativa da Questão (Q-3) - Avaliação Final .....	132
Tabela 16 - Média Geral das Ações da ASPGE.....	135

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASP	Atividade de Situações Problema
ASPGE	Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial
BOA	Base Orientadora da Ação
EAgro	Escola Agrotécnica
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UERR	Universidade Estadual de Roraima
UFRR	Universidade Federal de Roraima

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>18</b>
<b>CAPÍTULO I - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>20</b>
1.1 Teoria Histórico-Cultural - L.S Vygotsky.....	21
1.2 Teoria de Atividade de Leontiev .....	22
1.3 Base Orientadora da Ação (BOA) .....	23
1.3.1 Características Primárias e Secundárias das Ações.....	25
1.4 Teoria de Formação das Ações Mentais de Galperin.....	26
1.5 Teoria de Direção de Estudo .....	28
1.6 Ensino Problematizador – Majmutov .....	29
1.7 Atividade de Situações de Problemas em Matemática – ASP .....	30
1.8 Atividade de Situações de Problemas em Geometria Espacial – ASPGE.....	31
1.9 Direção da Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial .....	33
1.10 O Jogo como um recurso auxiliador na atividade de Resolução de Problema	36
<b>CAPÍTULO II: DIDÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL .....</b>	<b>37</b>
2.1 O Ensino de Geometria Espacial .....	37
2.2 Resolução de Problema como Metodologia de Ensino de Geometria Espacial	37
2.3 Conteúdo de Geometria Espacial.....	38
<b>CAPÍTULO III - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>53</b>
3.1 Contextualização da Pesquisa .....	53
3.2 Caracterização da Pesquisa .....	54
3.3 Unidades de Análises.....	54
3.3.1 Quantitativas .....	54
3.3.2. Qualitativas .....	55
3.3.2.1 Primárias e Secundárias das Ações.....	56
3.4 Instrumentos de Coleta de Dados.....	58
3.4.1 Prova de Lápis de Papel .....	58
3.4.2 Autoavaliação.....	66
3.4.3 Questionário.....	67
3.4.4 Guia De Observação .....	68
3.5 Sequência da Pesquisa.....	69



<b>CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>72</b>
4.1 Fase Diagnóstica.....	72
4.2 Formativa I .....	93
4.3 Formativa .....	104
4.4 Formativa III .....	112
4.5 Avaliação Final.....	124
4.6 Análise da Base Orientadora da Ação na Aprendizagem de Geometria Espacial .....	136
4.7 Formação da Ação Material ou Materializada .....	139
4.8 Formação da Ação Verbal Externa .....	140
4.9 Formação da Ação em Linguagem Externa para si .....	141
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>144</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>146</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>149</b>
APÊNDICE A – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações – Avaliação diagnóstica.....	150
APÊNDICE B – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa I .....	152
APÊNDICE C – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa II .....	153
APÊNDICE D – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa III .....	154
APÊNDICE E – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Avaliação Final.....	155
APÊNDICE F – Tabuleiro do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”.....	157
APÊNDICE G – Modelo das cartas do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” ....	158
APÊNDICE H – Questões de número 1 a 32 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa I (1ª e 2ª Ação da ASP – Etapa Material) .....	159
APÊNDICE I – Questões de número 33 a 47 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa II (1ª e 2ª Ação da ASP – Etapa Verbal).....	163
APÊNDICE J – Questões de número 48 a 63 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa III (3ª e 4ª Ação da ASP – Etapa Verbal).....	165

APÊNDICE K - Questionário de Avaliação do jogo “ <i>Trilhando na Geometria Espacial</i> ” nos conteúdos de Geometria Espacial – Sólidos Geométricos.....	167
APÊNDICE L - Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”.....	168
<b>ANEXOS</b> .....	<b>169</b>
ANEXO A: TALE .....	170
ANEXO B: TCLE .....	175

## INTRODUÇÃO

No estudo de Geometria Espacial, tanto no ensino fundamental como o ensino médio, os alunos apresentam dificuldades de absorver os conceitos e aplicações que envolvem o conteúdo. Geralmente a Geometria Espacial é ensinada sempre partindo da geometria plana, apresentando as figuras desenhadas no livro, dando pouca ênfase para a tridimensionalidade, não integrando os objetos sólidos com o espaço, a representação das formas, e principalmente não fazendo relações com objetos de nossa realidade sendo trabalhada por meio de dedução das fórmulas e resolução de exercícios, sendo um trabalho muito mecânico. Com isso, os alunos se confundem na realização das atividades e não compreendem os conteúdos e conceitos da mesma. Pelo fato de apresentar uma quantidade de fórmulas, os alunos não conseguem visualizar os objetos e nem fazer relação com os que estão ao seu redor.

A partir de experiência como professora de matemática, é possível perceber que a Geometria é tratada como um tópico difícil da Matemática. A ausência ou abordagem superficial do tópico, leva a uma defasagem do conhecimento dos alunos e à criação do mito de que a Geometria é uma matéria de difícil aprendizagem.

A escolha pela Geometria Espacial para o desenvolvimento deste trabalho, deve-se ao fato de que muitos alunos têm dificuldades com relação ao seu ensino, apesar da geometria estar presente no cotidiano das pessoas. Essas dificuldades acarretam escasso conhecimento sobre o tema ensinado no ensino básico, praticamente esses conhecimentos são ensinados de forma abstrata e provocam desinteresse por parte dos alunos. No que diz respeito às dificuldades na aprendizagem da geometria, Rogenski (2007, p. 02) afirma que:

Tomando-se por base as experiências da prática pedagógica, verifica-se a dificuldade dos alunos de Ensino Médio, quando se trata da Geometria Espacial, com relação à visualização, conhecimentos básicos da geometria plana e nas relações existentes entre as formas.

Diante das diversidades de problemas detectados através da revisão de literatura e de vivência como professora da disciplina de Matemática, apresenta-se o problema deste projeto: *A Atividade de Situações Problema por meio do jogo, fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin contribuirá para uma aprendizagem de Geometria Espacial nos estudantes da 2º série*

*do Ensino Médio Integrado ao Curso Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima?*

Sendo assim, como estudo optou-se por desenvolver um projeto no que propõe a implantação de uma ferramenta de apoio no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Espacial, através de resolução de problemas e uma investigação desse processo, baseada na Teoria das Etapas de Galperin.

### **Objetivo Geral**

Estudar a contribuição no processo de aprendizagem de Resolução de Problemas na Geometria Espacial através do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”, fundamentada na Teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin, aos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

### **Objetivos Específicos**

- Diagnosticar o ponto de partida dos alunos nos conteúdos de Geometria Plana e na Resolução de Problemas;
- Analisar a contribuição da Base de Orientação da Ação da Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial;
- Determinar em que etapa mental os estudantes chegaram, após a utilização da sequência didática;
- Verificar a contribuição do produto educacional em função da Geometria Espacial, utilizando a Teoria da Formação das Ações Mentais de Galperin.

A pesquisa está dividida em quatro capítulos, sendo que o primeiro se refere a Fundamentação Teórica nos quais se apresenta a Teoria Histórico-Cultural que constitui a base dos estudos aqui desenvolvidos, como os estudos de Vygotsky sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal, a definição da Atividade de Estudo segundo Leontiev. Destacamos a Base Orientadora da Ação, a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin e a Teoria Geral de Direção da Atividade de Estudo de Talízina. Finalizamos o primeiro capítulo com o Ensino Problemizador de

Majmutov e a Direção de Atividade de Situações Problema –ASP, no conteúdo de Geometria Espacial.

O segundo capítulo trata-se da didática no ensino de Geometria Espacial, enfatizando sua importância no ensino e na aprendizagem envolvendo os Sólidos Geométricos, a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino de Geometria Espacial. Em seguida, serão abordados os conceitos e propriedades dos sólidos geométricos, para que na atividade de situação problema, seja exemplificado com resolução de situações problemas.

O terceiro capítulo traz os procedimentos metodológicos, começando com a contextualização e caracterização da pesquisa como mista com enfoque qualitativo e seguida da apresentação das variáveis e categorias, sendo que para análise qualitativa o sistema de ações se converte em categorias, utilizando as operações como indicadores. Nos resultados quantitativos, as ações se transformam em variáveis.

Dando continuidade aos procedimentos metodológicos, apresentam-se os instrumentos utilizados para coleta de dados: provas de lápis e papel (diagnóstica e final), questionários, autoavaliação e guia de observações, e por fim, a sequência da pesquisa.

O quarto capítulo apresenta as análises e discussões dos dados coletados em cada momento da pesquisa.

## **CAPÍTULO I - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Na concepção de Mendoza (2009), a fundamentação teórica e metodológico da prática é um fator indispensável para os sujeitos obterem aprendizagem, porém, se o professor apenas domina os conteúdos científicos, também não é suficiente para chegar a resultados positivos, ou seja, os conceitos específicos das disciplinas devem ser trabalhados associadamente com alguma teoria de aprendizagem.

O fundamento filosófico que embasa a presente pesquisa, é o materialismo dialético. Segundo Triviños (1987), o materialismo dialético é a base da filosofia marxista e como tal realiza a tentativa de buscar explicações coerentes, lógicas e racional para os fenômenos da natureza, da sociedade e do pensamento.

No que se refere as categorias do materialismo dialético, Triviños (1987) destaca como “formas de conscientização nos conceitos dos modos universais da

relação do homem com o mundo, que refletem as propriedades e leis mais gerais e essenciais da natureza, a sociedade e o pensamento”, que surgiu como resultado da unidade do histórico e do lógico, “e movimento do abstrato ao concreto, do exterior do fenômeno à essência”. (TRIVIÑOS, 1987, p. 55).

Segundo Majmutov (1983), as categorias fundamentais da lógica dialética são os conceitos de reflexo e contradição. Os conceitos mais significados emanados do antes mencionado, são as categorias da teoria do conhecimento: conscientização, problema e hipótese, as que não fazem parte das categorias da didática tradicional. Estes conceitos são ao mesmo tempo psicológicos, que refletem as particularidades da atividade mental do ser humano (MAJMUTOV, 1983, p. 32).

Ainda, seguindo o pensamento de Majmutov (1983), o ensino como fenômeno da realidade, objetiva em um processo que se subordina a todas as leis da dialética. É um processo internamente contraditório no qual tem aspectos opostos: o ensino e a aprendizagem, a forma e o conteúdo, o velho e o novo, o único e o geral, a essência e o fenômeno, etc. (MAJMUTOV, 1983, p. 33).

### **1.1 Teoria Histórico-Cultural - L.S Vygotsky**

Essa pesquisa discorre sobre a Teoria Histórico – Cultural que tem sua base epistemológica no materialismo dialético, o qual busca compreender a realidade a partir de suas contradições e dentro do processo histórico em constante transformação para organizar o novo sistema psicológico.

Vygotsky desenvolveu sua teoria sobre o desenvolvimento do indivíduo como resultado de um processo sócio histórico, enfatizando o papel da linguagem e da aprendizagem nesse desenvolvimento. Seu cerne é a aquisição do conhecimento pela interação do sujeito como meio.

Para Vygotsky, é através da linguagem que o indivíduo se constrói enquanto ser, modificando seus processos psíquicos. É por meio da linguagem (instrumentos simbólicos) e dos objetos (instrumentos concretos) que o indivíduo interioriza os elementos estruturais, no qual Vygotsky chama de internalização, reconstrução interna de uma operação externa.

Vygotsky, citado por Rego (1995), afirma que a relação entre pensamento em linguagem passa por várias mudanças ao longo da vida do indivíduo. Apesar de terem origens diferentes e de se desenvolverem de modo independente, numa certa altura, o pensamento e a linguagem se encontram e dão origem ao modo de funcionamento psicológico mais sofisticado, tipicamente humano.

Um outro ponto de fundamental importância no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, é o papel desempenhado pela aprendizagem. Vygotsky considera dois níveis de desenvolvimento: o nível de desenvolvimento real que pode ser entendido como as conquistas que já estão consolidadas no indivíduo, e o nível de desenvolvimento potencial, que se refere aquilo que o indivíduo é capaz de fazer, só que mediante a ajuda de outra pessoa.

Segundo Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal caracteriza-se pela:

"distância entre o nível real (da criança) de desenvolvimento, determinado pela resolução de problemas independentemente e o nível de desenvolvimento potencial, determinado pela resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capacitados" (Vygotsky, 1991, p. 97).

Desta forma, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, a aprendizagem por meio da mediação de um adulto, seja ele o professor ou de colegas mais experientes, tem um papel de destaque no processo de desenvolvimento do indivíduo.

## **1.2 Teoria de Atividade de Leontiev**

A Teoria da Atividade, tendo como principal pesquisador Leontiev (1985, 2004), busca ampliar e desenvolver a Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky. O estudo central dessa teoria é na atividade humana, considerando que é através da atividade que o sujeito se relaciona com o mundo, convertendo assim, a atividade como objeto da psicologia.

De acordo com Leóntiev, citado por Chirone (2015), entende-se por atividade os processos que realizam uma atitude vital, ativa, do sujeito. Um traço característico da atividade é a coincidência do motivo e do objetivo.

É através da atividade que o sujeito se relaciona com o objeto, respondendo a suas necessidades e adotando uma atitude. A interação entre o objeto e sujeito

possibilita ao último, internalizar o objeto e dá solução às tarefas (TINTORER; MENDOZA, 2016).

São consideradas componentes principais da Teoria da Atividade, a atividade, a ação e operação que possibilita a relação entre o sujeito, o meio e o objeto da ação. Leontiev considera que a realização da atividade ocorre através de ações, tendo cada uma delas objetivos a alcançar. As diversas maneiras em que uma ação pode ser realizada, são denominadas de operações, que estão relacionadas com as condições de realização da ação. Podemos considerar que um sujeito está em atividade quando os objetivos de suas ações estão relacionados com o motivo de sua atividade

Nesse sentido, a Teoria da Atividade constitui-se como um importante recurso metodológico para o planejamento de estratégias de ensino, uma vez que considera que no processo de aprendizagem de conceitos científicos, o sujeito deve desenvolver ações apropriadas que se apresentam inicialmente na forma de ações externas para posteriormente, serem internalizadas. Destaca-se assim, o papel da atividade na compreensão da formação das funções psicológicas superiores (RODRIGUES; FRANÇA, 2012).

### **1.3 Base Orientadora da Ação (BOA)**

A Base Orientadora da Ação (BOA) é o modelo da atividade em forma de projeto da ação, composta das partes estruturais e funcionais da atividade (orientação, execução e controle) (LONGAREZI; PUENTES, 2013, p. 300). Nela, se estabelece um procedimento de construção adequado da ação executora, envolvendo os conceitos a serem estudados, obedecendo os elementos e aspectos relacionados aos conceitos envolvidos na atividade, que sustentam desenvolver a ação e alcançar o objetivo na sua essência.

Talízina lista uma série de tipos de Bases Orientadoras das Ações (BOA), que se distinguem por seu grau de generalidade, plenitude e obtenção, conforme indicado na Tabela 1.



Tabela 1-Tipos de Base Orientadora da Ação

<b>Nº</b>	<b>Generalidade</b>	<b>Plenitude</b>	<b>Obtenção</b>
<b>1</b>	Concreta	Incompleta	Independente
<b>2</b>	Concreta	Completa	Preparada
<b>3</b>	<b>Generalizada</b>	<b>Completa</b>	<b>Independente</b>
<b>4</b>	Generalizada	Completa	Preparada
<b>5</b>	Generalizada	Incompleta	Preparada
<b>6</b>	Generalizada	Incompleta	Independente
<b>7</b>	Concreta	Completa	Independente
<b>8</b>	Concreta	Incompleta	Preparada

Fonte: Talízina (1988, p. 89).

A coluna referente ao caráter generalizado, possibilita proporcionar a atividade em dois aspectos conceituais: “concreta”, que parte de conceitos particulares, e aspecto “generalizada”, que apresenta o estudo por vias de aproximação através do conceito geral.

Quanto a plenitude, os aspectos podem ser “completos” e “incompletos”, que consistem na maneira em que os conceitos são apresentados nas aulas práticas. A plenitude completa acontece por meio da orientação ativa de todos os procedimentos e conceitos incrementados, e a incompleta ocorre quando as ações da atividade não são orientadas em todas as propriedades conceituais.

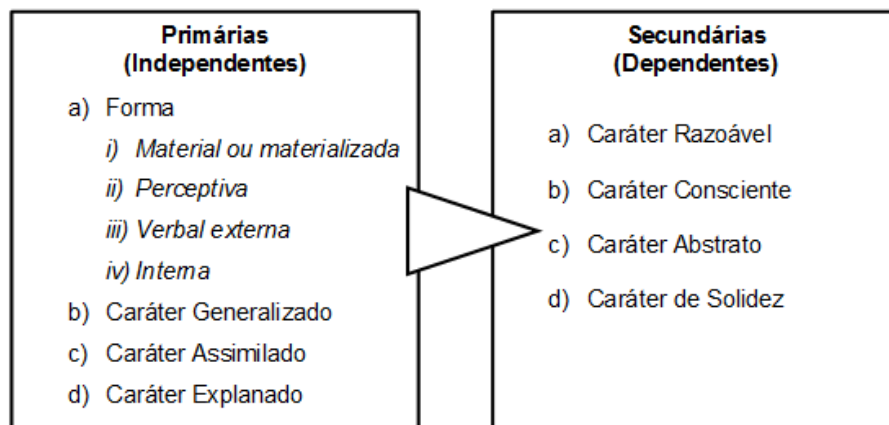
Na coluna que se refere ao Modo de obtenção, são classificadas em preparada e elaborada independente. A forma preparada acontece quando o conteúdo é apresentado na forma preparada, as atividades são organizadas visando alcançar os objetivos planejados. Na forma elaborada independente, o sujeito será orientado na busca da resolução dos problemas de maneira mais autônoma.

Desta forma, o desempenho da base orientadora da ação pelo sujeito, depende do auxílio do mediador da atividade, que deverá instiga-lo por meio das bases externas da ação, com o objetivo de que ele próprio, o sujeito, construa o conhecimento obtendo a capacidade de elaborar e desenvolver seu próprio pensamento por meio das ações mentais (SANTOS; MENDOZA, 2013, p. 33).

### 1.3.1 Características Primárias e Secundárias das Ações

Talízina (1988) diferencia as qualidades da ação em dois grupos: qualidades primárias e qualidades secundárias. As primeiras são as características independentes uma da outra, que são: a forma, o carácter generalizado, carácter assimilado e o carácter explanado. As propriedades secundárias são dependentes da primeira, ou seja, são consequência da qualidade com que se formam as características primárias, que são: o carácter razoável, carácter consciente, carácter abstrato e o carácter de solidez.

Figura 1 - Sistematização da estrutura das características das ações.



Fonte: Talízina (1988).

Nas propriedades primárias das ações, a **Forma** da ação caracteriza -se pelo grau (nível) de apropriação da ação pelo sujeito, na transformação da atividade externa (material) em interna (mental). Este caminho se divide em três formas fundamentais das ações: a material ou materializado, perceptiva e verbal externa e interna. (TALIZINA, 1988).

A **Forma material e materializada**, consiste em que o objeto da ação se dá ao estudante em forma de objetos reais (forma material) e em forma de modelos, esquemas (forma materializada). A **Forma perceptiva** reflete na capacidade de ler e ouvir, surge como resultado da transformação da ação material ou materializada. **Forma verbal externa** se caracteriza pelo fato de que o objeto da ação está representado na forma verbal externa (oral ou escrita). **Na Forma Mental**, a ação se realiza para si, convertendo -se de externa em interna (Talízina, 1988).

O **Caráter Generalizado** da ação, caracteriza-se pela separação das propriedades do objeto, essenciais para a realização da ação, dentre outras, não essenciais. O **Caráter Assimilado** da ação, inclui as características da ação, tais como: a facilidade do cumprimento, o grau de automatização e a rapidez do cumprimento. A princípio, o cumprimento da ação se realiza fazendo consciência de cada uma das operações de modo lento, porém, a ação vai se automatizando e o ritmo de seu cumprimento aumenta (TALÍZINA, 1988, p. 63). E o **Caráter Explanado** da ação, indica se todas as operações que originariamente fazem parte das ações, se cumpre pelos estudantes.

Nas propriedades secundárias das ações, o **Caráter Razoável** se relaciona com o conteúdo dado em condições essenciais da base orientadora da ação, com grau de generalização das ações e com o caráter explanado das formas primárias das ações. O **Caráter Consciente** é caracterizado não só pelo cumprimento correto da ação, mas também de fundamentar em forma verbal seu cumprimento correto. O **Caráter Abstrato** consiste em realização da ação generalizada, utilizando a base orientadora da ação do tipo três. Esta propriedade é resultado de mudança da ação por sua forma: o desenvolvimento de todos os elementos estruturais da ação para sua forma mental. Por último, o **Caráter Solidez** da ação compreende como possibilidade de seu cumprimento algum tempo depois de sua formação, é resultado da generalização, e da automatização (TALÍZINA, 1988).

#### 1.4 Teoria de Formação das Ações Mentais de Galperin

Galperin, desenvolveu “a teoria da formação por etapa das ações mentais” como fundamento teórico da organização e dos conceitos, por meio da atividade psíquica para compreender o processo da atividade no contexto externo e interno, isto é, segundo Longarezi e Puentes (2013):

Galperin, demonstrou que a atividade prática externa se interioriza e adquire a forma de atividade interna ideal. No entanto, ao tomar a forma psíquica e tornando-se relativamente independente, não se deixa de representar a atividade, ou seja, os processos dirigidos para a solução de tarefas vitais que surgem no processo de interação do sujeito com o mundo. A atividade psíquica não se torna puramente espiritual, isto é, essencialmente oposta à atividade prática externa. Isso permite eliminar a oposição dualista entre a atividade interna da consciência, e a atividade externa. Permite também mostrar que o processo da consciência e a atividade externa, não são coisas distintas, mas formas de um único processo: a atividade. Uma forma engendra a outra e se deriva dela (LONGAREZI; PUENTES, 2013, p. 293-294).

Desse modo, Galperin identificou que o ser humano desenvolvia suas habilidades cognitivas por meio da atividade, no entanto, dividida por cinco etapas qualitativas que auxiliariam no desenvolvimento do processo cognitivo. Contudo, a concretização da assimilação deste processo de etapas, depende de um conjunto de elementos a serem considerados: as ações, as operações, os objetivos, a motivação, as habilidades e os hábitos principais. Talízina (1988) com base em Galperin, complementou apresentando as etapas na seguinte forma:

Etapa (0): motivação: funciona como predisposição para o sujeito adquirir conhecimento, considerada de fundamental importância e deve aparecer em todo o processo. Em suas pesquisas, Talízina (1988) concluiu que estudantes motivados aprendem melhor, embora a motivação seja algo espontâneo e tem relação com o complexo emocional de cada sujeito, considerou como um elemento estratégico a ser explorado pelos professores, e assim, fortalecer os recursos que facilitam o processo de ensino e aprendizagem.

Etapa (1): Formação do esquema da Base Orientadora da Ação (BOA): para Nuñez (2009), a BOA constitui o modelo de atividade, um projeto de ação e, deste modo, preocupa-se evidenciar todas as partes estruturais e funcionais da atividade (orientação, execução e controle). Dessa forma, o aluno terá o conhecimento necessário sobre a atividade a ser realizada, bem como as etapas e aspectos conceituais e procedimentos inerentes a mesma.

Etapa (2): Formação da ação em forma material ou materializada: inicia à atividade prática de ensino, sendo o evento pelo qual os sujeitos serão orientados objetivando o alcance da aprendizagem dos conceitos envolvidos na atividade (SANTOS; MENDOZA, 2013, p. 37). Portanto, é a formação da ação no plano material ou materializado com o uso de objetos reais ou suas representações simuladas, isto é, o sujeito desenvolve as ações práticas com o auxílio do mediador (professor), ainda com uma relação de dependência para o seu desenvolvimento.

Etapa (3): formação da ação como verbal: Neste nível, o sujeito realiza a ação usando recursos da linguagem externa, ou seja, sua condução visa desenvolver a habilidade e capacidade/autonomia de expressar o conhecimento assimilado, tanto na forma verbal quanto na escrita (SANTOS; MENDOZA, 2013, p. 37). Portanto, a explanação das ações dadas pelos alunos, deve ser de forma consciente e autônoma contribuindo para sua independência, porém, seus erros e suas ações são regulados

e observados pelo mediador que trilha caminhos para o principal objetivo que é a assimilação das operações.

Etapa (4): formação da linguagem externa para si: é a etapa que consiste na internalização do conhecimento adquirido, ou seja, pode ser visualizada na forma consciente que o sujeito expressa verbalmente ou na forma descritiva, os conceitos, acrescentando e tornando esse conhecimento em uma habilidade do sujeito (SANTOS; MENDOZA, 2013, p. 37). Ou seja, a etapa de formação da ação verbal no plano da linguagem externa é representada na forma verbal (oral ou escrita), sendo teórica por meio de conceitos (verbais) e das palavras.

Etapa (5): formação da ação na linguagem interna: é nessa etapa que a linguagem interna se transforma em função mental e proporciona ao aluno novos meios para o pensamento, é a etapa final no caminho da transformação da nova ação de externa em interna. Nesse momento, o estudante apresenta certo domínio mental de conceitos previamente estudados, construindo seus próprios esquemas para solucionar questões de caráter complexo.

O estudo do conteúdo de Geometria Espacial na segunda série do ensino médio, exige dos alunos uma atenção diferenciada dos demais conteúdos já estudados até então, pois contém muitos conceitos da Geometria Plana quais eles já estudaram, tais como: polígonos, perímetros e áreas de polígonos, teorema de Pitágoras, que são os níveis de partida que estes devem estar dominando para que se possa dar início ao conteúdo. Entretanto, a ideia da pesquisa será voltada para assunto em Geometria Espacial, especificamente os sólidos geométricos Prismas, Pirâmides, Cilindro, Cone e Esfera.

### **1.5 Teoria de Direção de Estudo**

Entende-se a direção de um evento, uma influência da tentativa de compreender a comunicação e o controle de um grupo social em função do objeto (processo), considerando o estado do objeto e as características que levam ao melhor desempenho e desenvolvimento aproximado do objetivo (TALÍZINA, 1988, p. 46).

Talízina (1988) nomeia dois tipos de direção: isolada e cíclica. A direção isolada não possui enlace de retorno, porém a segunda, além de possuir enlace de retorno, se trata de um modo mais eficaz de direção. A direção cíclica pode realizar-se de duas maneiras denominadas de “caixa preta”, que apresentam a via de um processo de

forma desconhecida, preocupando-se apenas com a saída do resultado, e “caixa branca (transparente)”, que apresenta uma estrutura sistematizada do processo, considerando os estados transitórios das possibilidades de obter a melhor direção e o melhor resultado.

Talízina (1988) recomenda a utilização do tipo de direção denominado “caixa branca (transparente)”, a qual proporciona através do enlace cíclico, informações sobre o produto final (aprendizagem).

Para a realização desta direção (cíclica), segundo Talizina (1988, p.48), é necessário cumprir as seguintes exigências: a) objetivo de ensino: indicar o objetivo da direção; b) nível de partida: estabelecer o nível de partida do processo dirigido; c) processo de assimilação: determinar o sistema de influências transitórias do processo; d) retroalimentação: assegurar a recepção da informação, segundo o parâmetro de sistemas determinado sobre o estado do processo dirigido; e) correção: garantir o tratamento da informação obtida pelo canal de enlace e retorno, a elaboração de influências corretas e sua realização.

Estas exigências propõem a elaboração de dois tipos de organização da direção do ensino: os principais e os de correção. O programa principal de direção (ensino), se prepara antes que comece a funcionar o sistema de direção. Durante sua elaboração, se considera a situação inicial do processo dirigido e suas fases transitórias qualitativamente originais (no caso do ensino, as principais etapas do processo de assimilação). O programa de regulação (correção) se elabora durante o processo de direção (ensino), embasado na análise dos dados obtidos pelo canal do enlace de retorno (retroalimentação) (TALÍZINA, 1988, p. 48, tradução nossa).

## **1.6 Ensino Problematizador – Majmutov**

Os filósofos definem o problema como uma categoria lógica dialética – como o conhecimento sobre o desconhecido, como uma variedade de perguntas cuja resposta não está contida nos conhecimentos acumulados, e por essa razão, exige ações determinadas, encaminhadas a obtenção de novos conhecimentos (MAJMUOV, 1983, p. 58).

Majmutov (1983) conceitua o ensino por problema como atividade do professor dirigida à criação de um sistema de situações com problemas, visando à exposição,

explicação e direção da atividade dos alunos na aprendizagem de conhecimentos novos para eles.

O ensino problêmico é um tipo de ensino que tende ao desenvolvimento, onde se combinam a atividade sistemática independente de busca dos alunos, com a assimilação das conclusões já preparadas pela ciência, e o sistema de métodos estrutura-se, levando em consideração a suposição do objetivo e o princípio da problematidade. O processo de interação do ensino-aprendizagem orientado a formação da concepção comunista do mundo nos alunos, sua independência cognoscitiva, motivos estáveis de estudo e capacidades mentais (incluindo as criativas) durante a assimilação de conceitos científicos e modos de atividade, que estão determinados pelo sistema de situações problêmicas (MAJMUTOV, 1983, p. 265 e 266, tradução nossa).

Na concepção de Chirone (2015), entende-se o problema docente como um reflexo, uma forma de manifestação da contradição lógico psicológica do processo de assimilação, o que determina o sentido da busca mental, desperta o interesse pela pesquisa (explicação) da essência do desconhecido, e conduz à assimilação de um conceito novo ou de um modo novo de ação.

Rubinstein, citado por Majmutov (1983), diferencia problema docente de tarefa. O problema docente é um fenômeno subjetivo e existe na consciência dos alunos em forma ideal, no pensamento, da mesma maneira que qualquer juízo enquanto não se aperfeiçoa logicamente e se expressa em forma verbal. Já a tarefa, é um fenômeno objetivo, para o aluno existe desde o início, mesmo em forma materializada, e se transforma em fenômeno subjetivo só depois que se percebe e se torna consciente dela.

Os elementos fundamentais conhecidos em um problema docente, são o conhecido e o desconhecido. O conhecimento conhecido em um problema, inclui não só os dados da tarefa, mas também nos círculos mais amplos dos conhecimentos anteriores assimilados e com a experiência pessoal do aluno, cuja base se pode determinar o caráter do desconhecido (MAJMUTOV, 1983, p. 129, tradução nossa).

### **1.7 Atividade de Situações de Problemas em Matemática – ASP**

Mendoza (2016) em sua tese de doutorado que trata o tema “Estudo del efecto del sistema de acciones en el proceso del aprendizaje de los alumnos en la actividad de situaciones problema em matemática em la asignatura de álgebra lineal, em el contexto de la Facultad Actual de la Amazonia” construiu a Atividade de Situações Problema – ASP como uma proposta didática composta por um sistema de

quatro ações, empregando como direcionamento a base orientadora da ação, com a finalidade de promover a formação das ideias conceituais.

Em cada um dos procedimentos sequenciais, existe em conjunto de perguntas e indagações (operações) que conduzem o sujeito à direção para encontrar a solução do problema de maneira detalhada.

O conjunto das operações descritas das ações se denomina Sistema de quatro Ações da ASP, segundo MENDOZA (2009) são:

1º Ação: Compreender o Problema - está formada pelas operações: Ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos; estudar e compreender os elementos desconhecidos; determinar os dados e suas condições; determinar o (s) objetivos (s) do problema.

2º Ação: Construir o Modelo Matemático - compreende as operações: Determinar as variáveis e incógnitas; nomear as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas; construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições; realizar a análise das unidades de medidas do modelo matemático.

3º Ação: Solucionar o Modelo Matemático – formada pelas operações : Selecionar o(s) método(s) matemático(s) para solucionar modelo matemático; selecionar o sistema de computação algébrica que contenha os recursos necessários do(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo matemático ( quando for necessário); solucionar o modelo matemático.

4ª Ação: Interpretar a solução – formada pelas ações : Interpretar o resultado obtendo da solução o modelo matemático; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivos(s) do problema; realizar um informe baseado no(s) objetivo(s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta com o(s) objetivo(s) do problema(s), a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução (MENDOZA, 2009. P.69, tradução nossa).

### **1.8 Atividade de Situações de Problemas em Geometria Espacial – ASPGE**

De acordo com objeto de estudo constituído pelo conteúdo de Geometria Espacial, buscou-se sua elaboração na resolução de problemas matemáticos e utilização de uma estratégia de ensino. Assim, a partir da ASP em matemática criada



por Mendoza, foi construída uma ASP em Geometria Espacial, para a execução desta pesquisa.

A partir desse contexto, a Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial (ASPGE) será orientada pelo objetivo de resolver situações problema na zona de desenvolvimento proximal, num contexto de ensino-aprendizagem onde existe uma interação entre o professor, o estudante e a situação problema, utilizando a resolução de problema em Matemática como metodologia de ensino e outros recursos didáticos, para transitar pelos diferentes estágios do processo de assimilação.

A Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial (ASPGE) está composta por categorias (ações) e subcategorias (operações) que são:

1º Ação: *Compreender o Problema* - formada pelas operações: Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas; determinar as condições do problema; identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas; reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe; reconhecer os objetivos do problema.

2º Ação: *Construir o Núcleo Conceitual da Geometria* – compreende as operações de: Determinar as incógnitas envolvida no problema; nominar as incógnitas com suas medidas; atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema, construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema; construir o modelo geométrico relacionado ao problema; realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático

3º Ação: *Solucionar o Modelo Matemático* – formada pelas operações: Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema; utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo; solucionar o modelo matemático do problema.

4ª Ação: *Interpretar a solução* – formada pelas ações : Interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema(s), a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

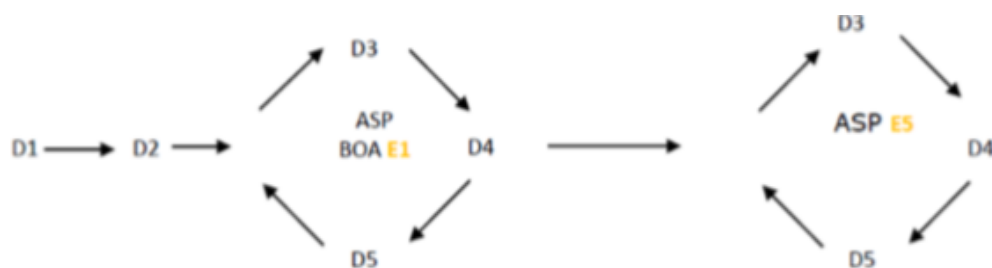
## 1.9 Direção da Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial

Segundo Talízina (1988), direcionamento de um processo de ensino é um ato que requer habilidades técnicas do condutor do processo (professor). Dessa forma, a direção do estudo é definida pela influência tecnológica em relação ao objeto (processo), neste caso, o conteúdo de Geometria Espacial, que é escolhida a partir da multiplicidade de influências possíveis no próprio objeto, bem como o estado e as características que levam ao melhor desempenho e desenvolvimento aproximado do objetivo (TALÍZINA, 1988, p. 46).

Ao início de um novo conteúdo, é importante que o professor proponha uma avaliação diagnóstica para a elaboração da BOA, pois a sustentação e a direção do processo dependem exclusivamente da escolha do tipo da base de orientação apropriada, que através de suas características deverá proporcionar a obtenção do resultado que será utilizado como argumento e justificativa na elaboração da BOA.

A Figura 2 representa a interação da Atividade de Situação Problema (ASP), as etapas de formação e conceitos e a direção da ASP, onde D1 - o objetivo do ensino em questão, que trata de favorecer a resolução de problemas em Geometria Espacial; D2 - o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes, através de um teste diagnóstico para determinar o nível de partida dos estudantes; D3 – corresponde ao processo de assimilação que será desenvolvido após a correção da prova diagnóstica, pois se estabelecerá os objetivos que os alunos deverão alcançar durante as atividades realizadas por meio de jogo; D4 é o retroalimento; D5 – para correção do processo, será realizado provas para verificar o desenvolvimento dos mesmos em relação ao conteúdo de Geometria Espacial (Sólidos Geométricos).

Figura 2 - Direção da Atividade de Estudo



Fonte: (MENDOZA, 2009)

Este processo deve ser cíclico e transparente, visando como elemento principal o processo de transformação da atividade externa à atividade interna (TALÍZINA, 1984, 1988, 1994); E1 – formação da Base Orientadora da Ação (BOA); E2 – formação da ação em forma material ou materializada; E3 – formação da ação em verbal externa; E4 – formação da ação em linguagem externa para si, e E5 – formação da ação em linguagem interna.

Desta forma, esta pesquisa está calçada sobre as bases da Teoria Psicológica de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, sobre a Direção do Processo de estudo de Talízina, no Ensino Problematizador de Majmutov e nos princípios de resolução de problemas da Atividades de Situações Problemas de Mendoza (2009) como estratégia de ensino para resolver problemas matemáticos, em especial, conteúdo Geometria Espacial, especificamente nos estudos dos sólidos geométricos.

Aqui, apresenta-se um exemplo do tema Geometria Espacial vinculado à 2ª série do Ensino Médio.

Uma indústria precisa fabricar 10000 caixas de sabão em forma de paralelepípedo reto – retângulo de dimensões 14 cm, 20 cm e 40 cm. Desprezando as abas, calcule aproximadamente quantos metros quadrados de papelão serão necessários. Considerando que cada condição do problema pode ser escrita em linguagem matemática, como uma equação.

Aplicando a ASP para realizar a primeira ação, *compreender o problema*, se deve determinar os elementos conhecidos e desconhecidos, os dados e as condições do problema como a primeira operação.

Após a leitura da atividade, o professor solicita aos estudantes que tentem expressar sua compreensão, podendo destacar alguns termos como *centímetro* (Sistema Métrico), medida de comprimento equivalente a 1 metro, simbolizando m, *metro quadrado* equivalente a 10000 centímetros quadrados, simbolizado por  $\text{cm}^2$ ; *retângulo*, figura geométrica plana formada por quatro lados, sendo dois deles menores; *paralelepípedo*, figura geométrica espacial formada por faces retangulares.

A tarefa se caracteriza da forma em que todos os dados estão explícitos, sendo que: a empresa fabrica 10000 caixas de sabão com formato de paralelepípedo, de dimensões 14 cm, 20 cm e 40 cm.

O elemento desconhecido é, determinar a quantidade de metros quadrados de papelão, necessária para fabricar as 10000 caixas e que cumpre com todas as

condições, podendo ser expressa em termos matemáticos com variável  $x$ , que representa a quantidade de caixas necessárias.

A segunda operação é identificada como um problema fechado, onde o desconhecido coincide com o buscado, expressado no objetivo do problema.

Na segunda ação, *construir o modelo matemático*, na primeira operação será necessário verificar o nível de partida dos estudantes para a construção de equação que expressem, em linguagem matemática, cada condição. Nessa ação pode ser traçado uma figura para esquematizar o problema, que vai depender de cada estudante, considerando a zona de desenvolvimento proximal, permitindo que eles trabalhem de forma independente. Pode ser destacado os seguintes elementos: se todo paralelepípedo é formado por faces retangulares, sendo duas a duas de dimensões (14 cm e 20 cm), (14 cm e 40 cm) e (20 cm e 40 cm), então basta calcular a área de cada face, efetuar o somatório das áreas e multiplicar pela quantidade de caixas, que no caso é 10000 caixas. Aqui, devem estar atentos para transformação de unidades.

A segunda operação desta ação é encontrar os nexos conceituais e procedimentais entre as soluções da figura retangular (o conhecido) e a solução da figura geométrica, paralelepípedo (o desconhecido).

Na primeira operação da terceira ação, *solucionar o modelo matemático*, se aplica o método lógico que permite determinar o desconhecido como segunda operação. Assim, a área total pode ser expressa por:  $A_T = 2(40.20 + 40.14 + 20.14) = 2(800 + 560 + 280) = 3280$ ;  $A_T = 3280 \text{ cm}^2$ . Transformando  $\text{cm}^2$  para  $\text{m}^2$ , temos:  $\frac{3280}{10000} = 0,328 \text{ m}^2$ . Como são 10000 caixas, temos que  $A_T = 0,328.10000 = 3280 \text{ m}^2$ .

Na quarta ação, *interpretar a solução*, primeiramente se verifica se a solução corresponde ao buscado e corresponde às condições do problema. Assim, multiplicando a quantidade de caixa pela área equivalente a uma caixa, ou seja, 10000 caixas \*  $0,328 \text{ m}^2 = 3280 \text{ m}^2$ . Portanto, serão necessários pelo menos  $3280 \text{ m}^2$  de papelão, segundo a condição do problema.

### 1.10 O Jogo como um recurso auxiliador na atividade de Resolução de Problema

Segundo os PCNs (BRASIL, 1998), os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que esses sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Além disso, propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações, possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas.

Em relação ao jogo e a resolução de problemas na Matemática, Grandó (1995) afirma que quando associados podem contribuir para a aprendizagem do aluno, uma vez que o desafiam e o motivam a pensar e a cumprir o objetivo de vencer o jogo e resolver o problema.

Grandó (1995, p. 78) salienta que:

O jogo como resolução de problemas, possibilita a investigação, ou seja, a interação e exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada pelo aluno quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as, a fim de vencer o jogo. Neste sentido, defende-se a inserção dos jogos no contexto educacional numa perspectiva de resolução de problemas, garantindo ao processo educativo os aspectos que envolvem a exploração, aplicação e explicitação do conceito vivenciado.

Conforme a autora, o jogo é mais que um problema, é um problema dinâmico limitado pelas regras e dependente da ação do adversário, através de suas jogadas, sendo que tudo isto é realizado num ambiente de trocas entre os sujeitos que jogam. Jogar é uma forma lúdica de resolver um problema e/ou vários problemas, motivando naturalmente o aluno a pensar. Assim sendo, motiva o aluno a solucionar o problema do jogo (Vencer!) e seu próprio conteúdo, que gera a necessidade do domínio das diversas formas de resolver problema (GRANDÓ, 1995, p. 118).

Nesse sentido, aliar resolução de problemas à forma lúdica de ensinar, pode despertar no aluno o interesse pelos conteúdos abordados e auxiliá-lo no processo de aprendizagem.

Diante disso, optou-se por utilizar jogo como recurso didático por acreditar que esse instrumento traz consigo um grande potencial metodológico, que proporcionará maiores possibilidades de assimilação do conteúdo de Geometria Espacial, que ajudarão na resolução de problemas na Atividades de Situações Problemas (ASP).

## **CAPÍTULO II: DIDÁTICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL**

### **2.1 O Ensino de Geometria Espacial**

Pesquisadores como Lorenzato (1995), Pavanello (1993), entre outros têm se dedicado ao estudo de geometria. Se discuti sobre algumas habilidades que as escolas devem desenvolver nos estudantes, sendo que uma delas diz respeito à compreensão dos conceitos geométricos de uma maneira ordenada e que conduza o aluno à resolução adequada e significativa de problemas.

Lorenzatto (1995, p. 05) justifica a importância do ensino de Geometria: “A necessidade do ensino de geometria, pelo fato de que um indivíduo sem esse conteúdo nunca poderia desenvolver o pensamento geométrico, ou ainda, o raciocínio visual, além de não conseguir resolver situações da vida que forem geometrizados. Não poderá ainda utilizar-se da geometria como facilitadora para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano”.

Nesse sentido, é imprescindível que o aluno tenha oportunidade de fazer representações, construções, discussões, que possibilitem investigar, descobrir, descrever e perceber propriedades para uma aprendizagem significativa. Dessa forma, a Geometria é um tópico natural para começar a resolução de problemas e tem muitas aplicações que aparecem no mundo real.

### **2.2 Resolução de Problema como Metodologia de Ensino de Geometria Espacial**

Geralmente, ensina-se a resolver problemas matemáticos de uma maneira equivocada, fazendo exercícios repetidos de conteúdo recém-estudados, a fim de fixá-los. Isso contribui muito para o baixo rendimento escolar e desmotivação dos alunos.

A resolução de problemas é uma metodologia pela qual o estudante terá a oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos já adquiridos em novas situações, de modo a resolver um problema proposto.

Na concepção de Majmutov (1983, p. 56), a palavra é de origem grega e significa tarefa, exercícios ou pergunta teórica ou prática, que exige solução ou investigação, ou seja, o problema se define simplesmente como uma questão complexa.

Trabalhar problema de Geometria com figuras, pode ser muito útil na visualização. Polya (1978) orienta a respeito dessa figura, a qual podemos ter em mente ou fazer um desenho, porém, se o problema fornece vários dados da figura, o melhor é fazer uma representação em forma de desenho, a fim de conseguir analisar todos os itens.

### 2.3 Conteúdo de Geometria Espacial

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Geometria, na perspectiva das medidas, pode se estruturar de modo a garantir que os alunos aprendam a efetuar medições em situações reais, com a precisão requerida ou estimando a margem de erro. Os conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes devem ser aplicados na resolução de situações-problema. A composição e a decomposição de figuras, devem ser utilizadas para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes relacionados a figuras planas ou espaciais (BRASIL, 1998).

Os conteúdos e habilidades propostos para a unidade temática a serem desenvolvidas neste tema, seriam:

Quadro 1 - Habilidades e Objetos de conhecimento em Geometria Espacial

<b>Para o Ensino Médio, unidade temática da Geometria Espacial, tem como:</b>	
<b>Habilidades</b>	<b>Objetos de conhecimento</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções;</li> <li>• Interpretar e associar objetos sólidos e suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos;</li> <li>• Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade;</li> <li>• Compreender o significado de postulado ou axiomas e teoremas, e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com formas específicas para validar resultados.</li> </ul>	<p>Elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularíssimo; inscrição e circunscrição de sólidos.</p>

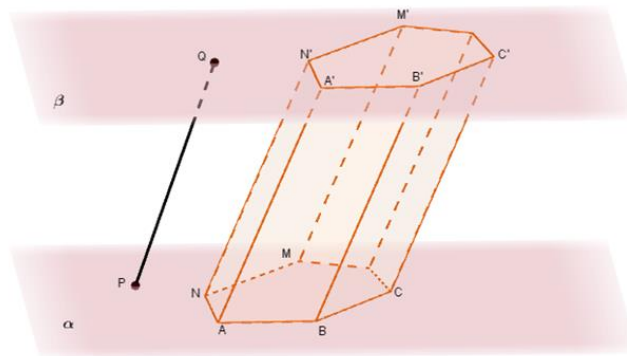
Fonte: Parâmetros Curriculares Nacional

O estudo aqui, como já mencionado, terá como foco principal o estudo dos sólidos geométricos, como: o Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera. Estes sólidos são divididos em dois grupos, os poliedros e os corpos redondos.

## PRISMA

De acordo com Dolce (2005), a definição de prisma (Figura 3) pode ser descrita da seguinte maneira: Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexo)  $ABCD...MN$  situada num plano  $\alpha$  e um segmento de reta  $\overline{PQ}$ , cuja a reta suporte intercepta o plano  $\alpha$ . Chama-se **prisma** (ou prisma convexo) a reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a  $\overline{PQ}$ , com uma extremidade com pontos do polígono e situados num mesmo semi-espaço dos determinados por  $\alpha$ .

Figura 3 - Figura ilustrativa da definição de Prisma



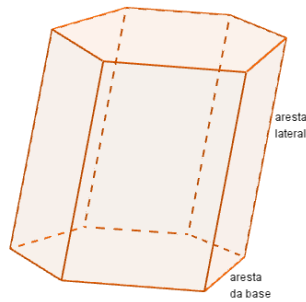
Fonte: Elaborada pela autora

## Elementos do Prisma

O prisma possui: 2 bases congruentes;  $n$  faces laterais (retângulos);  $(n + 2)$  faces;  $n$  arestas laterais;  $3n$  arestas;  $3n$  diedros,  $2n$  vértices e  $2n$  triedros. A Altura de um prisma é da distância  $h$  entre os planos das bases.



Figura 4 - Figura ilustrativa dos elementos do prisma



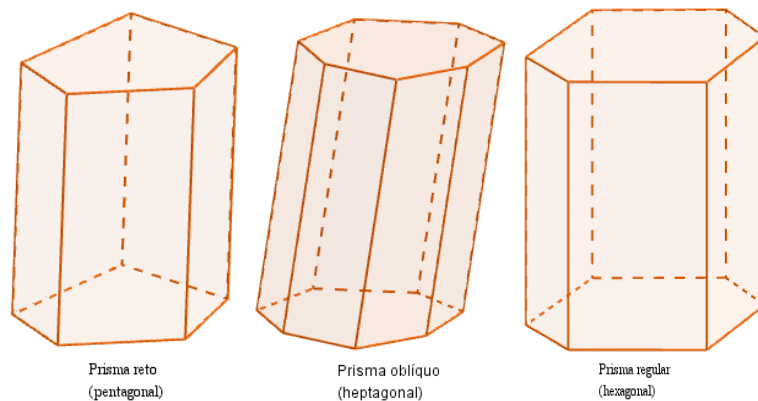
Fonte: Elaborada pela autora

### Classificação do Prisma

**Prisma reto**, é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases. Num prisma reto, as faces laterais são retangulares. **Prisma oblíquo**, é aquele cujas arestas são oblíquas aos planos das bases. **Prisma regular**, é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Um prisma será triangular, quadrangular, pentagonal, et., conforme a base for um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc.

Figura 5 - Figura ilustrativa da classificação do prisma



Fonte: Elaborada pela autora

### Área de um prisma

Num prisma, podemos distinguir dois tipos de superfícies: as faces e as bases. Assim, temos: **Área de uma face ( $A_F$ )**, é a área de um dos paralelogramos que

constituem as faces. **Área total ( $A_{\ell}$ )**, é a soma das áreas dos paralelogramos que formam as faces do prisma. No prisma regular, temos:

$$A_{\ell} = n \cdot AF,$$

onde  $n$  é o número de lados do polígono da base.

**Área da base ( $A_B$ )**, é a área de um polígono das bases. **Área total ( $A_T$ )**, é a soma da área lateral com as áreas das bases.

$$A_T = A_{\ell} + 2 A_B$$

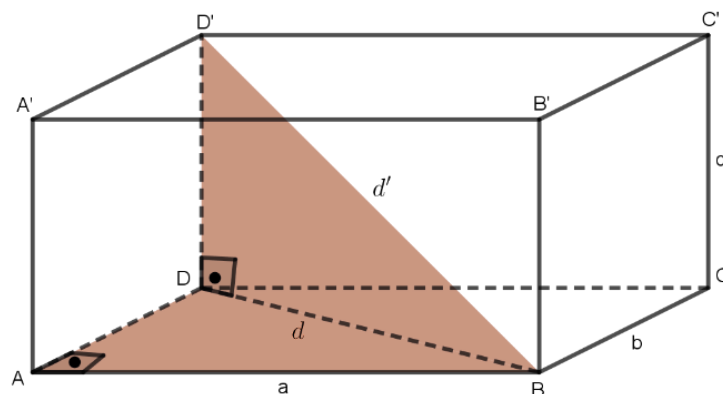
### Caso Particular: Paralelepípedo e Cubo

- **Paralelepípedo**, é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total de um paralelepípedo é a reunião de seis paralelogramos.
- **Cubo**, é um paralelepípedo retângulo, cujas arestas são congruentes.

### Diagonal e área do paralelepípedo retângulo

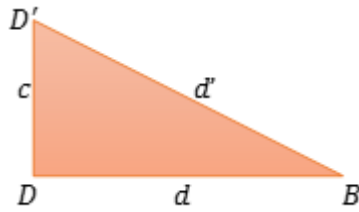
Observe o paralelepípedo de dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$ :

Figura 6 - Figura ilustrativa da diagonal do paralelepípedo retângulo

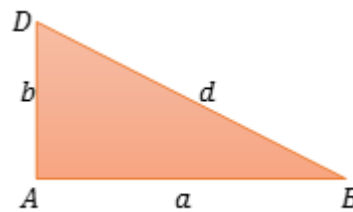


Fonte: Elaborada pela autora

Aplicando o teorema de Pitágoras nos  $\Delta BDD'$  e  $ADB$ , temos:



$$d'^2 = d^2 + c^2 \quad (I)$$



$$d^2 = a^2 + b^2 \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I)

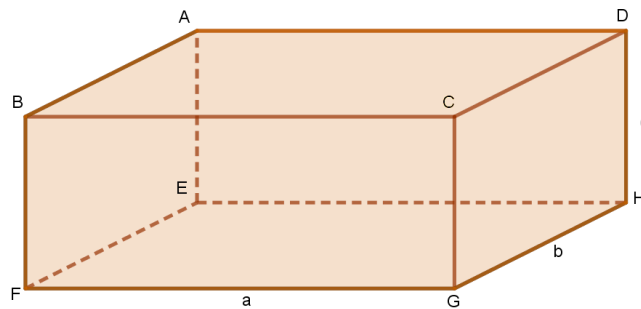
$$d'^2 = a^2 + b^2 + c^2 .$$

Assim concluímos:

$$d' = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} , \text{ onde } d' \text{ é a diagonal do paralelepípedo.}$$

### Cálculo da área total de um paralelepípedo

Figura 7 - Representação de área de um paralelepípedo



Fonte: Fonte: Elaborada pela autora

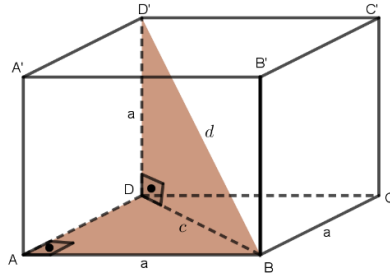
A área total do paralelepípedo, é a soma das áreas de seis retângulos: dois deles ( $ABCD, EFGH$ ) com dimensões  $a$  e  $b$ , outros dois ( $AEHD, BFGC$ ) com dimensões  $a$  e  $c$ , e os últimos dois ( $ABFE, CDHG$ ) com dimensões  $b$  e  $c$ .

$$\text{Logo, } A_T = 2ab + 2ac + 2bc \Rightarrow \mathbf{A_T = 2(ab + ac + bc)}$$

## Diagonal e área de um Cubo

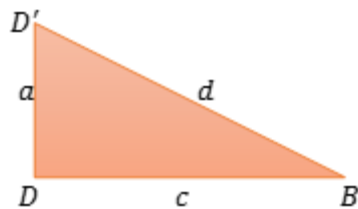
Dado um cubo de aresta  $a$  calcular sua diagonal  $d$  e sua área total  $S$ .

Figura 8 - Figura ilustrativa da diagonal do cubo

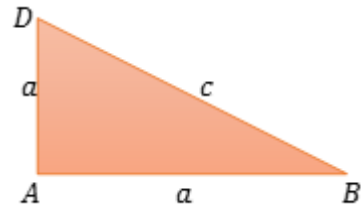


Fonte: Elaborada pela autora

Destacando os  $\triangle BDD'$  e  $ADB$  e aplicando o teorema de Pitágoras, temos:



$$d^2 = c^2 + a^2 \quad (I)$$



$$c^2 = a^2 + a^2 \quad (II)$$

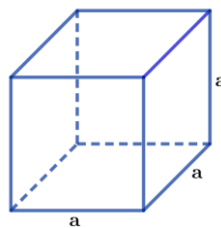
Substituindo (II) em (I)

$$d^2 = a^2 + a^2 + a^2 = d^2 = 3a^2$$

Assim, a diagonal do cubo é:  $d = a\sqrt{3}$

## Cálculo da área total de um cubo

Figura 9 - Representação de área de um cubo



Fonte: Elaborada pela autora

A superfície total de um cubo, é a reunião de seis quadrados congruentes de lado  $a$ . A área de cada um é  $a^2$ . Então, a área total do cubo é:

$$S = 6a^2$$

### Volume do paralelepípedo retângulo e do cubo

O volume de um paralelepípedo retângulo, é o produto das medidas de suas três dimensões.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

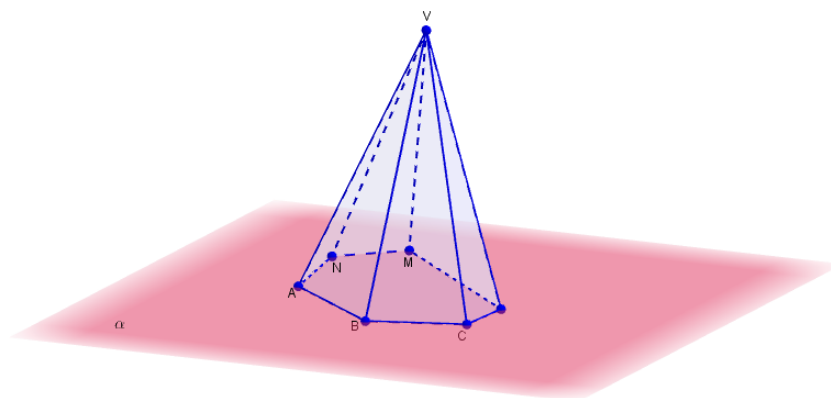
No cubo de aresta  $a$ , temos  $b = a$  e  $c = a$ .

$$V = a \cdot b \cdot c = a^3$$

### PIRÂMIDE

Consideremos um polígono convexo  $ABC\dots MN$ , situado num plano  $\alpha$  e um ponto  $V$  fora  $\alpha$ . Chama-se **pirâmide**, a reunião dos segmentos com uma extremidade em  $V$  e a outra nos pontos do polígono.  $V$  é o vértice e o polígono  $ABC\dots MN$  é a base da pirâmide.

Figura 10 - Figura ilustrativa da definição de Pirâmide

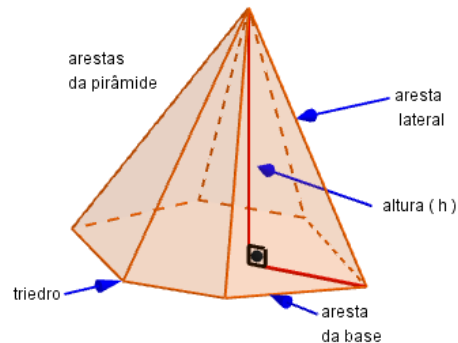


Fonte: Elaborada pela autora

## Elementos da Pirâmide

De acordo com DOLCE (2005), uma pirâmide possui: 1 bases;  $n$  faces laterais (triângulos);  $(n + 1)$  faces;  $n$  arestas laterais;  $2n$  arestas;  $2n$  diedros,  $n + 1$  vértices,  $n + 1$  ângulos poliédricos e  $n$  triedros.

Figura 11 - Figura ilustrativa dos elementos de uma pirâmide



Fonte: Elaborada pela autora

**Altura** de uma pirâmide, é da distância  $h$  entre o vértice e o plano da base.

## Classificação da Pirâmide

**Pirâmide regular**, é uma pirâmide cuja base é um polígono regular, e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro da base. Numa pirâmide regular, as arestas laterais são congruentes e as faces laterais são triângulos isósceles congruentes.

Chama-se **apótema**, uma pirâmide regular à altura (relativa ao lado da base) de uma face lateral.

Uma pirâmide pode ser triangular, quadrangular, pentagonal etc., conforme sua base seja, respectivamente, um triângulo, um quadrilátero, um pentágono etc.

## Área da superfície de uma pirâmide

**Área lateral (AL):** é a soma das áreas das faces laterais.

**Área total (AT):** é a reunião das áreas das faces laterais com a área da base.

$$AT = AL + A_B \text{ em que } A_B = \text{área da base.}$$

## Volume de uma pirâmide qualquer

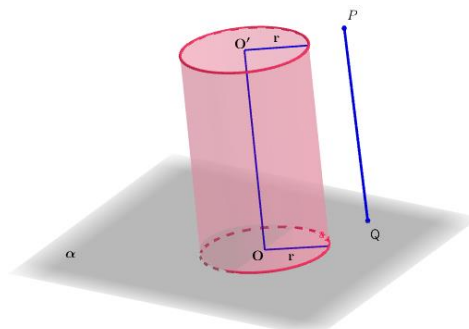
O volume de uma pirâmide, é um terço do produto da área da base pela medida da altura.

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h \quad , \text{ onde } h \text{ é altura da pirâmide.}$$

## CILINDRO

De acordo com Dolce (2005), a **definição** de cilindro é dada por: Consideremos um círculo (região circular) de centro  $O$  e raio  $r$ , situado num plano  $\alpha$ , e um segmento de reta  $PQ$ , não nulo, não paralelo e não contido em  $\alpha$ . Chama-se **cilindro**, a reunião dos segmentos congruentes e paralelos a  $PQ$ , com uma extremidade nos pontos do círculo e situados num mesmo semi-espaco dos determinados por  $\alpha$  (Figura 12).

Figura 12 - Cilindro - definição



Fonte: Elaborada pela autora

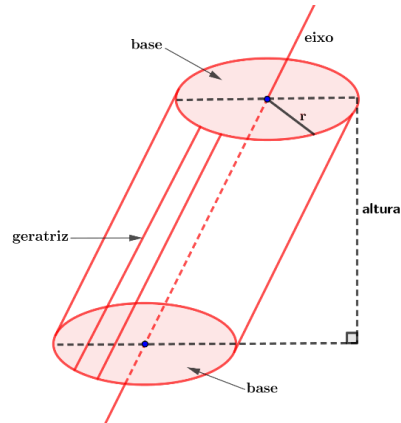
## Elementos do Cilindro

Consideremos o cilindro da Figura 13, temos:

- os círculos congruentes localizados em planos paralelos denominam as **bases** do cilindro;
- o raio do círculo é chamado de raio da base do cilindro;
- a distâncias entre as bases é chamado de **altura** do cilindro;
- a reta que passa pelo centro da circunferência da base é chamada de **eixo do cilindro**;

- os segmentos paralelos ao eixo, cujas extremidades são pontos das circunferências das bases, são chamados de **geratriz** do cilindro.

Figura 13 - Elementos do cilindro



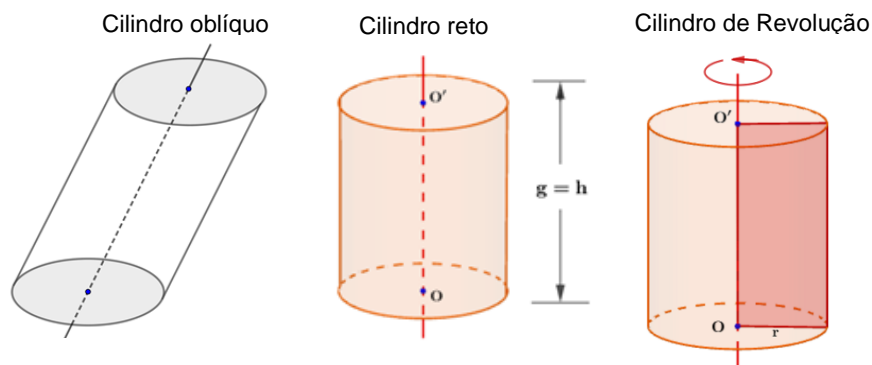
Fonte: Elaborada pela autora

### Classificação do Cilindro

Se as geratrizes são oblíquas aos planos das bases, temos um cilindro **circular oblíquo**. Se as geratrizes são perpendiculares aos planos das bases, temos um **cilindro circular reto**.

O cilindro circular reto é também chamado cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados.

Figura 14 - Classificação do cilindro



Fonte: Elaborada pela autora



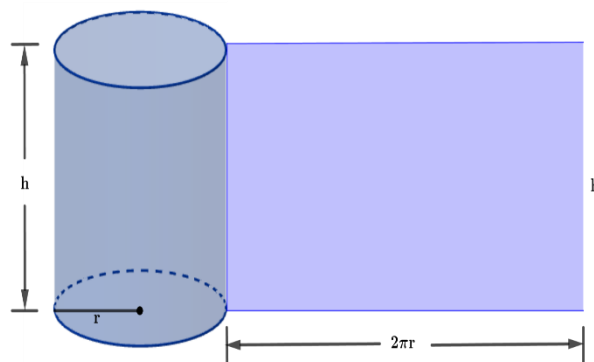
## Área da superfície do Cilindro

A superfície lateral de um cilindro circular reto ou cilindro de revolução, é equivalente a um retângulo de dimensões  $2\pi r$  (comprimento da circunferência da base) e  $h$  (altura do cilindro).

Isso significa que a superfície lateral de um cilindro de revolução desenvolvida num plano (planificada), é um retângulo de dimensões  $2\pi r$  e  $h$ .

Portanto, a área lateral do cilindro é:  $A_L = 2\pi r h$

Figura 15 - Área lateral - cilindro

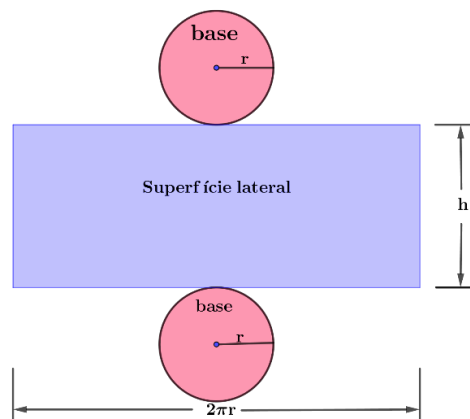


Fonte: Elaborada pela autora

A área total de um cilindro é a soma da área lateral ( $A_L$ ) com as áreas das duas bases ( $B = \pi r^2$ ); logo:

$$A_t = A_L + 2B \Rightarrow A_t = 2\pi r h + 2\pi r^2 \Rightarrow A_t = 2\pi r(h + r)$$

Figura 16 - Área total – Cilindro



Fonte: Elaborada pela autora

## Volume de cilindro

O volume de um cilindro é o produto da **área da base** pela medida da **altura**.

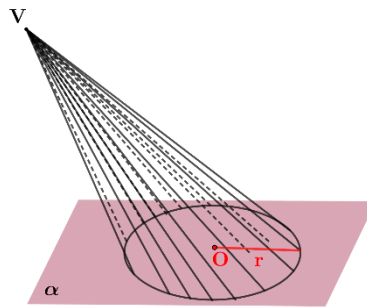
Se  $B = \pi r^2$ , temos:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

## CONE

Consideremos um círculo (região circular) de centro  $O$  e raio  $r$ , situado num plano  $\alpha$  e um ponto  $V$  fora de  $\alpha$ . Chama-se **cone**, a reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em  $V$  e a outra nos pontos do círculo (Figura 17).

Figura 17 - Cone - definição



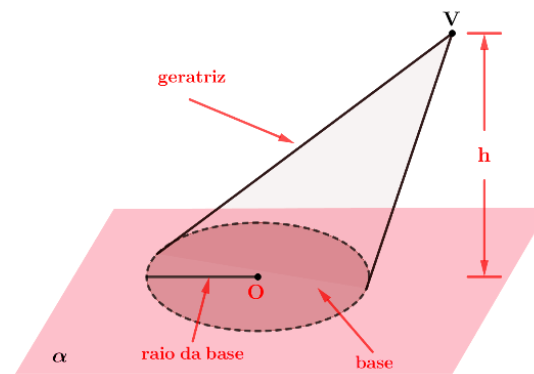
Fonte: Elaborada pela autora

## Elementos de um Cone

O cone possui:

- **Uma base:** o círculo de centro  $O$  e raio  $r$
- **Geratrizes:** são os segmentos com a extremidade em  $V$  e a outra nos pontos da circunferência da base;
- **Vértice:** o ponto  $V$  citado acima;
- **Altura:** é a distância entre o vértice e o plano da base.

Figura 18 - Elementos do cone

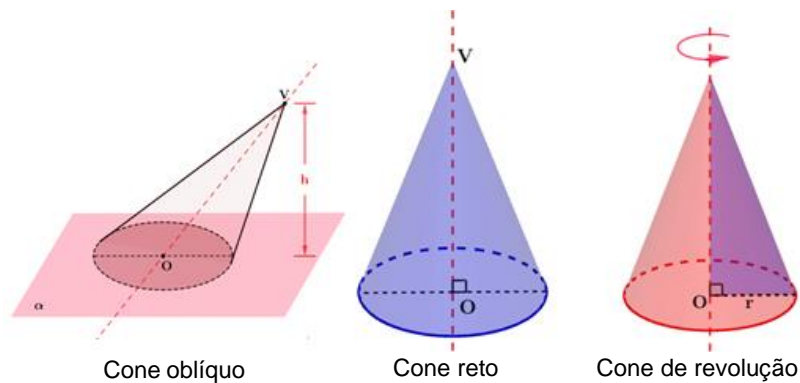


Fonte: Elaborada pela autora

### Classificação de um Cone

Os cones podem ser classificados pela posição da reta  $VO$  em relação ao plano da base. Se a reta  $VO$  é oblíqua ao plano da base, temos um **cone circular oblíquo**. Se a reta  $VO$  é perpendicular ao plano da base, temos um **cone circular reto**. O cone circular reto é também chamado cone de revolução, pois é gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus catetos.

Figura 19 - Classificação do cone



Fonte: Elaborada pela autora

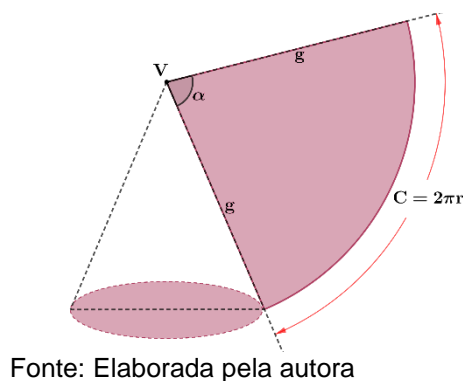
O **eixo** de um cone é a reta determinada pelo vértice e pelo centro da base.

## Área lateral e total de um Cone

A superfície lateral de um cone circular reto ou cone de revolução de raio da base  $r$  e geratriz  $g$ , é equivalente a um setor circular de raio  $g$  e comprimento do arco  $2\pi r$ .

Isso significa que a superfície lateral de um cone de revolução desenvolvida num plano (planificada), é um setor circular cujo raio é  $g$  (geratriz) e comprimento do arco  $2\pi r$ .

Figura 20 - Área lateral e total - Cone



Sendo  $\theta$  o ângulo do setor, este ângulo é dado por:

$$\theta = \frac{2\pi r}{g} \text{ rad} \quad \text{ou} \quad \theta = \frac{360r}{g} \text{ graus}$$

A área lateral do cone pode então ser calculada da seguinte forma:

a) Comprimento do arco    área do setor circular

$$\frac{2\pi g}{2\pi r} \qquad \qquad \qquad \frac{\pi g^2}{A_\ell}$$

$$\text{Assim, } A_\ell = \frac{2\pi r \cdot \pi g^2}{2\pi g} \quad \Rightarrow \quad A_\ell = \pi r g.$$

b) A área do setor circular é dada pela fórmula da área de um triângulo:

$$A_{\text{setor}} = \frac{1}{2} (\text{comprimento do arco}) \cdot (\text{raio})$$

$$\text{Assim, } A_\ell = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot g \quad \Rightarrow \quad A_\ell = \pi r g$$

A área total de um cone é a soma da área lateral ( $A_l$ ) com as áreas bases ( $A_b = \pi r^2$ ); logo:

$$A_t = A_l + A_b \Rightarrow A_t = \pi r g + \pi r^2 \Rightarrow A_t = \pi r (g + r)$$

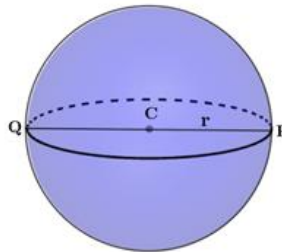
### Volume de cone

O volume de um cone é um terço do produto da área da base pela medida da altura. Se  $A_b = \pi r^2$ , temos:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

### ESFERA

De acordo com Dante (2013), a definição da esfera é dada por: Consideremos um ponto  $C$  e um número real positivo  $r$  qualquer. Chama-se esfera de centro  $C$  e raio  $r$  ao conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a  $r$  do ponto  $C$ . A esfera é também o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo, em torno de um eixo que contém o diâmetro.

Figura 21 - Esfera – definição



Fonte: Elaborada pela autora

### Área e volume

A área da superfície de uma esfera de raio  $r$  é igual a  $4\pi r^2$ .

$$A = 4\pi r^2$$

### Volume da esfera

O volume de uma esfera de raio  $r$  é  $\frac{4}{3} \pi r^3$ .

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

## **CAPÍTULO III - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Os procedimentos metodológicos desenvolvidos no decorrer deste capítulo, começam com a contextualização da pesquisa, na qual se apresenta os estudantes da 2ª série do Ensino Médio da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima, como os sujeitos da pesquisa. A caracterização da pesquisa ocorre mediante apresentação da Aprendizagem de Geometria Espacial, no que refere aos sólidos geométricos como unidades de análise da pesquisa. Os dados serão organizados em relatórios coletivos e individuais, para posteriormente serem analisados de forma qualitativa e quantitativa com enfoque predominantemente qualitativo.

Destacam-se ainda neste capítulo, os instrumentos de coleta de dados, seus objetivos, modelos e características seguidos da sequência da pesquisa, de modo a garantir o maior grau de confiabilidade, validade, objetividade e credibilidade da pesquisa.

### **3.1 Contextualização da Pesquisa**

A pesquisa foi realizada em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, do curso Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

A Escola Agrotécnica (EAgro) está vinculada à Universidade Federal de Roraima. Atualmente com 302 estudantes matriculados em 13 turmas, sendo 173 estudantes no Ensino Médio integrado ao Técnico em Agropecuária, 40 estudantes na modalidade Proeja, 45 estudantes na modalidade Subsequente, e 44 estudantes matriculados no curso Tecnólogo em Agroecologia. A Escola conta com boa infraestrutura, composta por salas climatizadas, biblioteca, laboratório de informática, física, química, biologia, auditório, refeitório, laboratório de ciências agrárias, alojamento e outros espaços administrativos.

O ingresso dos estudantes na Escola Agrotécnica é realizado por meio de processo seletivo, realizado anualmente para formação de turmas de Ensino Médio Técnico, Subsequente, Proeja e Tecnólogo em Agroecologia.

### **3.2 Caracterização da Pesquisa**

O presente estudo foi realizado a partir de uma pesquisa com abordagem qualitativa e quantitativa, com enfoque qualitativo.

Tem-se como unidade de análise, a aprendizagem no conteúdo de Geometria Espacial de 15 estudantes da 2ª série do Ensino Médio, no ano de 2018. A coleta de dados será realizada através dos instrumentos: prova de lápis e papel, questionários, autoavaliações e observações, e registros pessoais.

Os dados coletados na pesquisa, serão interpretados através dos instrumentos: prova de lápis e papel, questionários, autoavaliações e observações. Os dados serão organizados de acordo com a Teoria de Formação por Etapas, de Galperin.

### **3.3 Unidades de Análises**

A proposta elaborada nessa pesquisa, consiste em uma investigação por meio do enfoque qualitativo e quantitativo das provas de lápis e papel que serão aplicadas. As provas diagnósticas, formativas e final, foram utilizadas para a verificação da aprendizagem e assimilação de Geometria Espacial, através da Atividade de Situações Problema (ASPGE), fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin.

#### **3.3.1 Quantitativas**

Na categoria de análise quantitativa, os dados qualitativos serão transformados para quantitativos a partir dos indicadores (a, b, c, d) das operações presentes nas ações, organizado em uma escala de 1 até 5 pontos, com os seguintes critérios: se todos os indicadores estiverem incorretos, obterá um (1) ponto; se o indicador essencial da ação estiver incorreto ou parcialmente correto, ou se existe pelo menos outro indicador parcialmente correto, obterá dois (2) pontos; se o estudante tem somente correto o indicador essencial, obterá três (3) pontos; se o indicador essencial estiver correto, mas existe outro indicador parcialmente correto, obterá quatro (4) pontos; se todos indicadores estiverem corretos, obterá cinco (5) pontos..

Através dessa escala, será possível determinar uma pontuação a cada aluno para apresentar em tabelas e gráficos durante a análise dos resultados.

### 3.3.2. Qualitativas

No Quadro 2, apresenta-se os parâmetros para a análise qualitativa, destacando entre os indicadores, elementos essenciais que servirão de parâmetros para a análise quantitativa. De modo geral, serão analisadas as dimensões da execução das operações e ações (categorias da ASPGE), segundo as características das etapas das ações mentais. As categorias qualitativas de análises da ASP em Geometria Espacial, são: compreender o problema, construir o núcleo conceitual da geometria, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

Quadro 2 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da ASPGE

Categorias (Qual) / Variáveis (Quant)	Subcategorias (Qual) / Indicadores (Quant)	Elemento Essencial (Quant)
<b>1ª ação Compreender o Problema</b>	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas. b) Determinar as condições do problema c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas. d) Reconhecer e classifica os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe; <b>e) Reconhecer os objetivos do problema.</b>	<b>e)</b>
<b>2ª ação Construir o núcleo Conceitual da Geometria</b>	a) Determinar as incógnitas envolvida no problema. b) Nominar as incógnitas com suas medidas. c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema. <b>d) Construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</b> e) Construir o modelo geométrico relacionado ao problema f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático.	<b>d)</b>
<b>3ª ação Solucionar o modelo Matemático.</b>	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo; <b>c) Solucionar o modelo matemático do problema.</b>	<b>c)</b>
<b>4ª ação Interpretar a solução</b>	a) Interpretar o resultado. b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivos (s) do problema. <b>c) Dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema.</b> d) Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o (s) objetivo (s) do problema, a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.	<b>c)</b>

Fonte: Adaptado de Mendoza, 2009.



### 3.3.2.1 Primárias e Secundárias das Ações

De acordo com o desempenho qualitativo nos aspectos das subcategorias das ações (operações), foram observadas características primárias e secundária das ações, e definidos os termos e conceitos aplicados no desempenho qualitativo, dispostos nos Quadros 3 e 4, com base nas etapas das ações mentais.

Quadro 3 - Características Primárias das Ações

<b>Categorias</b>	<b>1ª Etapa</b>	<b>2ª Etapa</b>	<b>3ª Etapa</b>	<b>4ª Etapa</b>
<b>Forma</b>	Material/ Perceptiva	Material/ Perceptiva	Verbal-Externa	Verbal -Interna
<b>Generalizado</b>	Pouco	Pouco	Parcialmente	Totalmente
<b>Explanado</b>	Totalmente	Totalmente	Parcialmente	Pouco
<b>Assimilado</b>	Pouco	Pouco	Parcialmente	Totalmente
<b>Independente</b>	Pouco	Pouco	Parcialmente	Totalmente

Fonte: Elaborada pelo grupo de pesquisa Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática (2018)

Quadro 4 - Características Secundária das Ações

<b>Categoria</b>	<b>Caraterística</b>	<b>Conceito</b>
Solidez	Cumprimento eficaz das ações das etapas material até mental	Pouca - Razoável - Totalmente
Consciente	Cumprimento eficaz da etapa verbal	Pouca - Razoável - Totalmente
Abstrato	Alto grado de Generalização	Pouca - Razoável - Totalmente

Fonte: Elaborada pelo grupo de pesquisa Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática (2018).

Os critérios utilizados na análise para avaliar o desempenho dos estudantes em relação as qualidades das etapas estão dispostas no Quadro 5.

Quadro 5 - Critérios de análise das Características Primárias das ações

Indicadores da Avaliação	Conceito
Se todos os indicadores da ação estiverem incorretos	Pouco
Se o elemento essencial da ação estiver incorreto ou parcialmente correto e se existe pelo menos outro elemento parcialmente correto	
Se o estudante tem somente correto o indicador essencial	Parcialmente
Se o indicador essencial estiver correto mais existe outros indicadores parcialmente correto (ou parcialmente correto)	
Se todos indicadores a ação estiverem corretos	Totalmente

Nota: Pouco – escala de 1 a 2 pontos; Parcialmente – escala de 3 a 4 pontos; Totalmente – escala de 5 pontos.

Fonte: Adaptado de Santos (2014).

O Quadro 6 apresenta os indicadores utilizados nas análises do desempenho dos estudantes nas características secundárias das ações.

Quadro 6 - Critérios de análise das Características Secundárias das ações

<b>Pouco</b> [1-2] - Se estudante não compreendeu, não conseguiu construir o núcleo conceitual de Geometria, não soube solucionar o problema e não conseguiu interpretar a solução; se o estudante apenas esboçou alguma análise do problema, elaborou algum cálculo, mas não conseguiu efetivar nenhuma ação.
<b>Razoável</b> [3 - 4] - O estudante compreende o problema, atende ao objetivo do problema, mas não executa as outras ações solicitadas e/ou executa as outras ações de forma inadequada e incompleta; se o estudante executa as principais ações de forma a atender ao objetivo do problema, mas alguma das ações foi executada de forma inadequada e incompleta.
<b>Totalmente</b> – equivale a 5 (cinco) pontos - Se todas as ações correspondem ao solicitado pelo problema.

Fonte: Adaptado de Bezerra (2016)

### 3.4 Instrumentos de Coleta de Dados

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram organizados em cinco etapas, sendo elas: i) provas de lápis e papel; ii) questionários e auto avaliação realizadas pelos estudantes; iii) Formativas (por meio de jogo); iv) guia de observações, e v) prova final.

No Quadro 7 apresenta-se a relação entre as fases da pesquisa, os instrumentos utilizados em cada fase e as etapas de formação das ações mentais de Galperin.

Quadro 7 - Instrumentos de coleta de dados e as fases da pesquisa

<b>Fases da Pesquisa</b>	<b>Instrumentos</b>	<b>Etapas Mentais</b>
Diagnóstica	Prova de lápis e papel Autoavaliação Questionário	1ª Etapa - BOA
Formativas (I, II e III)	Prova de lápis e papel- (Jogo de trilha) Questionário Guia de Observações	2ª Etapa – Material ou Materializada 3ª Etapa – Verbal Externa
Final	Prova de lápis e papel	4ª Etapa Linguagem Externa para si

Fonte: Adaptado de CHIRONE, 2016.

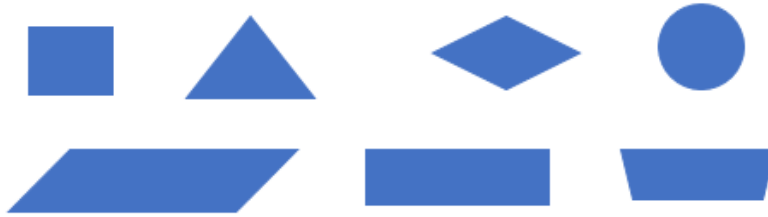
#### 3.4.1 Prova de Lápis de Papel

Durante a realização da pesquisa, foram elaboradas provas de lápis e papel, sendo: avaliação diagnóstica e avaliação final.

A prova diagnóstica tem o objetivo de verificar os conhecimentos dos alunos sobre conteúdo de Geometria Plana, composta de quatro questões abordando o tema sobre polígono, perímetro de polígono, áreas de figuras planas e teorema de Pitágoras. A prova diagnóstica pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender Geometria Espacial, utilizando a ASPGE como metodologia de ensino.

## FASE DIAGNÓSTICA – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

**Questão 1** - Observe as figuras abaixo e responda:



- Vocês já conhecem estas figuras? Qual o nome de cada uma delas?
- Quantas dimensões podemos observar em uma figura plana? Quais são elas?
- Aponte exemplos que você conhece (seja presente na natureza ou construída pelo homem) e que tenha as formas de algumas das figuras acima descritas.

Essa questão está relacionada com a 1ª ação (compreender o problema). A solução da situação problema envolve reconhecimento e identificação de figuras planas.

**Questão 2** (FUVEST-SP) Adaptada - Uma escada que mede 4m, tem uma de suas extremidades aparada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4 m da base do muro. Com base nos dados do problema acima, responda:

- Desenhe o modelo que representa a situação do problema.
- Quais são os dados do problema?
- Qual o conceito utilizado para responder essa questão?
- Expresse o modelo matemático que representa o problema.
- Identifique qual figura geométrica está relacionada ao problema acima.
- Qual seria a altura do muro?

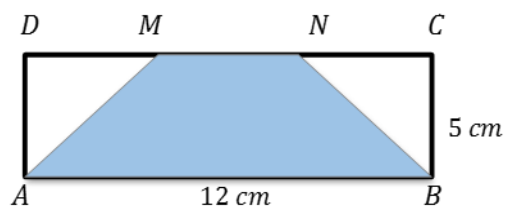
A questão 2 está relacionada com a 2ª ação (construir o modelo matemático), tendo o estudante que compreender o problema (1ª ação) e solucionar o modelo matemático (3ª ação). A solução da situação problema, envolve cálculo de cateto de triângulo retângulo, levando o aluno a aplicar o Teorema de Pitágoras.

**Questão 3** - Dona Marta, pretende colocar cerâmica em um dos cômodos de sua casa, que possui 3 m de comprimento por 2 m de largura. Se forem usadas cerâmicas medindo 20 cm de lado, quantas cerâmicas serão gastas? Ainda a respeito do problema acima, responda:

- Que dados o problema fornece?
- O que o problema está pedindo que seja calculado?
- Qual é a incógnita?
- Que figura lembra o cômodo a ser revestido?
- E a cerâmica, tem que formato?
- Como resolveria este problema?
- Se uma caixa de cerâmica custa R\$ 30,00, qual seria o gasto total com as cerâmicas?

A questão 3 está relacionada com a 1ª ação (compreender o problema); 2ª ação (construir o modelo matemático) e 3ª ação (solucionar o modelo matemático) da ASP, e envolve cálculo de área de retângulo e quadrado, conversão de medidas e regra de três simples.

**Questão 4** - Na figura abaixo,  $\overline{DM} = \overline{MN} = \overline{NC}$ . Calcule a área da região colorida dessa figura. (DANTE, 2013, p.148).



A questão 4 está relacionada com a 2ª e 3ª ação da ASPGE. A solução da situação problema envolve cálculo triângulo retângulo e área de trapézio.

## FASE FORMATIVA

O procedimento nessa fase da pesquisa, propõe obedecer a segunda e a terceira etapa de Galperin, sendo a etapa da formação da ação em forma material, e a etapa da formação da ação como verbal. Foram desenvolvidas três formativas (Formativa I, Formativa II e Formativa III), sendo todas realizadas mediante a aplicação de um jogo pedagógico em forma de trilhas, intitulado como “*Trilhando pela Geometria Espacial*”.

O jogo consiste em um tabuleiro, composto de 50 casas, contendo cartas questões, cartas respostas e cartas resolução. As cartas questões foram elaboradas e adaptadas pela professora, tendo como base as ações da ASP. A estrutura do tabuleiro do jogo e os modelos das cartas, estão apresentados nos (Apêndices F e G).

A Prova Formativa I e Formativa II, limitou-se aos conteúdos dos sólidos geométricos - Prismas e Pirâmides, constituídos por 47 questões e atendendo as ações da ASP de, *compreender o problema* (1ª ação) e *construir o núcleo conceitual da Geometria* (2ª ação), sendo que 32 questões se referem a etapa da formação da ação material e 15 problemas relacionados a etapa da ação como verbal.

Apresenta-se no Quadro 8 as características de cada uma das questões da Prova Formativa I e II em relação as ações da ASPGE no qual está indicado quais são as informações dadas nas questões (!), quais ações estão sendo avaliadas (?) e quais ações não estão sendo verificadas (-).

Quadro 8 - Características das questões da Formativa I e II, em relação as ações da ASPGE  
Formativa I

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da Questão
Q-1	?	(-)	(-)	(-)	Extraír os dados do problema.
Q-2	(-)	?	(-)	(-)	Determinar o modelo matemático que representa a diagonal do portal (hipotenusa).
Q-3	?	(-)	(-)	(-)	Identificar e determinar as dimensões de uma figura plana.
Q-4	(!)	?	(-)	(-)	Expressar o modelo matemático que representa a área do paralelepípedo.
Q-5	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer o objetivo do problema, sendo este, determinar a área lateral de um prisma triangular.
Q-6	(!)	?	(-)	(-)	Determinar o modelo matemático que representa a área da base de um prisma triangular.

Q-7	?	(!)	(-)	(-)	Identificar a figura geométrica de um prisma hexagonal.
Q-8	(-)	?	(-)	(-)	Nominar a incógnita (altura) do paralelepípedo, sendo dado o modelo geométrico.
Q-9	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer o polígono que compõe as faces laterais de um prisma reto.
Q-10	(-)	?	(-)	(-)	Construir uma pirâmide regular quadrada, de aresta lateral medindo 18 cm e aresta da base medindo 6 cm, usando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas.
Q-11	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer o polígono que compõe as faces laterais de um prisma oblíquo.
Q-12	(-)	?	(-)	(-)	Construir o modelo matemático que representa a área de um terreno retangular, de largura simbolizada por $3x$ e seu comprimento por $2x + 5$ .
Q-13	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer que para um $x = 9$ , a quantidade necessária para preencher completamente o recipiente será de $1\ 440\text{ cm}^3$ .
Q-14	(-)	?	(-)	(-)	Determinar o modelo matemático que indica a medida da diagonal do cubo, sendo dadas informações geométricas
Q-15	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer que para um $x = 2$ , o comprimento do terreno retangular é 9m.
Q-16	(-)	?	(-)	(-)	Construir o modelo matemático métrico, que representa a altura do recipiente na forma de um paralelepípedo, sendo dado na questão informações geométricas e dimensões.
Q-17	?	(-)	(-)	(-)	Reconhecer o objetivo da questão, determinar número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada.
Q-18	(-)	?	(-)	(-)	Expressar a área da base da grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito.
Q-19	?	(!)	(-)	(-)	Identificar a figura geométrica, conforme sua planificação.
Q-20	(-)	?	(-)	(-)	Expressar o modelo matemático que representa o volume de um objeto maciço na forma de um paralelepípedo.
Q-21	?	(-)	(-)	(-)	Descrever a característica geométrica das pirâmides que as distinguem dos prismas.
Q-22	(-)	?	(-)	(-)	Determinar o modelo matemático que representa a capacidade da piscina, em litros.
Q-23	?	(!)	(-)	(-)	Determinar quantos e quais polígonos compõe as faces de um prisma hexagonal, apresentado na forma planificado.
Q-24	(!)	?	(-)	(-)	Identificar a forma geométrica de um enfeite, construído por um quadrado e quatro triângulos.

Q-25	?	(!)	(-)	(-)	Identificar os sólidos geométricos a partir de suas planificações.
Q-26	(-)	?	(-)	(-)	Representar geometricamente um prisma pentagonal, usando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas.
Q-27	?	(!)	(-)	(-)	Reconhecer a planificação de uma pirâmide.
Q-28	(-)	?	(-)	(-)	Determinar a incógnita envolvida no problema, como sendo a quantidade de azulejos gastos para revestir a piscina.
Q-29	?	(!)	(-)	(-)	Reconhecer os polígonos que compõem as faces laterais da pirâmide regular quadrangular.
Q-30	?	(!)	(-)	(-)	Identificar as características dos poliedros apresentados na forma planificada.
Q-31	?	(!)	(-)	(-)	Reconhecer e classificar o sólido geométrico construído por Marina, com cartolina, canudinhos e bolinhas.
Q-32	(-)	?	(-)	(-)	Determinar modelo matemático que representa o volume de um enfeite no formato de pirâmide quadrangular.
<b>PROVA FORMATIVA II</b>					
Q-33	?	(-)	(-)	(-)	Diferença entre as faces de um prisma reto e as faces de uma pirâmide.
Q-34	(-)	?	(-)	(-)	Conceituar sólido geométrico.
Q-35	(-)	?	(-)	(-)	Capacidade de um aquário na forma de um paralelepípedo.
Q-36	(-)	?	(-)	(-)	Usar o conceito de Perímetro, para determinar a quantidade necessária de fita.
Q-37	(-)	?	(-)	(-)	Conceituar prisma reto de base hexagonal.
Q-38	?	(-)	(-)	(-)	Diferenciar pirâmides e prismas.
Q-39	?	(-)	(-)	(-)	Diferenciar prismas reto e prisma oblíquo.
Q-40	?	(-)	(-)	(-)	Diferenciar cubo e paralelepípedo.
Q-41	(!)	?	(-)	(-)	Construir Pirâmide Quadrangular, identificando os polígonos que a compõe.
Q-42	(-)	?	(-)	(-)	Explicar os procedimentos para determinar a área lateral de um prisma hexagonal.
Q-43	?	(!)	(-)	(-)	Classificar os sólidos geométricos através de suas planificações.
Q-44	?	(-)	(-)	(-)	Classificar objetos, segundo suas características com sólidos geométricos.
Q-45	(-)	?	(-)	(-)	Explicar os procedimentos para determinar o volume de pirâmide quadrada.
Q-46	(-)	?	(-)	(-)	Usar o conceito de Volume de prisma, para mostrar a quantidade de doces para o preenchimento total da caixa.



Q-47	(-)	?	(-)	(-)	Usar conceito de arestas, para construir uma pirâmide usando 13 palitos de dentes.
------	-----	---	-----	-----	--

**Legenda:** (Q) questão; (1ªA) ação, compreender o problema; (2ªA) construir o núcleo conceitual de geometria; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação, interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (-) ação não verificada, (SP) Situação Problema.

Fonte: Adaptada, CHIRONE, 2015.

A Formativa III foi constituída de 15 questões relacionadas a 3ª e 4ª ação da ASP, de *solucionar o modelo matemático e interpretar o problema* sobre os conteúdos de Corpos Redondos (Cilindro, Cone e Esfera), relacionados a etapa da formação da ação material e da ação verbal. No Quadro 9, encontram-se as características das questões da Prova Formativa III, realizada mediante jogo.

Quadro 9 - Características das questões da Formativa III, em relação as ações da ASPGE

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da Questão
Q-48	(-)	(-)	?	(-)	Determinar o volume do reservatório cilíndrico.
Q-49	(-)	?	(-)	(-)	Determinar o raio do reservatório cilíndrico.
Q-50	(-)	(-)	?	?	Comparar o volume entre duas embalagens na forma cilíndrica.
Q-51	(-)	(-)	?	?	Comparar a área total entre duas embalagens na forma cilíndrica.
Q-52	(-)	(-)	?	(-)	Determinar a altura de um tanque na forma de um cilindro.
Q-53	(-)	(-)	?	?	Usar o conceito de volume de cilindro para determinar a quantidade de potinhos necessários para colocar doce.
Q-54	(-)	(-)	?	?	Determinar através de área total, a quantidade de material necessário para construir um cone.
Q-55	(-)	(!)	?	?	Mostrar que para uma altura $h = 9$ cm, o volume do recipiente cilíndrico é de $254,34 \text{ cm}^3$ .
Q-56	(-)	(-)	?	(-)	Determinar o comprimento da altura de uma embalagem na forma cilíndrica.
Q-57	(-)	(-)	?	(-)	Determinar o volume de bombom no formato de uma esfera.
Q-58	(-)	(!)	?	?	Definir superfície lateral planificada de um cilindro, sendo dado o modelo matemático.
Q-59	(-)	?	?	?	Usar o conceito de volume de uma esfera, para comparar o volume entre duas laranjas.
Q-60	(-)	(-)	?	?	Determinar quantos dias um gás de cozinha de um botijão, durará, se consumidos 2,4 litros por dia.

Q-61	(-)	(!)	?	?	Usar o conceito de área lateral de um cone, para determinar a quantidade de material necessária para a construção de um chapéu cônico.
Q-62	(-)	(-)	?	?	Comparar volume entre cone e cilindro.
Q-63	(-)	(-)	?	?	Usar o conceito de volume, para mostrar que 800L de vinho não encher um tonel de 1 m de diâmetro e 2 m de altura.
<b>Legenda:</b> (Q) questão; (1ªA) ação, compreender o problema; (2ªA) construir o núcleo conceitual de geometria; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação, interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (-) ação não verificada, (SP) Situação Problema.					

Fonte: Adaptada, CHIRONE, 2015.

## FASE FINAL – AVALIAÇÃO FINAL

O instrumento utilizado nessa fase, foi uma prova de lápis e papel, compostos de três questões com aplicação dos conteúdos de Prismas, Pirâmides, Cone Cilindro e Esfera, envolvendo as ações da ASPGE e a quarta etapa da formação da linguagem externa para si.

No Quadro 10, encontram-se as características das questões da avaliação final. Nas questões (Q-1 e Q-3) são avaliadas todas as ações da ASPGE. Na Questão (Q-2) é dado o modelo matemático e outras informações sobre a 2ª ação, não sendo avaliada as outras ações.

Quadro 10 - Características das questões da Avaliação Final, em relação as ações da ASPGE

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da Questão
Q-1	?	?	?	?	Determinar o raio e o volume da esfera.
Q-2	(-)	(!)	?	(-)	Criar uma SP representada por: $v = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 20$ .
Q-3	?	?	?	?	Determinar os valores de x (altura) e y (raio), do depósito na forma cilíndrica.
<b>Legenda:</b> (Q) questão; (1ªA) ação, compreender o problema; (2ªA) construir o núcleo conceitual de geometria; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação, interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (-) ação não verificada, (SP) Situação Problema.					

Fonte: Adaptada, CHIRONE, 2015.

### 3.4.2 Autoavaliação

Após a prova diagnóstica, foi realizada uma correção coletiva das questões e, em seguida, a aplicação de uma autoavaliação com o objetivo de provocar no aluno a reflexão sobre o próprio desempenho, levando-os a identificar e corrigir seus erros. Segue as perguntas referidas na autoavaliação.

Que dificuldades você teve na **Questão 1**?

- a) ( ) Não conhece as figuras planas
- b) ( ) Conhece as figuras planas, porém não lembra o nome de algumas
- c) ( ) Não sabe quantas dimensões formam uma figura plana
- d) ( ) Não consegue identificar e relacionar figuras planas com objetos do seu dia a dia
- e) ( ) Não teve dificuldades, pois resolveu corretamente todos os itens da questão
- f) outros: \_\_\_\_\_

Quais foram suas dificuldades na **Questão 2**?

- a) ( ) Extrair os dados do problema
- b) ( ) Identificar o conceito utilizado para solucionar o problema
- c) ( ) Desenhar a figura que representa a situação do problema
- d) ( ) Construir o modelo matemático
- e) ( ) Não soube calcular
- f) ( ) Não teve dificuldades, pois acertou todos os objetivos do problema
- g) outros: \_\_\_\_\_

Quais foram suas dificuldades na **Questão 3**?

- a) ( ) Extrair os dados do problema
- b) ( ) Identificar a incógnita
- c) ( ) Desenhar o modelo geométrico que representa a situação do problema
- e) ( ) Construir o modelo matemático
- f) ( ) Não soube calcular
- g) ( ) Tem dificuldade de interpretar problemas

Quais foram suas dificuldades na **Questão 4**?

- a)  Formular o modelo matemático  
 b)  Não soube calcular  
 c)  Não teve dificuldades, pois calculou e acertou todos os objetivos do problema  
 d) outros: \_\_\_\_\_  
 e) Justifique:

### 3.4.3 Questionário

Após o teste diagnóstico, foi aplicado um questionário contendo perguntas abertas e fechadas, relacionadas com a metodologia de resolução de problemas, tendo como objetivo, a visão do aluno em relação a Resolução de Problemas. Apresenta-se as perguntas do questionário:

**1)** *Você teve alguma dificuldade em trabalhar com resolução de problemas nas atividades propostas do teste diagnóstico?*

Sim       Não

**2)** *Após a leitura dos enunciados dos problemas, você precisou da ajuda de alguém para esclarecer melhor o que o problema estava pedindo?*

sim    não    às vezes

**3)** *Para resolver os problemas, você costuma planejar estratégias de como será resolvido?*

sim    não    às vezes

**4)** *Sempre que você consegue resolver um problema na matemática, você costuma verificar novamente sua resposta?*

sim    não    às vezes

**5)** *Você tem alguma estratégia para resolver problemas?*

Sim       Não

Justifique: \_\_\_\_\_

**6)** *Você considera a resolução de problema como uma metodologia importante nas aulas de matemática?*

Sim       Não

Por quê? \_\_\_\_\_

### 3.4.4 Guia De Observação

Durante o desenvolvimento da pesquisa, os estudantes foram observados através do acompanhamento presencial da professora, durante a realização das atividades dos estudantes em classe e análise dos vídeos feitos pela pesquisadora, durante as aulas e aplicação do jogo. O resultado das observações pessoais da pesquisadora, junto a utilização dos outros instrumentos de coleta de dados, foi organizado no Quadro 11 e serviram como base para determinar o domínio de cada estudante em relação às ações da ASPGE.

Quadro 11 - Guia de observação da Atividade de Situações Problema em Geometria Espacial - ASPGE

Guia qualitativo de observação das categorias da Atividade de Situações Problema			
Dia:		Hora:	
		Local:	
Estudante da Ação:			
Objetivo da Atividade de Estudo:			
Outras características a destacar:			
Categorias	Subcategoria	Descritiva	Interpretativa
Compreender o Problema	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Ler e extrair os dados do problema a partir de textos e/ou de figuras geométricas;</li> <li>✓ Determina as condições do problema;</li> <li>✓ Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas;</li> <li>✓ Reconhecer e classificar os sólidos geométricos, de acordo com as figuras geométricas que o compõe;</li> <li>✓ Reconhecer os objetivos do problema.</li> </ul>		
Construir o Núcleo Conceitual da Geometria.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Determinar as incógnitas envolvidas no problema;</li> <li>✓ Nominar as incógnitas com suas medidas;</li> <li>✓ Atualizar os conceitos e procedimentos associados à compreensão do problema;</li> <li>✓ Constrói o modelo matemático métrico relacionado ao problema;</li> <li>✓ Constrói o modelo geométrico relacionado ao problema;</li> <li>✓ Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático.</li> </ul>		
Solucionar o Modelo Matemático	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático, associado ao problema;</li> <li>✓ Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo;</li> <li>✓ Soluciona o modelo matemático do problema.</li> </ul>		
Interpretar a Solução	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Interpretar o resultado;</li> <li>✓ Extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema;</li> </ul>		

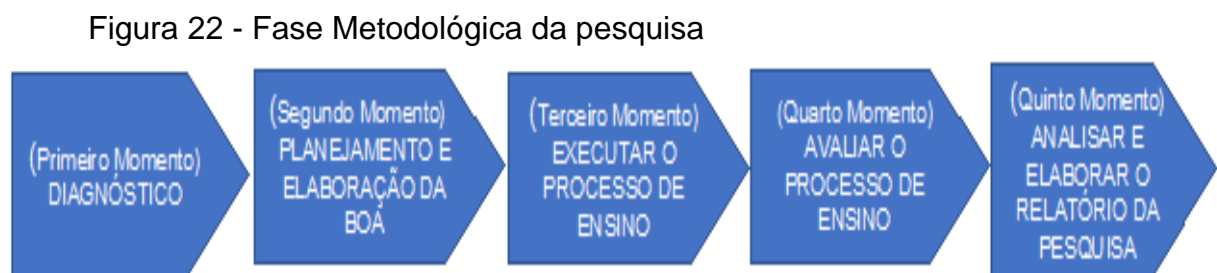
	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema;</li> <li>✓ Analisar, a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema, a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.</li> </ul>		
--	--	--	--

### Questionário para Avaliar o jogo “Trilhando na Geometria Espacial” nas Fases Formativas

Após a realização das três fases formativas, mediada pelo Jogo, os estudantes foram incentivados a responder a um questionário, com objetivo de avaliar o jogo como uma estratégia de ensino no conteúdo de Geometria Espacial.

### 3.5 Sequência da Pesquisa

Tendo em vista que a pesquisa se sustenta na Teoria de Formação das Etapas de Galperin, a pesquisa foi organizada em cinco momentos, da seguinte forma:



Fonte: Elaborado pela autora.

**O primeiro momento**, está relacionado com uma introdução diagnóstica que analisou o nível de partida dos estudantes, através de uma avaliação diagnóstica de lápis e papel no conteúdo de geometria plana, considerado como pré-requisito para geometria espacial. **O segundo momento**, correspondeu ao planejamento da Atividade de Situação Problema e elaboração da Base Orientadora da Ação – Primeira BOA e Segunda BOA, norteadas pelas observações da avaliação diagnóstica do primeiro momento. **O terceiro momento**, corresponde as atividades formativas (I, II e III) compreendendo as etapas materializadas (o estudante sabe fazer) e verbais externa (o estudante sabe explicar), através de um novo recurso, sendo este um jogo didático. **No quarto momento**, foi feita a avaliação final da pesquisa, utilizando as

operações e categorias da ASPGE, verificando se os estudantes conseguiram chegar até a etapa da formação da ação verbal externa “para si”, através da prova de lápis e papel, envolvendo o conteúdo abordado ao longo das fases anteriores. Por fim, o **quinto momento**, procedeu-se com a análise dos resultados e divulgação da pesquisa.

No primeiro momento, a fim de determinar o nível de partida dos estudantes na 2ª série do Médio Integrado ao Técnico, foi aplicada as provas de lápis e papel, com conteúdo que já estudaram na 1ª Série do Ensino Médio, referente a Geometria Plana.

Este processo permitiu conhecer o nível que os estudantes estavam, em relação aos conteúdos prévios exigidos para a pesquisa, como ponto de partida em relação ao objetivo de ensino.

No segundo momento, foi elaborado a Base Orientadora da Ação (BOA) do tipo 3, ou seja, generalizada, completa e elaborada independente. Característica da 1ª etapa de formação das ações mentais, adequada quando o objetivo é a rápida assimilação do conceito. Na BOA, é introduzido o objeto de estudo em que o estudante descobre o conteúdo, e se mostra aos estudantes como e em que ordem se realiza as operações que formam a ação orientadora, executora e de controle. Na primeira BOA foi contemplado os conteúdos de Prismas e Pirâmides, e na segunda BOA foi desenvolvido os conteúdos de Cilindro, Cone e Esfera. O terceiro momento, corresponde a aplicação das avaliações formativas I, II e III, na qual foram elaboradas visando chegar às etapas material e verbal externa. As etapas material e verbal, foram estudadas e analisadas conforme o desenvolvimento da fase formativa I, II e III da pesquisa, onde os estudantes realizaram a ação mediante o Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”, em que foram abordadas questões, respeitando sempre os aspectos da ASPGE, sendo que na etapa material, os estudantes já realizam a ação. Já na etapa verbal externa, os estudantes representaram os elementos da ação na forma verbal externa (escrita). As questões solucionadas nas atividades no período da fase formativas, foram escolhidas de acordo com o objetivo da análise, e com relação aos procedimentos realizados para assimilação das ideias conceituais de Geometria Espacial, contexto da formação por etapas das ações mentais de Galperin.

No quarto momento, aplicou -se uma avaliação final de caráter geral do conteúdo de Geometria Espacial (questões mais complexas), em que os estudantes tiveram que enfrentá-los de forma independente, sem a orientação da professora.

Por fim, no quinto momento foi feita a análise dos resultados de forma mista (quali-quantitativa), com enfoque predominante qualitativo, expostos os resultados em gráficos e tabelas e a divulgação da pesquisa.

A pesquisa seguiu as etapas conforme Tabela 2, por considerar que seguindo tais etapas, se obterá um maior controle do processo. Segundo Talizina (1988), o controle deve ser feito durante todo o processo de ensino aprendizagem, embora em cada uma das etapas, ele seja feito de maneira diferenciada.

Tabela 2 - Etapas do processo de assimilação segundo Teoria de Galperin

Determinar o nível de partida	Elaboração da BOA	Etapa Material	Etapa Verbal	Etapa verbal para si
Teste diagnóstico	Formativa I		Formativa II	Avaliação Final
		Formativa III		

Fonte: Adaptado de MENDOZA; DELGADO (2013).



## CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados da pesquisa, de acordo com o seu desenvolvimento nas fases: diagnóstica, formativa e final. Em cada fase, procuramos apresentar com detalhes todos os instrumentos de coleta de dados com seus respectivos parâmetros, de modo a aumentar a confiabilidade, validade e credibilidade da pesquisa.

Como resultado das análises quantitativas, os dados coletados foram organizados e apresentados em tabelas e gráficos que serviram de base para as análises qualitativas de desempenho dos 15 estudantes participantes da pesquisa.

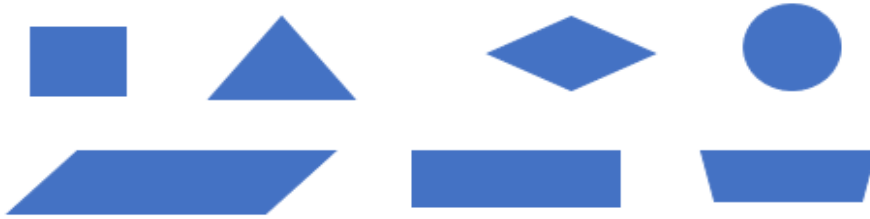
Analisaremos o desempenho quantitativo e qualitativo dos estudantes em cada uma das questões das provas de lápis e papel, em relação às ações da ASPGE e suas respectivas operações. Em seguida, uma análise geral das médias de cada uma das ações da ASPGE.

### 4.1 Fase Diagnóstica

O instrumento utilizado como avaliação diagnóstica foi uma prova de lápis e papel. O intuito é buscar informações através das categorias da ASP, para elaboração da Base Orientadora da Ação (BOA), que corresponde à primeira etapa para formação das ações mentais dos estudantes. As ações da ASPGE são convertidas nas seguintes categorias qualitativas de análises: *compreender o problema*, *construir o núcleo conceitual da Geometria*, *solucionar o modelo matemático* e *interpretar a solução*.

A avaliação diagnóstica foi elaborada com o objetivo de verificar os conhecimentos dos alunos sobre conteúdo de Geometria Plana, sendo composto de quatro questões. A prova diagnóstica pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender Geometria Espacial, utilizando a ASP como metodologia de ensino. O desempenho dos estudantes em relação as ações e suas respectivas operações na fase diagnóstica, encontra-se demonstrado no (Apêndice A).

**Questão 1** - Observe as figuras abaixo e responda:



- Vocês já conhecem estas figuras? Qual o nome de cada uma delas?
- Quantas dimensões podemos observar em uma figura plana? Quais são elas?
- Aponte exemplos que você conhece (seja presente na natureza ou construída pelo homem) e que tenha as formas de algumas das figuras acima descritas.

Quadro 12 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1- Avaliação diagnóstica

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
1ª ação <b>Compreender o Problema</b>	a) Ler e extrair os dados do problema; b) Reconhecer e classificar as figuras planas (Quadrado, triângulo, losango, círculo, paralelogramo, retângulo e trapézio); c) Identificar objetos, coisas com características semelhantes às das figuras planas; d) Reconhecer os objetivos do problema.	d)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação).

Essa questão está relacionada com a 1ª ação (compreender o problema), tendo o estudante que reconhecer, identificar e classificar as figuras planas.

A Tabela 3 apresenta a análise quantitativa geral dos estudantes na Questão 1, na qual se analisa apenas a 1ª ação. O estudante (E5) demonstra compreender bem o problema, pois as operações da ação de reconhecer, classificar as figuras geométricas planas, identificá-las com objetos do seu dia a dia, estão totalmente corretas, nesse sentido, obteve um índice de 5 pontos.

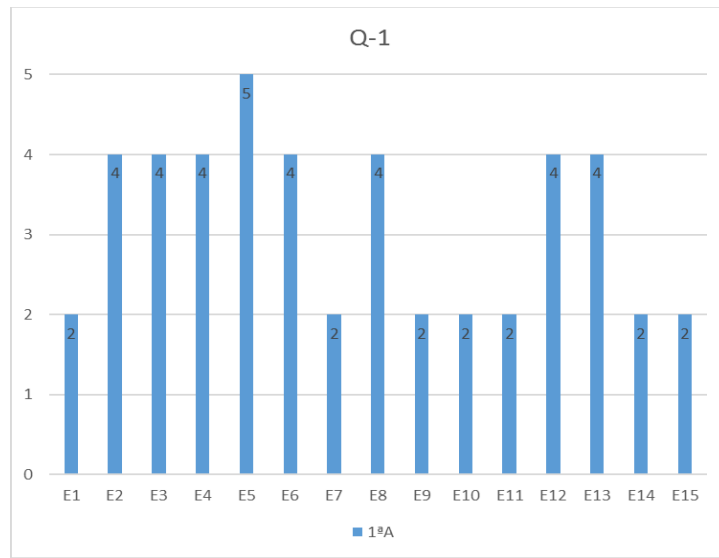
No Gráfico 1 observou-se que dos quinze estudantes analisados, oito estudantes demonstraram compreender o problema, atendendo as operações de reconhecer, classificar as figuras geométricas planas e as identificar com objetos seja da natureza como construída pelo homem, tendo dentre esses oitos estudantes, um com um empenho excelente. Um estudante atende parcialmente as operações da ação e seis estudantes apresentam dificuldade de compreensão e classificação das

figuras planas. Nessa questão, foi observado que o item “c”, foi o item em que mais os estudantes apresentaram dificuldades. Alguns estudantes ao relacionar objetos do dia a dia com as figuras planas, relacionava com as figuras geométricas espaciais.

Tabela 3 - Análise Quantitativa da Questão 1- Avaliação diagnóstica

Q-1		
A	1ªA	Y
E1	2	2
E2	4	4
E3	4	4
E4	4	4
E5	5	5
E6	4	4
E7	2	2
E8	4	4
E9	2	2
E10	2	2
E11	2	2
E12	4	4
E13	4	4
E14	2	2
E15	2	2
Media	3,1	3,1

Gráfico 1 - Desempenho dos estudantes na (Q-1) – Avaliação diagnóstica



Fonte: Banco de dados da autora

Os estudantes (E2, E3, E4, E6, E8, E12 e E13), com índice 4, conseguiram compreender o problema, porém, no item “c” da questão, apontaram alguns exemplos de figuras espaciais como sendo exemplos de figuras planas, conforme é visto na resposta do estudante (E2), na Figura 23.

Figura 23 - Resolução do (E2) na Q-1 “c” – Avaliação diagnóstica

e) Triângulo - Pirâmide; Quadrado - cerâmica; Retângulo -  
Rezeira; círculo - Bolo; losango - Ripa.

Fonte: Banco de dados da autora

O estudante (E1), no qual alcançou índice 3 na análise quantitativa, demonstra reconhecer e classificar as figuras corretamente, porém, comete erros em identificar

os elementos e características das figuras geométricas. Seis estudantes (E7, E9, E10, E11, E14 e E15) apresentam dificuldade de compreensão e classificação das figuras planas, tendo assim, alcançado um índice de 2 pontos.

Pode-se perceber que, a ação compreender o problema, foi satisfatória para os estudantes de um modo geral, pois atingiram a média considerável, mostrando assim terem conhecimentos prévios suficientes para compreender um problema no momento.

**Questão 2 (FUVEST-SP) Adaptada** - Uma escada que mede 5m, tem uma de suas extremidades aparadas no topo de um muro, e a outra extremidade dista 4m da base do muro. Com base nos dados do problema, responda:

- a) Que dados o problema fornece?
- b) Qual o conceito utilizado para responder essa questão?
- c) Desenhe o modelo que representa a situação do problema.
- d) Que figura geométrica está relacionada ao problema?
- e) Construa o modelo matemático a partir dos dados do problema.
- f) Qual seria a altura do muro?

Quadro 13 - - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2 – Avaliação diagnóstica

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
1ª ação Compreender o Problema	a) Ler e extrair os dados do problema - comprimento da escada (5 m) e a distância da escada à base do muro (4 m); b) Identificar a figura geométrica (triângulo retângulo) relacionada ao problema; c) Reconhecer os objetivos do problema.	c)
2ª ação Construir o núcleo Conceitual da Geometria	a) Determinar as incógnitas envolvidas no problema (altura do muro); b) Utilizar os conceitos de Teorema de Pitágoras, para solucionar o problema; c) Construir o modelo matemático métrico, relacionado ao problema (Teorema de Pitágoras); d) Construir o modelo geométrico, relacionado ao problema (Triângulo Retângulo).	c)
3ª ação Solucionar o modelo Matemático	a) Substituir corretamente os valores da hipotenusa (5m) e do cateto (4 m); b) Solucionar o modelo matemático do problema, realizando corretamente a expressão $5^2 = 4^2 + x^2$ .	b)

Fonte: Mendoza, 2009 (Adaptação).

A Questão 2 está relacionada com as três primeiras ações, sendo que os itens “a” e “d”, propõem analisar se os estudantes são capazes de compreender os dados

extraídos do problema, como também identificar a figura geométrica relacionada ao problema. Os itens “b”, “c” e “e”, referem-se a 2ª ação, em que os estudantes deverão ser capazes de construir o núcleo conceitual de geometria, sendo este conceito matemático o Teorema de Pitágoras, como também, representar a figura geométrica, sendo esta, um triângulo retângulo. Já no item “f”, espera-se que os estudantes saibam solucionar o modelo matemático por meio do Teorema de Pitágoras, atendendo assim a terceira ação.

Observar-se pela Tabela 4 que os estudantes (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13 e E15) realizaram todas as operações corretamente, o que significa que compreendem bem o problema, demonstrando habilidades em extrair os dados fornecidos pelo problema, corretamente, como também identificando o triângulo retângulo, como sendo a figura geométrica relacionada a questão. Já os estudantes (E1, E9 e E14), apresentam dificuldades na compreensão da questão.

Tabela 4 - Análise Quantitativa da Questão (Q-2) – Avaliação diagnóstica

Q-2				
A	1ªA	2ªA	3ªA	Y
E1	2	5	5	12
E2	5	5	5	15
E3	5	5	1	11
E4	5	5	5	15
E5	5	2	1	8
E6	5	5	5	15
E7	5	2	1	8
E8	5	2	2	9
E9	2	2	1	5
E10	5	2	1	8
E11	5	5	5	15
E12	5	4	5	14
E13	5	5	5	15
E14	2	5	5	12
E15	5	5	5	15
Media	4,4	3,9	3,5	11,8

Fonte: Banco de dados da autora

Os estudantes extraem os dados dos problemas com poucos detalhes, além disso, no item “d” da questão, cometem erros quando identificam o quadrado e o

triângulo equilátero, como fez o estudante (E14) na resposta representada pela Figura 24, quando o correto é um triângulo retângulo.

Figura 24 - Resolução do (E14) na Q-2 “d” – Avaliação diagnóstica

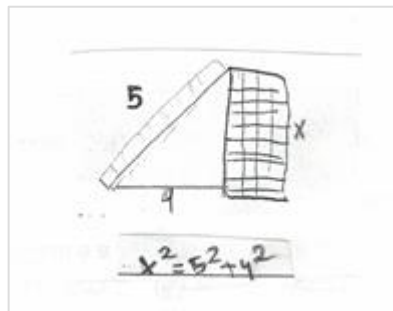
d) Que figura geométrica está relacionada ao problema.

quadrado e um triângulo equilátero

Fonte: Banco de dados da autora.

Na 2ª ação, os estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E11, E13, E14 e E15) apresentaram um excelente resultado, além de atender o elemento essencial da ação, de construir o modelo matemático métrico, desenvolvem corretamente as demais operações. Os estudantes (E5, E7, E9, E10), apesar de conseguirem construir o modelo matemático geométrico corretamente, representando a situação do problema pela figura de um triângulo retângulo, não conseguiram construir o modelo do Teorema de Pitágoras de acordo com os dados do problema. Na Figura 25, é apresentado a resolução do estudante (E14), em relação aos itens “c” e “e” da questão 2, no qual é visto que o estudante considera como a hipotenusa do teorema, como sendo a altura do muro.

Figura 25 - Resolução do (E14) na Q-2 “c” e “e” – Avaliação diagnóstica



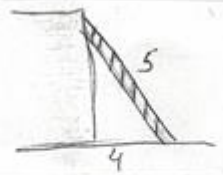
Fonte: Banco de dados da autora

Já o estudante (E8) representa corretamente o modelo matemático referente ao Teorema de Pitágoras, porém não utiliza este teorema como sendo o conceito utilizado para dar resposta a questão (item “b”). Isso se confirma nas respostas dadas pelos estudantes na autoavaliação, quando afirmam que as dificuldades encontradas para responder à questão 2, foram justamente “identificar o conceito utilizado para solucionar o problema”; “construir o modelo matemático” e “não saber calcular”.

Outro estudante, admite ter “dificuldade em construir o modelo matemático”, como relata na autoavaliação: “*eu não lembro o que é hipotenusa e nem a ordem certa do teorema de Talle.*” (E5). Em sua justificativa, é observado que a estudante tem conhecimento de algum elemento do Teorema de Pitágoras, porém faz referência equivocada quando diz teorema de Talles. Já o estudante (E12) conseguiu construir corretamente o modelo matemático métrico, porém apresenta dificuldade na construção do modelo geométrico.

Na análise da 3ª ação, os estudantes (E1, E2, E4, E6, E11, E12, E13, E14, E15) realizam com precisão a solução do modelo matemático, aplicando corretamente o Teorema de Pitágoras para determinar a altura do muro. Os estudantes (E3 e E8), apesar de construírem corretamente o modelo matemático, cometem erros operacionais na realização dos cálculos e, conseqüentemente dão um resultado errado para a altura do muro, conforme podemos verificar na Figura 26.

Figura 26 - Resolução do (E8) na Q-2 “f” – Avaliação diagnóstica



9 m de altura

$$5^2 = 4^2 \times h \quad / 25 = 16 \times h \quad / 25 = 16 = h \quad / 9 = h$$

Fonte: Banco de dados da autora.

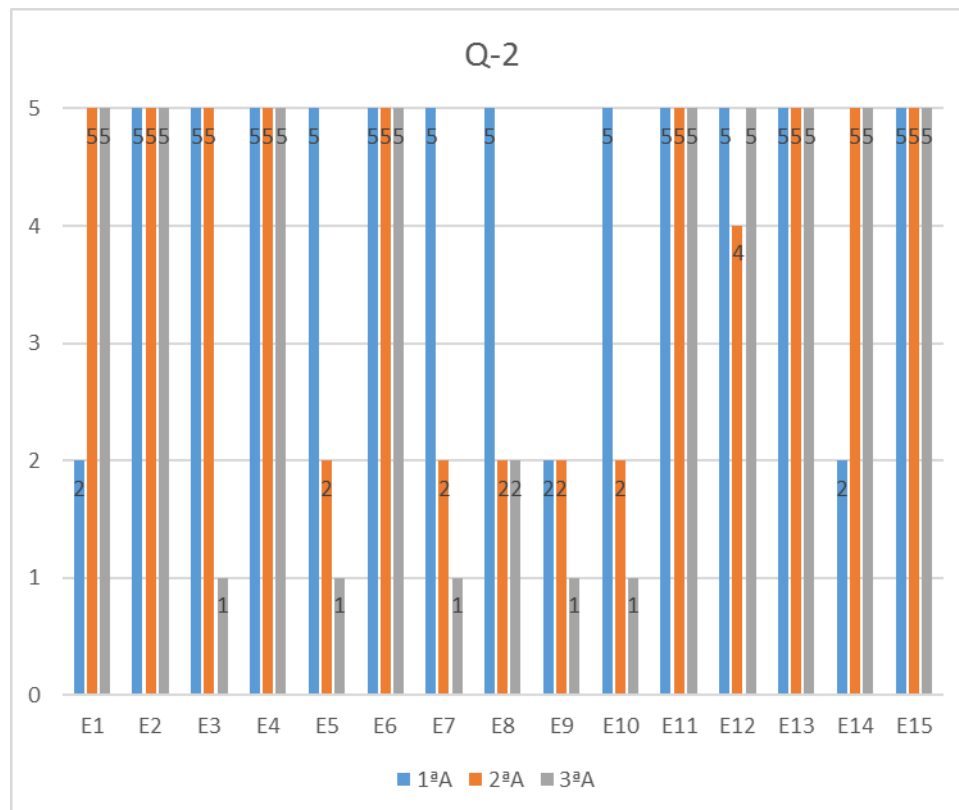
Os demais estudantes (E5, E7, E9 e E10), não conseguiram apresentar nenhum resultado referente as operações envolvidas na resolução do problema.

Das ações observadas na questão 2, os estudantes apresentaram melhor desempenho na ação de “compreender o problema”, em que é evidenciado claramente pelas médias das ações.

De acordo com o exposto no Gráfico 2, na segunda questão, podemos observar que seis estudantes (E2, E4, E6, E11, E13 e E15) alcançaram índice 5 nas três ações relacionadas a questão. Isso significa dizer que, esse grupo de estudantes demonstraram habilidades em compreender os dados extraídos do problema, como também em identificar a figura geométrica relacionada ao problema, construir o núcleo conceitual de geometria, sendo este conceito matemático o Teorema de Pitágoras, e

consequentemente solucionar o modelo matemático por meio do Teorema de Pitágoras. Dois estudantes (E1 e E14), apesar de não terem alcançado um índice satisfatório na 1ª ação – compreender o problema, demonstraram um bom desempenho nas ações de construir o núcleo conceitual de geometria e de solucionar o problema. Já o estudante (E3), desempenha excelente resultado na ação de compreender o problema e construir o modelo matemático, alcançando índice 5 na análise quantitativa, no entanto, apresenta dificuldade na ação de solucionar o problema.

Gráfico 2 - Desempenho dos estudantes na (Q-2) – Avaliação diagnóstica



Fonte: Banco de dados da autora

Na observância dos estudantes (E5, E7, E8 e E10), estes apresentam bons resultados na 1ª ação, ou seja, demonstram habilidades de compreensão do problema, enquanto nas demais ações seus índices foram abaixo da média. Nota-se ainda que, apenas um estudante (E9) obteve índice abaixo da média nas três ações analisadas na questão 2.



**Questão 3** - Dona Marta, pretende colocar cerâmica na área de lazer de sua casa, que possui 9 m de comprimento por 6 m de largura. Se forem usadas cerâmicas medindo 20 cm de lado, quantas cerâmicas serão gastas? Ainda, a respeito do problema acima responda:

- a) Quais são os dados do problema?
- b) O que o problema está pedindo que seja calculado?
- c) Qual é a incógnita?
- d) Que figura lembra a área de lazer?
- e) E a cerâmica, tem que formato?
- f) Observa alguma diferença em relação às unidades de medidas?
- g) O que é preciso ser feito para que as medidas sejam as mesmas?
- h) Desenhe o modelo matemático que representa a situação do problema.
- i) Como resolveria este problema?

Quadro 14 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3 - Avaliação diagnóstica

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
1ª ação Compreender o Problema	a) Ler e extrair os dados do problema – comprimento (9 m) e largura (6 m) da área de lazer, e medida da cerâmica (20x20 cm); b) Identificar as figuras geométricas (retângulo e quadrado) relacionadas ao problema; c) Reconhecer os objetivos do problema.	c)
2ª ação Construir o núcleo conceitual da Geometria	a) Determinar as incógnitas envolvidas no problema (quantidade de cerâmica); b) Utilizar os conceitos de área, para solucionar o problema; c) Construir o modelo matemático métrico e geométrico, relacionado ao problema (área de retângulo e área de quadrado); d) Analisar as unidades de medidas (metros e centímetros).	c)
3ª ação Solucionar o modelo Matemático.	a) Calcular a área da área de lazer e a área de uma cerâmica; b) Converter as unidades de medidas (metros e centímetros); c) Solucionar o modelo matemático do problema, realizando corretamente as operações.	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

No problema 3, as informações também estão relacionadas com as três primeiras ações da ASP, sendo a ação de compreender o problema, construir o núcleo conceitual de geometria e solucionar o modelo matemático. Os itens a, b, d, e “e” propõem verificar se os estudantes compreendem os dados do problema, a partir do seu enunciado, bem como os objetivos destes. Já os itens “c”, “f”, “g” e “h” propõem verificar se os estudantes são capazes de determinar as incógnitas envolvidas no problema, bem como, realizar análises das unidades de medidas do modelo

matemático e construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema. O item “i” propõe verificar se os estudantes são capazes de solucionar o modelo matemático através dos procedimentos apropriados para geometria plana.

Conforme apresentado na Tabela 5, na 1ª ação, todos os estudantes participantes da pesquisa demonstraram habilidades em compreender o problema, isto é, conseguiram extrair os dados do problema, assim como reconhecer seu objetivo e identificar que figura geométrica representa a situação do problema, obtendo índice 5 na análise qualitativa.

Tabela 5 - Análise Quantitativa da Questão (Q-3) - Avaliação diagnóstica

Q-3				
E	1ªA	2ªA	3ªA	Y
E1	5	5	2	12
E2	5	4	2	11
E3	5	5	5	15
E4	5	5	2	12
E5	5	4	2	11
E6	5	4	4	13
E7	5	5	4	14
E8	5	4	1	10
E9	5	1	1	7
E10	5	4	2	11
E11	5	5	2	12
E12	5	5	4	14
E13	5	5	2	12
E14	5	4	4	13
E15	5	4	1	10
Media	5,0	4,3	2,5	11,8

Fonte: Banco de dados da autora.

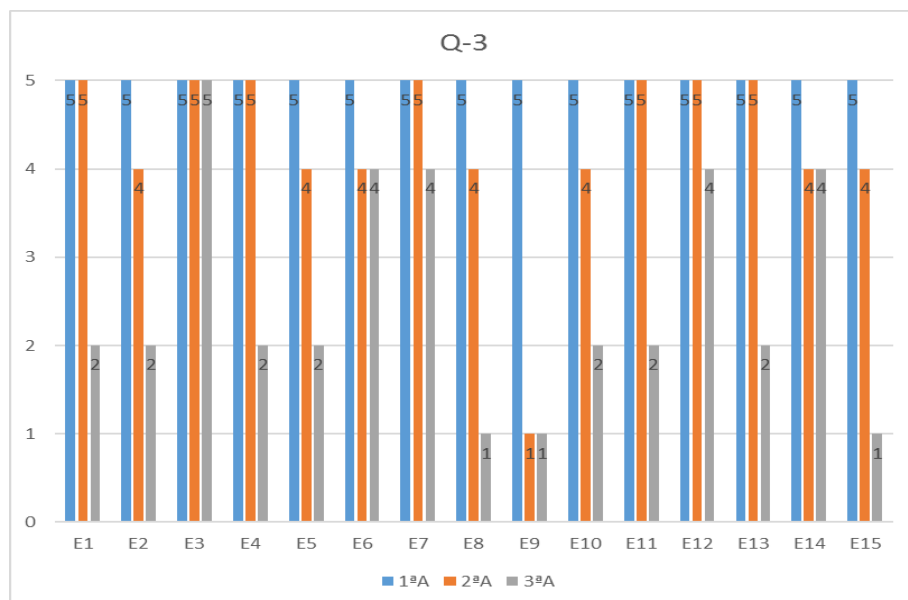
Na 2ª ação, é possível observar que os estudantes (E1, E3, E4, E7, E11, E12 e E13) conseguiram construir o núcleo conceitual da geometria, ou seja, determinaram a incógnita envolvida no problema, analisaram as unidades de medidas referidas no problema e construíram o modelo geométrico da área de lazer (retângulo) e da cerâmica (quadrado). Já os estudantes (E2, E5, E6, E8, E10, E14 e E15) conseguiram construir o modelo geométrico que representa corretamente, porém, outro indicador foi considerado incorreto e apenas o estudante (E9) não respondeu nenhum item referente a 2ª ação.

Em relação a 3ª ação, obteve-se os seguintes resultados: o estudante (E3) solucionou o problema, realizando os procedimentos de cálculo corretamente. Os estudantes (E6, E7, E12 e E14) solucionaram o problema, porém não realizaram os procedimentos de cálculos corretamente.

Os estudantes (E1, E2, E4, E5, E10, E11 e E13) cometem imprecisões e não concluíram a 3ª ação, de solucionar o modelo. Desse grupo de estudantes, apenas (E4), apesar de ter determinado corretamente a incógnita na questão expressa na auto avaliação, teve “dificuldade de identificar a incógnita” e de “interpretar o problema”, como informa com suas próprias palavras: “*Tive dificuldades, pois não sei a maneira de identificar a incógnita e transformar as diferentes unidades*” (E4). Isso nos remete que, para o estudante, faltou um maior entendimento do termo incógnita, referido no problema. Três estudantes (E8, E9 e E15) não conseguiram responder o problema nessa ação, deixando-as em branco.

No Gráfico 3, nota-se que apenas um estudante (E3) obteve um desempenho excelente, realizando todas as ações da ASPGE corretamente, obtendo índice 5 em todas as ações.

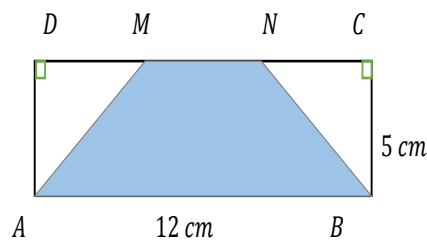
Gráfico 3 - Desempenho dos estudantes na (Q-3) – Avaliação diagnóstica



Fonte: Banco de dados da autora.

O estudante (E-9) demonstra compreensão no problema, alcançando resultado excelente na ação, no entanto, nas demais ações da questão, obteve índice 1 na análise qualitativa. Já os estudantes (E1, E4, E11 e E13) responderam corretamente as duas primeiras ações, mas cometeram imprecisões e não concluíram a 3ª ação, de solucionar o modelo.

**Questão 4** - Na figura abaixo,  $\overline{DM} = \overline{MN} = \overline{NC}$ . Calcule a área da região colorida dessa figura. (DANTE, 2013, p.148).



Quadro 15 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 4 - Avaliação diagnóstica

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
2ª ação Construir o núcleo Conceitual da Geometria	a) Utilizar os conceitos de área de trapézio, para solucionar o problema; b) Construir o modelo matemático métrico $A = \frac{(B+b).h}{2}$ .	b)
3ª ação Solucionar o modelo Matemático	a) Substituir os valores das variáveis (bases e altura); b) Solucionar o modelo matemático do problema, realizando os procedimentos corretamente, da fórmula $A = \frac{(12+4).5}{2}$ ; c) Solucionar o modelo matemático do problema ( $A = 40 \text{ cm}^2$ ).	c)

Fonte: Mendoza, 2009 (Adaptação).

A quarta questão está relacionada com a 2ª e 3ª ação da ASPGE, na qual propõe verificar se os estudantes são capazes de construir o modelo matemático, ou seja, construir a fórmula da área de um trapézio, bem como, realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema.

Pela Tabela 6, podemos observar que os estudantes (E3, E4, E7, E12, E14 e E15) alcançaram um desempenho excelente, realizando as operações corretamente, isto é, conseguiram construir o modelo matemático métrico que representa a área do trapézio, realizando os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado a questão.

Tabela 6 - Análise Quantitativa da Questão (Q-4) – Avaliação diagnóstica

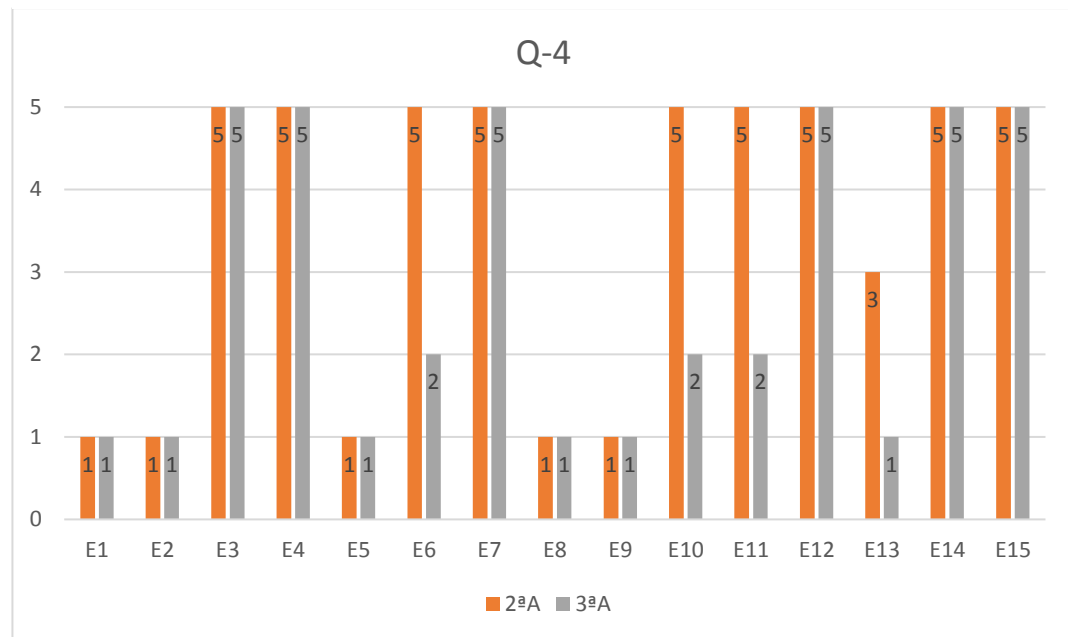
Q-4			
A	2ªA	3ªA	Y
E1	1	1	2
E2	1	1	2
E3	5	5	10
E4	5	5	10
E5	1	1	2
E6	5	2	7
E7	5	5	10
E8	1	1	2
E9	1	1	2
E10	5	2	7
E11	5	2	7
E12	5	5	10
E13	3	1	4
E14	5	5	10
E15	5	5	10
Media	3,5	2,8	6,3

Fonte: Banco de dados da autora

Por outro lado, temos os estudantes (E1, E2, E5, E8, E9) que obtiveram índice abaixo da média nas duas ações pertinentes a questão, ou seja, não conseguiram formular o modelo matemático e conseqüentemente não solucionaram o problema, como foi o caso do estudante (E8) que apresentou o modelo da área do trapézio como sendo  $A = \frac{(B.b)}{h}$ . Quando perguntado a este grupo de estudantes na auto avaliação, sobre as dificuldades encontradas para responder a questão, todos afirmaram que foi “formular o modelo matemático” e “não saber calcular”, como relatam os estudantes seguintes: “*não consegui compreender a questão para resolve-la*” (E2), “*não soube identificar como fazer*” (E5).

Das ações observadas na Atividade de Situações Problema, pelos estudantes, estes apresentaram melhor desempenho na ação de “construir o núcleo conceitual da geometria”, em que a média foi superior a ação de “solucionar o modelo matemático”, conforme é comprovado no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Desempenho dos estudantes na (Q-4) - Avaliação diagnóstica



Fonte: Banco de dados da autora.

Pela Figura 27, observa-se que o estudante (E6), ao efetuar a divisão de 16 por 2, encontra 4 como resultado, e conseqüentemente isso o leva ao erro no resultado da questão.

Figura 27 - Resolução do (E6) na Q-4 – Avaliação diagnóstica

$$12 \times \frac{1}{3} = 4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(12+4) \cdot 5}{2}$$

$$A = \frac{16 \cdot 5}{2}$$

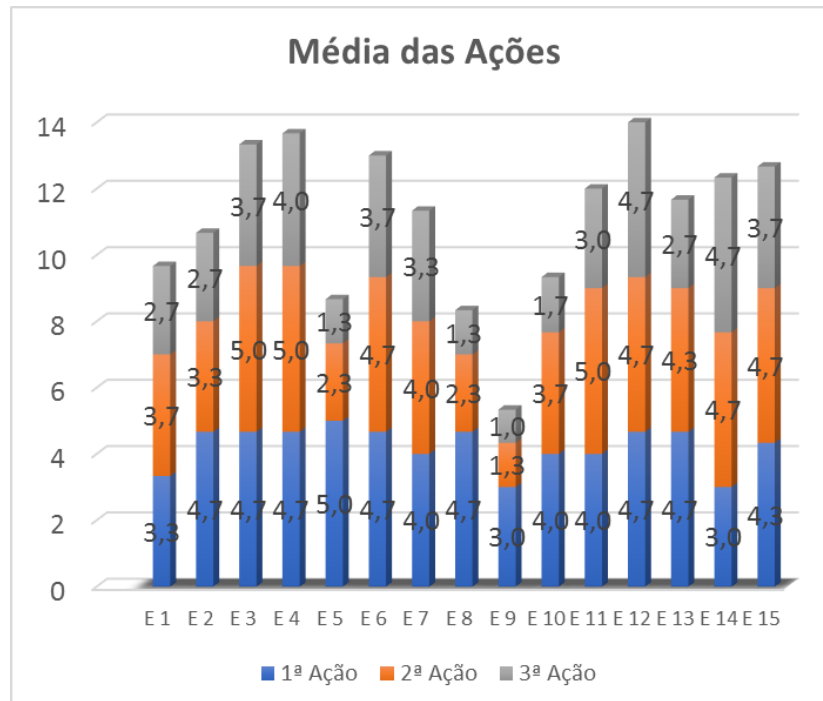
$$A = 4 \cdot 5$$

$$A = 20 \text{ cm}^2$$

Fonte: Banco de dados da autora

Conforme o Gráfico 5, das ações observadas na Atividade de Situações Problema pelos estudantes, estes apresentaram melhor desempenho nas ações de “compreender o problema” e “construir o núcleo conceitual da geometria”.

Gráfico 5 - Desempenho dos estudantes por média das ações da ASPGE

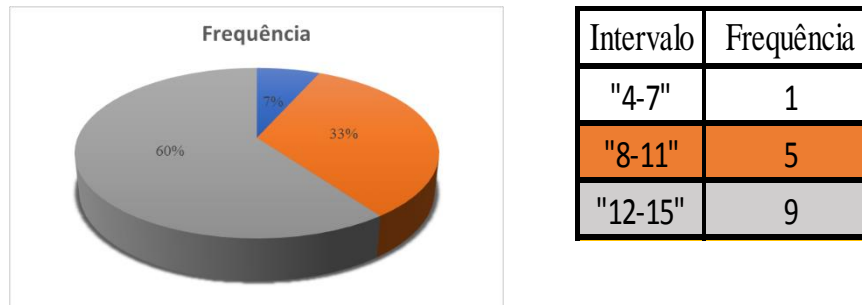


Fonte: Banco de dados da Autora.

A ação de compreender o problema, apesar de influenciar as demais ações, não foi fundamental para garantir que o estudante solucionasse o modelo e descrevesse sua interpretação da solução encontrada, o que dependia do seu conhecimento matemático. Desta forma, a ação em que os estudantes demonstraram ter maior dificuldade para executar, é a ação “*solucionar o modelo matemático*”. Um fator que deve ser considerado na ação de solucionar o modelo, são os erros de cálculos cometidos pelos estudantes, ocorridos em alguns momentos por falta de atenção ou por falta de conhecimento suficiente para a realização dos cálculos.

No Gráfico 6, na análise de agrupamento dado por intervalos de quatro a quinze pontos, a partir dos resultados totais das médias das ações, é possível observar que um estudante (7%) obteve pontos a partir de 4 e inferior a 7. Cinco estudantes (33%) obtiveram pontos a partir de 8 e inferior a 11. Nove estudantes (60%) obtiveram pontos a partir de 12 e inferior a 15, ou seja, a frequência da maioria dos estudantes apresenta-se no maior nível de desempenho.

Gráfico 6 - Frequência de desempenho por média das ações da ASP da amostra



Fonte: Banco de dados da Autora.

Em vista desses resultados, o nível de partida a ser considerado na elaboração da Base Orientadora das Ações em atividade de situações problemas, em Geometria Espacial, será dos alunos que estão nos intervalos de 12-15, sendo realizadas atividades de reforço com os alunos no intervalo de 8-15, de modo que esses possam avançar e superar suas dificuldades na unidade de conhecimento de geometria plana.

### Questionário Aplicado ao Final do Teste Diagnóstico

Em relação ao questionário aplicado após a realização do teste diagnóstico, aplicou-se um questionário a respeito, que visava oportunizar aos estudantes a fala sobre a metodologia de resolução de problema. Segue no Quadro 16, as respostas dadas pelos estudantes, das perguntas de 1 a 4. O estudante (E2) não esteve presente na aplicação do questionário.

Quadro 16 - Respostas dos estudantes – Pergunta 1 a 4 – Questionário da Avaliação diagnóstica

Estudante	Resposta. P-1	Resposta P-2	Resposta P-3	Resposta P-4
E1	Não	Às Vezes	Sim	Às vezes
E3	Sim	Às Vezes	Sim	Sim
E4	Sim	Sim	Sim	Às vezes
E5	Sim	Às Vezes	Não	Às vezes
E6	Sim	Não	Às vezes	Às vezes
E7	Sim	Não	Sim	Sim
E8	Sim	Não	Às vezes	Sim
E9	Não	Às Vezes	Sim	Às vezes
E10	Não	Não	Sim	Sim
E11	Não	Às Vezes	Sim	Sim
E12	Não	Não	Sim	Às vezes
E13	Não	Não	Não	Às vezes
E14	Sim	Às Vezes	Sim	Não
E15	Não	Às Vezes	Sim	Às vezes

Fonte: Banco de dados da autora

Legenda: P – Pergunta



Na primeira pergunta, 50% dos estudantes afirmaram que tiveram algumas dificuldades em trabalhar com resolução de problemas nas atividades propostas do teste diagnóstico, enquanto 50% afirmam não terem nenhuma dificuldade.

Em relação a segunda pergunta, metade dos estudantes (50%) reconhecem que após leituras realizadas nas questões do teste diagnóstico, necessitaram de ajuda para uma melhor compreensão do enunciado, um estudante (7%) afirma precisar de ajuda, e seis estudantes (43%) informam que não precisam de ajuda para esclarecimento de problemas.

Na análise da terceira pergunta, encontramos os seguintes resultados: dez estudantes (72%) afirmam que costumam planejar estratégias para resolver problemas, dois estudantes negam o planejamento de estratégias, e dois (14%) estudantes dizem que às vezes planejam estratégias para solucionar problemas. Na quarta pergunta, oito estudantes (57%) informam que às vezes ao solucionar um problema, procuram verificar suas respostas, cinco estudantes (36%) afirmam sim para a pergunta, e apenas um estudante (7%) afirma não verificar sua resposta quando resolve um problema.

Quadro 17 - Respostas dos estudantes – Pergunta 5 e 6 – Questionário da Avaliação diagnóstica

Estudante	Resposta P-5	Resposta. P-6
E1	Não. Eu geralmente procuro responder por fórmulas, se não tem problema, tento só uma vez, se não, causa perda.	Sim. Claro que sim, a matemática é isso né, resolução e mais resolução.
E3	Sim. Quando não consigo resolver por um jeito, utilizo um meio que eu sei e acho mais fácil.	Sim. Será útil na minha vida, quando precisarei no cotidiano.
E4	Sim. Eu busco entender a questão e buscar o que a mesma está pedindo.	Sim, pois a metodologia ajuda-me a entender os problemas e como resolvê-los, ajudando assim em questões de prova.
E5	Não. Eu apenas leio a questão e tento interpretá-la.	Sim, por que temos uma noção de como resolver.
E6	Sim. O problema pode ser resolvido de várias maneiras, eu tento fazer pelo mais simples.	Sim. Vemos como podemos resolver e colocar em prática o que foi aprendido.
E7	Não. Faço de acordo com o método que é passado.	Sim, pois é melhor a compreensão do problema.
E8	Não. Eu sigo que aprendi nas aulas.	Sim, porque estimula mais o aluno a pensar.
E9	Sim.	Sim. Eu vou saber a resposta e ter noção como é efetuada o problema.

E10	Sim, como separar os dados, e procurar saber que vou precisar para resolvê-lo.	Sim, pois nos exercita e faz com que sejam melhores para ser compreendidos.
E11	Não.	Sim, pois aprendemos verificar todos os dados do problema, e analisar de maneira correta.
E12	Sim, pois facilita na resolução, dando menos trabalho.	Sim. Vendo na prática, facilita o aprendizado e fixação do conteúdo.
E13	Não.	Sim. Quanto mais praticamos, a resolução fica mais fácil e rápida.
E14	Não.	Sim.
E15	Sim. Eu vejo os dados de um problema e vejo a forma certa de resolvê-lo.	Sim, porque não adianta saber o resultado sem saber o porquê daquilo.

**Fonte:** Banco de dados autora

**Legenda:** P - Pergunta

Na quinta pergunta, 50% dos estudantes consideram a resolução de problema como uma metodologia importante nas aulas de matemática, chama-se atenção para o estudante (E-15) que respondeu “*Eu vejo os dados de um problema e vejo a forma certa de resolvê-lo*”. Percebe-se que o estudante, em sua resposta, tem um entendimento que ao resolver problemas, precisa-se compreender o problema, extraído seus dados.

Na sexta pergunta, 100% dos estudantes afirmam considerar a resolução de problema como uma metodologia importante nas aulas de matemática.

### **Proposta de sequência didática em Geometria Espacial**

O nível de partida do conhecimento dos alunos, possibilita ao professor desenvolver atividades - sequência didática, que vise o entendimento do conteúdo ou tema proposto por parte dos alunos. A sequência didática proposta nesta pesquisa, compreende os aspectos da ASPGE e das Etapas das Ações Mentais de Galperin, partindo da BOA à etapa Verbal Externa para si.

Nesse sentido, foi construído o Plano de Ensino (Quadro 18) com conteúdo e objetivos adaptados às necessidades dos estudantes, em relação aos assuntos de Geometria Espacial, mantendo a relação entre as características das etapas de ações mentais de Galperin, as ações da ASPGE e as habilidades dos estudantes, com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

## PLANO DE ENSINO

Quadro 18 - Plano de Ensino

<b>TEMA: Geometria Plana</b>						
<b>Nº</b>	<b>Conteúdo</b>	<b>Objetivos: Os estudantes devem ser capazes de</b>	<b>TA</b>	<b>H/A</b>	<b>Tipo de Atividades e Ações da ASPGE</b>	<b>Etapa do Processo de Assimilação</b>
1	Geometria Plana	Diagnosticar o nível de partida dos estudantes, para aprender Geometria Espacial.	AP	03	Prova diagnóstico	
<b>TEMA: Geometria Espacial – Sólidos Geométricos</b>						
<b>Unidade 1: Poliedros – Prismas e Pirâmides</b>						
2	Definição de prisma; Elementos de um prisma; Classificação dos prismas; Planificação plana de prismas; Área da superfície de um prisma; Volume de um prisma;	- Conceituar prisma; - Identificar os elementos de um prisma; - Classificar os prismas de acordo com os critérios predefinidos; - Resolver problemas docentes, que tenham como núcleo conceitual, prisma.	AM	03	Orientação do sistema de ações da ASPGE em poliedros prismas e pirâmides, a partir de problemas padrões de cálculo.	(1ª etapa de formação da BOA- Base Orientadora da Ação).
3	Definição de pirâmide; Elementos de uma pirâmide; Classificação das pirâmides; Área da superfície de uma pirâmide; Volume de uma pirâmide.	Identificar os elementos de uma pirâmide; Classificar as pirâmides de acordo com os critérios predefinidos; Resolver problemas docentes, que tenham como núcleo conceitual, pirâmide.	AM	03		
4	Prismas e Pirâmides	Resolver problemas que envolvam os poliedros prismas e pirâmides (do ponto de vista métrico e geométrico).	AP	03	O estudante deve realizar detalhadamente o sistema de ações, tomando como bases os problemas padrões, envolvendo os poliedros, prismas e	(2ª etapa material)  As ações são: consciente, compartilhadas, detalhada e não generalizada.

					pirâmides, por meio do Jogo.	
5	Prismas e Pirâmides	Resolver problemas que envolvam os poliedros, prisma e pirâmides (do ponto de vista métrico e geométrico).	AP	03	O estudante deve saber explicar o sistema da ASPGE, tomando como base os problemas em Poliedros (Prismas e Pirâmides), sem ajuda de objetos externos, situações.	(3ª etapa – Linguagem da Ação Verbal)  As ações são conscientes, compartilhadas, detalhadas e operações automatizadas.
<b>Unidade 2: Corpos redondos – Cilindro, Cone e Esfera</b>						
6	Definição de Cilindro; Elementos de um Cilindro; Classificação; Planificação plana do Cilindro; Área e Volume de um Cilindro;	- Identificar cilindros e seus respectivos elementos. - Resolver problemas que envolva área e volume desse corpo redondo.	AI	03	Orientação do sistema de ações da ASPGE em Corpos Redondos (Cilindro, Cone e Esfera), a partir de problemas padrões de cálculo.	1ª etapa de formação da 2ª BOA- Base Orientadora da Ação
7	Definição de um Cone; Elementos de um Cone; Classificação; Planificação plana do Cone; Área e Volume de um Cone;	-Identificar cones e seus respectivos elementos. - Resolver problemas que envolvam área e volume de um cone.	AI	03		
8	Definição de uma Esfera; Elementos de uma Esfera; Área e Volume de uma Esfera;	Identificar cones e seus respectivos elementos. - Resolver problemas que envolva área e volume de um cone.	AI	03		
9	Corpos redondos (cilindro, cone e esfera); Corpos redondos (cilindro, cone e esfera);	Resolver problemas que envolva os corpos redondos (Cilindro, Cone e Esfera), do ponto de vista métrico e geométrico.	AP	03	O estudante deve realizar detalhadamente o sistema de ações, tomando como base os problemas padrão, envolvendo os Corpos redondos (Cilindro,	(2ª etapa material)  As ações são: consciente, compartilhadas, detalhada e não generalizada.

	Corpos redondos (cilindro, cone e esfera); Corpos redondos (cilindro, cone e esfera).	Resolver problemas que envolva os corpos redondos (Cilindro, Cone e Esfera), do ponto de vista métrico e geométrico.			Cone e Esfera) através do Jogo	
					O estudante deve saber explicar o sistema da ASPGE em corpos redondos (Cilindros, Cone e Esfera) sem ajuda de objetos externos, situações através do Jogo	(3ª etapa – Linguagem da Ação Verbal)  As ações são conscientes, compartilhadas, detalhada e operações automatizadas
10	Sólidos Geométricos (Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera)	Resolver problemas docentes, que tenham como núcleo conceitual, sólidos geométricos.	AP	03	O estudante deve saber transferir o sistema da ASPGE, em sólidos geométricos para novas situações.	(4ª etapa verbal externa para si)  As ações são: independente, comprimida, automatizada e generalizada.

Legenda: **AI**: Aula Ilustrativa, **AP**: Aula Prática, **AM**: Aula Mista  
Fonte: Elaborada pela autora.

## 4.2 Formativa I

Nesta fase da pesquisa, inclui-se um novo método como ferramenta auxiliadora na busca de melhor assimilação dos conceitos estudados, desenvolvido de acordo com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, além da utilização da Atividade de Resolução de Problemas em Geometria Espacial (ASPGE).

A introdução de um novo recurso, nesse caso, um jogo pedagógico de tabuleiro na forma de trilha composto de 50 casas, intitulado como “Trilhando pela Geometria Espacial”.

### **Descrição do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”**

O jogo didático foi aplicado aos 22 estudantes da turma, porém apenas 15 estudantes foram os participantes da pesquisa. O jogo aplicado como já mencionado consiste em um tabuleiro na forma de trilha, medindo 40 cm x 60 cm, feito de lona de vinil e composto de peões de cores diferentes para representar os jogadores, um dado, cartas - questão, cartas - resposta e cartas - resolução no qual o estudante deverá escrever sua resposta. O jogo que foi aplicado neste trabalho possui cartas-questão que foram criadas pela professora. Outras cartas - questão foram adaptadas ou copiadas de livros didáticos, que são: Contexto e Aplicações de Luiz Roberto Dante (2013); Conexão com a matemática de Juliane Matsubara Barroso (2010); Matemática Completa de José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno (2005); e Matemática de Manuel Paiva (2004), outras foram retiradas de vestibulares nacionais, de Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) .

O jogo “Trilhando na Geometria Espacial foi aplicado três vezes, e para cada aplicação do jogo, a turma foi dividida em seis grupos, sendo a partida disputada entre grupos, ou seja, grupo contra grupo. Foram formados quatro grupos com 4 jogadores e dois grupos com 3 jogadores. Na primeira aplicação do jogo (Formativa I), duas professoras colaboradoras, professora Leyde Dayane Martinho de Andrade e professora Francisma de Oliveira Diniz participaram , atuando como mediadoras nas jogadas.

### **Modo de jogar**

Para dar início ao jogo cada grupo elege um participante para tirar no dado quem inicia o jogo. Aquele que conseguir a maior pontuação, começa o jogo. Refere-se como *grupo executor*, aquele que está na vez de dar resposta às cartas questões e, de *grupo avaliador*, o grupo que está na posição de verificar as respostas apresentadas nas cartas respostas, correspondentes a carta questão do grupo executor.

O jogador do grupo executor retira a carta questão, e este tem no máximo 2 (dois) minutos para discutir com os demais componentes do seu grupo e escrever sua resposta na carta resolução, do número equivalente a carta questão. O jogador do grupo avaliador, pega a carta resposta equivalente e verifica se o jogador do grupo executor acertou ou não a resposta. Se acertar a questão, lança o dado duas vezes e avança o número de casas equivalentes à soma da pontuação, se acertar a questão com consulta, deve lançar o dado uma vez e avançar o número de casa equivalente a pontuação; se errar, permanece na mesma casa.

Para as próximas jogadas, o jogador do grupo avaliador realiza os mesmos procedimentos, invertendo agora as funções de avaliador para executor, e vice-versa. Todos os jogadores participaram das jogadas, sendo feito um rodízio entre os grupos para retirar as cartas questões e respondê-las.

O Jogo visa incentivar os estudantes a resolver questões semelhantes às trabalhadas nas etapas de orientações em que se seguem as ações e operações da ASPGE, de maneira correta, como também questões com nível de aprofundamento mais elevado, visando contribuir para a sua aprendizagem em Geometria Espacial, nos sólidos geométricos.

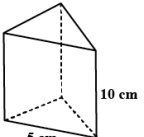
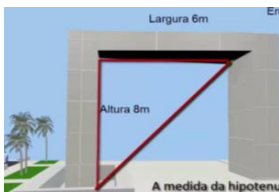
No desenvolvimento desta fase (Formativa I) foram selecionadas 32 questões, sendo 17 questões relacionados a 1ª ação da ASPGE (compreender o problema) e 15 questões relacionados a 2ª ação (construir o núcleo conceitual da Geometria). As atividades dessa fase se limitaram aos conteúdos de Prismas e Pirâmides.

As análises do desempenho qualitativo e quantitativo do sistema de ações alcançado pelos estudantes na Fase Formativa I, encontram-se demonstradas no (Apêndice B). Ressalta-se que os parâmetros utilizados nas questões das fases formativas são os mesmos apresentados anteriormente no Quadro 2.

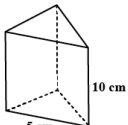
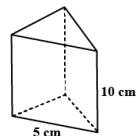
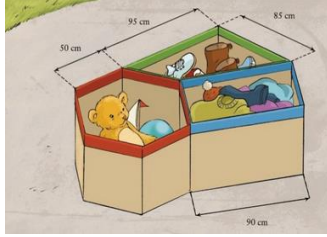
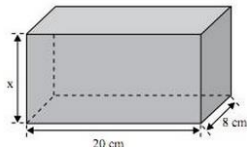
Na 1ª ação da ASPGE, as questões Q1 e Q15 estão relacionadas à operação de *ler e extrair os dados do problema, a partir de texto e/ou de figuras geométricas*. Nas questões Q3, Q7, Q11, Q21, Q23, Q27, é analisado a operação de *identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas*. Nas questões Q9, Q19, Q29, Q30 e Q31, propõe-se *analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe*. Por fim, as informações das questões Q5, Q13, Q17 e Q25 estão relacionadas com a operação de *reconhecer o objetivo do problema*.

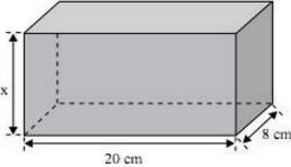
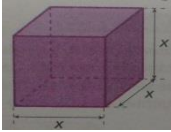
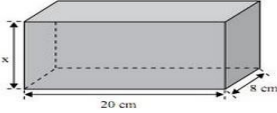
Na 2ª ação da ASPGE a questão Q28 propõe que o estudante *determine as incógnitas envolvida*. Na questão Q8, a operação em análise refere-se ao item b) *nominar as incógnitas com suas medidas*. As questões (Q10, Q24 e Q26) é analisado a operação de *construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema*. Já as questões (Q2, Q4, Q6, Q12, Q14, Q16, Q18, Q20, Q22 e Q32) se analise a operação do elemento essencial da ação, sendo construir o modelo matemático métrico. No Quadro 19, apresenta-se as questões relacionadas a Fase Formativa I, no qual analisa-se as ações de compreender o problema e construir o núcleo conceitual de geometria.

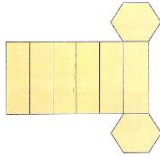
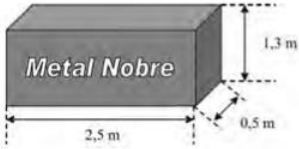
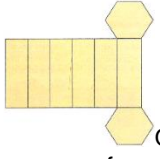
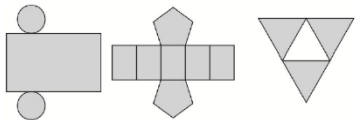
Quadro 19 - Questões (Q1 – Q32) – (1ª e 2ª ação da ASPGE) - Formativa I

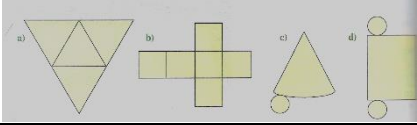
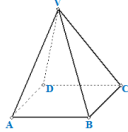
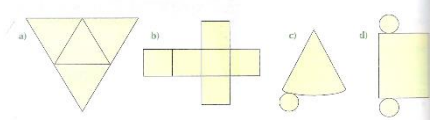
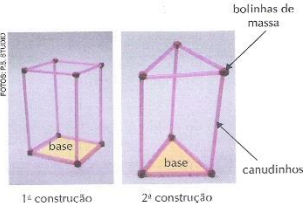
Questões	Operações da ASPGE
<p><b>Q1</b>- Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo.</p>  <p>Quais são os dados do problema?</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas</p>
<p><b>Q2</b> - Usando a figura da Praça das Águas do Portal do Milênio, cartão postal de Boa Vista, temos um polígono que chamamos de <b>retângulo</b> com altura de 8m e largura de 6m. Ao traçar uma reta diagonal nesta figura teremos um <b>triângulo retângulo</b>. A partir dessas informações, construa o modelo matemático que representa a diagonal deste portal. (FREIRE, 2016, p. 108). Adaptada.</p> 	<p>Esse problema propõe que o estudante seja capaz de reconhecer um retângulo apresentado no modelo de um portal e assim construir o modelo matemático de diagonal aplicando o Teorema de Pitágoras realizado operações da segunda ação da ASPGE.</p>



<p><b>Q3-</b> Quantas dimensões podemos observar em uma figura geométrica espacial? Quais são elas?</p>	<p>Nesta é analisado a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q4-</b> O <b>Paralelepípedo</b> é uma figura geométrica espacial que faz parte dos sólidos geométricos. Trata-se de prisma cuja particularidade é de que qualquer de suas faces pode ser tomada como base, pois duas faces opostas quaisquer estão situadas em planos paralelos e são ligadas por aresta paralelas entre si. Considerando um paralelepípedo qualquer de dimensões <math>a</math>, <math>b</math> e <math>c</math>, expresse matematicamente a área desse paralelepípedo.</p>	<p>É analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q5-</b> Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Determine a área lateral desse prisma. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo. Qual o objetivo do problema?</p> 	<p>Questão relacionada com a operação de reconhecer o objetivo do problema.</p>
<p><b>Q6-</b> Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo.</p>  <p>Com base nos dados do problema, qual é o modelo matemático utilizado para encontrar a área da base?</p>	<p>Na questão é analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q7-</b> A EAgrro resolveu organizar uma recolha de brinquedos, vestuários e calçados para doar a uma instituição de caridade. Para poder distinguir os objetos oferecidos, organização decidiu utilizar três caixas diferentes e ao redor de cada uma delas aplicar a uma fita colorida, vermelha para os brinquedos, azul para o vestuário e verde para o calçado. a) Que figura geométrica representa a caixa destinada para os brinquedos?</p>  <p>Fonte: Imagem disponível em <a href="http://sempreamathematicarcommusica.blogspot.com/2016/05/">http://sempreamathematicarcommusica.blogspot.com/2016/05/</a> Acesso em 15 de Abril de 2018. Adaptada</p>	<p>O problema envolve uma situação problema e está relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q8-</b> Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Com base nos dados apresentado na figura, diga o que indica o <math>x</math> representado na figura.</p> 	<p>Ação está relacionada com a operação de nominar as incógnitas com suas medidas.</p>
<p><b>Q9-</b> A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal.</p> <p>a) Que tipo de polígono compõe as faces laterais de um prisma reto?</p>	<p>A questão propõe analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>

<p><b>Q10-</b> Em uma pirâmide regular quadrangular, cada aresta lateral mede 18 cm e cada aresta da base mede 6 cm. Usando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas, construa o modelo geométrico que representa essa pirâmide.</p>	<p>Na questão é analisado a operação de construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q11-</b> A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal. a) Que tipo de polígono compõe as faces laterais de um prisma oblíquo?</p>	<p>A ação está relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q12-</b> Um terreno retangular tem sua largura simbolizada por <math>3x</math> e seu comprimento por <math>2x + 5</math>. a) Construa o modelo matemático que representa a área desse terreno utilizando as informações extraídas do problema.</p>	<p>Na questão é analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q13-</b> Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Sabendo que o volume desse recipiente é dado por <math>V = 20 \cdot 8 \cdot x</math>. a) Mostre que para um <math>x = 9</math>, a quantidade necessária para preencher completamente o recipiente será de <math>1\,440 \text{ cm}^3</math>.</p> 	<p>Questão relacionada com a operação de reconhecer o objetivo do problema.</p>
<p><b>Q14-</b> Construa o modelo matemático que indica a medida da diagonal do cubo representado abaixo.</p> 	<p>Na questão é analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q15 -</b> Um terreno retangular tem sua largura simbolizada por <math>3x</math> e seu comprimento por <math>2x + 5</math>. Se <math>x = 2</math>, qual seria o comprimento desse terreno, em unidade <math>\text{m}^2</math>?</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas</p>
<p><b>Q16-</b> Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Sabendo-se que essa mistura, na quantidade necessária para preencher completamente o recipiente, contém <math>1400 \text{ cm}^3</math> do líquido e a área da base é <math>160 \text{ cm}^2</math>. Construa o modelo matemático métrico que representa a altura desse recipient</p> 	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema</p>
<p><b>Q17-</b> Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Essa caixa irá armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura. Qual o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada? Com base nos dados do problema responda  a) O que o problema está pedindo que seja calculado?</p>	<p>Questão relacionada com a operação de reconhecer o objetivo do problema.</p>
<p><b>Q18-</b> A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada com aproximadamente 230m de aresta e 137m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isóscele cuja altura relativa à base mede 179m. Diante dessas informações, construa o modelo matemático que expresse a área da base dessa pirâmide.</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema</p>

<p><b>Q19-</b> Veja esta figura plana que depois de cortada e dobrada formará superfície de um prisma.</p>  <p>Qual é a classificação desse prisma?</p>	<p>A questão propõe analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>
<p><b>Q20-</b> (ENEM – 2010) Adaptada. A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular. Baseada na figura abaixo:</p>  <p>a) Expresse o modelo matemático que representa o volume desse paralelepípedo.</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema</p>
<p><b>Q21-</b> As pirâmides tem características geométricas que as distinguem dos prismas; por exemplo: Em relação as arestas, o número de arestas das pirâmides é sempre um múltiplo de 2, enquanto o número de arestas dos prismas é sempre um múltiplo de 3. Em relação as faces laterais, descreva a característica geometrica das pirâmides que as ditingue dos prismas.</p>	<p>A ação está relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q22-</b> Carlos possui em sua casa uma piscina na forma de um paralelepípedo retângulo, com 8 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de profundidade. Pretende-se azulejar o fundo e as laterais da piscina com azulejos medindo 20 cm de lado. Sabendo que a capacidade da piscina é de <math>64 \text{ m}^3</math>. Qual seria a capacidade da piscina, em litros?</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema</p>
<p><b>Q23-</b> Veja esta figura plana que depois de cortada e dobrada formará superfície de um prisma.</p>  <p>Quantos e quais são os polígonos que ele tem em suas faces?</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q24-</b> Para construir um enfeite, Laura recortou um quadrado e quatro triângulos. Que forma tem o enfeite construído por Laura?</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema</p>
<p><b>Q25-</b> (ENEM -2012) - Maria quer inovar sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.</p>  <p>Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?</p>	<p>Questão relacionada com a operação de reconhecer o objetivo do problema.</p>

<p><b>Q26-</b> Utilizando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas, construa o modelo geométrico de um prisma pentagonal, sabendo que a medida de cada aresta da base é de 6 cm e a medida de cada aresta lateral equivale a 25 cm.</p>	<p>A questão está relacionada com a operação de construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema</p>
<p><b>Q27-</b> Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda: a) Quais dos itens abaixo é a planificação de uma pirâmide?</p> 	<p>A questão está relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q28-</b> Carlos possui em sua casa uma piscina na forma de um paralelepípedo retângulo, com 8 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de profundidade. Pretende-se azulejar o fundo e as laterais da piscina com azulejos medindo 20 cm de lado. Para isso, Carlos precisa descobrir quantos azulejos serão gastos para revestir a piscina. A respeito do problema responda: a) Qual é a incógnita envolvida no problema.</p>	<p>Na questão é analisado a operação de determinar as incógnitas envolvidas.</p>
<p><b>Q29-</b> Analise o poliedro regular da figura abaixo e responda:</p>  <p>a) Que polígonos compõem as faces laterais dessa pirâmide?</p>	<p>A questão propõe analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>
<p><b>Q30-</b> Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda: a) Quais dos itens abaixo são poliedros?</p> 	<p>Na questão propõe analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>
<p><b>Q31-</b> Mariilda, com cartolina, canudinhos e bolinhas, fez as duas construções abaixo.</p>  <p>Que sólido geométrico Marina fez na 2ª construção?</p>	<p>A questão propõe analisar a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>
<p><b>Q32-</b> Um enfeite em formato de pirâmide regular e de base quadrada tem o lado da base medindo 10 cm e a altura de 30 cm. Baseado nos dados fornecido pelo problema, construa o modelo matemático que representa o volume dessa pirâmide?</p>	<p>O problema propõe que os estudantes construam o modelo matemático do volume de uma pirâmide quadrangular atendendo assim a segunda ação da ASP.</p>
<p><b>Nota:</b> Questões adaptadas (<b>Q8</b> , <b>Q13</b> e <b>Q16</b>)– extraída de: <a href="https://www.qconcurso.com/questoes-de-concurso/questoes/ef9104e9-29">https://www.qconcurso.com/questoes-de-concurso/questoes/ef9104e9-29</a>. Acesso em 13 de abril.2018; (<b>Q9</b> e <b>Q11</b>) - extraída de: <a href="https://enem.estuda.com/questoes/?id=113382">https://enem.estuda.com/questoes/?id=113382</a>. Acesso em 13 abril.2018; (<b>Q18</b>) – extraída de: <a href="https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/piramides-geometria-espacial/acesso">https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/piramides-geometria-espacial/acesso</a> em 19 de abril de 2018; (<b>Q19</b>, <b>Q23</b> , <b>Q27</b>, <b>Q30</b> e <b>Q31</b>) - extraída de: <a href="http://www.fisic.org/lista-de-estudos-poliedros.html">http://www.fisic.org/lista-de-estudos-poliedros.html</a>. Acesso em 20 de abril 2018 e (<b>Q32</b>) -extraída de: <a href="https://www.qconcurso.com/questoes-de-concurso/questoes/4a806976-c7">https://www.qconcurso.com/questoes-de-concurso/questoes/4a806976-c7</a>. Acesso em 20 de abril 2018</p>	

Na análise da 1ª ação da ASPGE o estudante (E1) no desempenho das questões (Q3, Q11, Q19 e Q30), demonstrou diferenciar figuras geométricas planas de figuras geométricas espacial (Q3), assim como, reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras que o compõe.

O desempenho do estudante (E2), nas questões (Q5, Q21 e Q27) foi satisfatório, pois o estudante conseguiu realizar corretamente as operações correspondentes aos problemas. Já na questão (Q15), apresentou dificuldades em extrair e analisar os dados do problema, dificultando a determinar o comprimento do retângulo, referida no problema.

Nas questões (Q1, Q9 e Q25), o estudante (E3) desenvolveu as operações, demonstrando compreensão ao fazer a leitura completa e destacou os dados fornecidos no problema, como também na figura geométrica representada por um prisma triangular (Q1), demonstrou reconhecer que as faces laterais de um prisma reto são compostas por retângulos. Na questão (Q25), o estudante conseguiu reconhecer as figuras planificadas com os sólidos correspondentes a cilindro, prisma pentagonal e pirâmide triangular, sendo a operação analisada, de forma a reconhecer os objetivos do problema.

O estudante (E4) desenvolveu as operações das questões (Q1, Q7 e Q19) corretamente, extraindo na questão Q1, os dados fornecidos no problema, identificando na questão Q7, que a caixa destinada a armazenar os brinquedos tem a forma de um prisma hexagonal, e também reconhecendo através de planificação, o sólido geométrico de um prisma hexagonal. Na questão (Q13), o estudante apresentou dificuldades em mostrar que para um paralelepípedo de dimensões de comprimento 20 cm, espessura 8 cm e altura de 9 cm, seu volume corresponderia a  $1440 \text{ cm}^3$ , não reconhecendo assim o objetivo do problema.

Nas questões (Q1, Q9, Q17 e Q25), o estudante (E5) desenvolveu as operações em nível consciente, ou seja, demonstrou compreensão ao fazer a leitura completa e destacar os dados fornecidos no problema, como também na figura geométrica representada por um prisma triangular (Q1), como também demonstrou reconhecer que as faces laterais de um prisma reto é composto por retângulos. Na questão (Q17), reconhece que o problema está pedindo que seja calculado a quantidade de doces necessárias para o preenchimento total da caixa, atendendo assim o objetivo. Na questão (Q25), o estudante conseguiu reconhecer as figuras planificadas com os sólidos correspondentes a cilindro, prisma pentagonal e pirâmide triangular, sendo a operação analisada de reconhecer os objetivos do problema.

O estudante (E6), no desempenho das questões (Q3, Q11, Q19 e Q27), realizou todas as operações corretamente, demonstrando habilidades em

diferenciar figuras geométricas planas de figuras geométricas espacial (Q3), assim como, reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras que o compõe (Q11). Nas questões (Q19 e Q27), o estudante conseguiu reconhecer as figuras planificadas com os sólidos correspondentes a um prisma hexagonal e pirâmide triangular, respectivamente.

O desempenho do estudante (E14) nas questões (Q3, Q13, Q21 e Q29), foi satisfatório, pois o estudante conseguiu identificar geométricas planas e figuras geométricas espacial. Na questão (Q3), mostrou corretamente que para um paralelepípedo de dimensões de comprimento 20 cm, espessura 8 cm e altura de 9 cm, seu volume corresponderia a  $1440 \text{ cm}^3$ . (Q13) conseguiu descrever características geométricas das pirâmides que as distingue dos prismas, em relação as faces laterais (P21,) e na questão (Q29) demonstrou reconhecer que as faces laterais de qualquer pirâmide, é formada por triângulos.

Nas questões (Q7, Q15, Q23 e Q31), o estudante (E15) demonstrou habilidades em extrair e analisar os dados do problema, e assim determinar o comprimento do retângulo referida na questão. Nas questões (Q7 e Q23), em que a operação analisada é identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas, o estudante consegue identificar que a caixa destinada para armazenar os brinquedos, tem a forma de um prisma hexagonal (Q7), e também mostra reconhecer através de planificação, o sólido geométrico de um prisma hexagonal, determinar quantos e quais polígonos é composto sua face lateral (Q23).

Na questão (Q31), em que é apresentado um modelo geométrico construído por canudinhos e bolinhas de massa, o estudante demonstra reconhecer e classificar como um prisma triangular, realizando assim, todas as operações pertinentes a questão, corretamente.

Na Tabela 7, observa-se que os estudantes obtiveram excelentes resultados nas operações analisadas, em que a média correspondente a ação de compreender o problema, foi de 4,7 superando assim a média alcançada na fase diagnóstica.

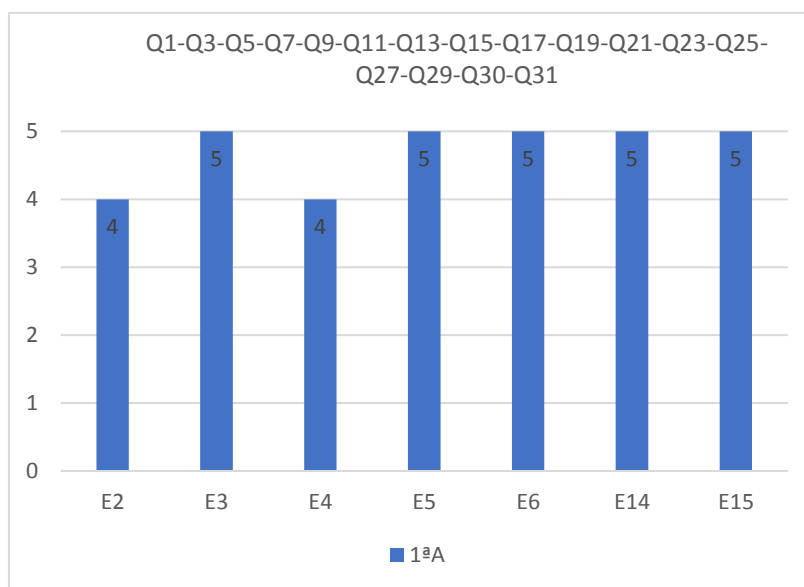
Tabela 7 - Análise quantitativa dos estudantes- Formativa I

Est.	Q1 a Q31	
	1ªA	Y
E1	5	5
E2	4	4
E3	5	5
E4	4	4
E5	5	5
E6	5	5
E14	5	5
E15	5	5
Média	4,7	4,7

Fonte: Banco de dados da autora

No Gráfico 7, é possível analisar de forma geral que os estudantes deste grupo, demonstram ter compreendido os conceitos, propriedades e características dos Poliedros Prismas e Pirâmides.

Gráfico 7 - Desempenho dos estudantes – Formativa I



Fonte: Banco de dados da autora

Na análise das questões da 2ª ação da ASPGE, a síntese do desempenho qualitativo do estudante (E7) nas quatro questões dessa fase, conforme a ação essencial de cada problema, observou-se pelas características que o estudante

desenvolveu a operação das questões (Q2 e Q18) correta, ou seja, construiu o modelo matemático que se refere a diagonal de um retângulo aplicando o teorema de Pitágoras (Q2) como também conseguiu expressar área da base da pirâmide sendo esta quadrangular (Q18).

Nas questões (Q10 e Q26), em que se analisa a operação de construir o modelo matemático geométrico, o estudante (E7) demonstrou habilidades em construir, utilizando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas, o modelo geométrico de uma pirâmide quadrangular (Q10) e um prisma pentagonal (Q26), de acordo com os dados dos problemas. Segue na Figura 28, o modelo geométrico construído pelo estudante (7).

Figura 28 - Resolução do (E7) nas (Q10 e Q26)



Fonte: Banco de dados da autora.

O desempenho do estudante (E8) nas questões (Q8, Q16 e Q32), em que a operação da ação analisada foram de nominar as incógnitas com suas medidas e construir o modelo matemático métrico, o estudante evidenciou habilidades em nominar a altura de um paralelepípedo (Q8), porém apresentou dificuldades em construir um modelo matemático que representasse a altura com as características de um paralelepípedo (Q16), já na questão (Q32), o estudante consegue construir corretamente o modelo matemático referido ao volume da pirâmide de base quadrada.

Para os demais estudantes (E9, E11, E12 e E13), também foram realizados os mesmos procedimentos de análise.

O resultado quantitativo da análise, encontra-se destacado por uma escala de 1 até 5 pontos de acordo com os indicadores essenciais. Desse modo, a (Tabela 8) apresenta o resultado quantitativo do desempenho dos estudantes



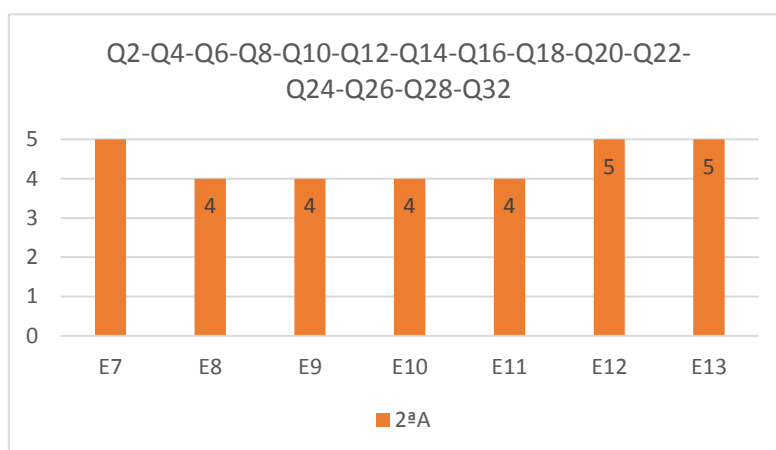
nos problemas envolvendo a 2ª ação da ASPGE na Avaliação Formativa I mediada pelo Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”.

Podemos observar pelo Gráfico 8 que de um grupo de sete estudantes, apenas três (E7, E12 e E13) conseguiram realizar as operações corretamente, alcançando pontuação máxima de 5 pontos e quatro (E8, E9, E10 e E11) conseguiram realizar o elemento essencial corretamente, porém em alguma outra operação da ação realizaram incorretamente.

Tabela 8-Tabela 8 – Análise quantitativa dos estudantes – Formativa I

Est.	Q2 a Q32	
	2ªA	Y
E7	5	5
E8	4	4
E9	4	4
E10	4	4
E11	4	4
E12	5	5
E13	5	5
Média	4,4	4,4

Gráfico 8 - Desempenho dos estudantes – Formativa I



Fonte: Banco de dados da autora

De modo geral, os estudantes participantes da pesquisa obtiveram um desempenho satisfatório nas atividades realizadas nesta fase da pesquisa. Observou-se que no momento da utilização do jogo “Trilhando na Geometria Espacial”, os estudantes estiveram motivados, o que é uma condição para o processo de assimilação como afirma Talizina (1988), sendo constatadas assim o processo de assimilação na sua etapa material.

### 4.3 Formativa

A prova formativa II, foi realizada mediante o jogo “Trilhando pela Geometria Espacial”, sendo trabalhada 15 questões envolvendo a 1ª e 2ª ação da ASP nos conteúdos de Prismas e Pirâmides. O objetivo dessa fase da pesquisa é, analisar a capacidades dos estudantes de expressar por meio da escrita ou verbal, os conceitos estudados de Geometria Espacial.

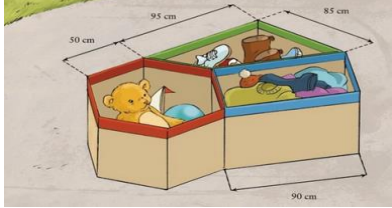
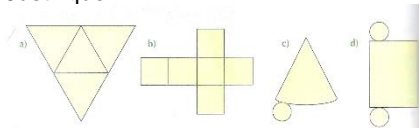
As análises do desempenho qualitativo e quantitativo do sistema de ações, alcançado pelos estudantes na Fase Formativa II, encontram-se demonstradas no (Apêndice C).


Na 1ª ação da Atividade de Situação Problema em Geometria Espacial, foram construídas seis questões. Sendo que as questões Q33, Q38, Q39 e Q40, estão relacionadas a operação de *identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas*, e nas questões Q43 e Q44 analisa-se a *operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe*.

Em relação a 2ª ação da ASPGE, as questões trabalhadas foram (Q34, Q35, Q36, Q37, Q41, Q42, Q45, Q46, Q47), em que Q34 e Q37 propõem que o estudante *atualize os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema*. Nas questões Q35, Q36, Q42, Q45 e Q46, a operação em análise corresponde ao elemento essencial, sendo em *construir o modelo matemático métrico*. Por fim, nas questões Q41 e Q47 são analisadas a operação de *construir o modelo matemático geométrico, relacionado ao problema*. As questões desta fase estão dispostas no Quadro 20.

Quadro 20 - Questões (Q33 – Q47) – (1ª e 2ª ação da ASPGE) – Formativa II

Questões	Operações da ASPGE
<b>Q33-</b> Explique que diferença há entre as faces de um prisma reto e as faces de uma pirâmide?	Nesta é analisado a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.
<b>Q34-</b> No seu entendimento, o que é um sólido geométrico? Dê exemplos.	Esse problema propõe que o estudante atualize os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema.
<b>Q35-</b> Paulo colocou 650 pedrinhas, cada uma delas com um volume de $0,8 \text{ cm}^3$ , dentro de um aquário com a forma de um paralelepípedo. O aquário tem 50 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Nessa situação, explique como Paulo deve fazer para descobrir a quantidade máxima de água, em litros, que se pode colocar dentro do aquário?	Nesta é analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.
<b>Q36-</b> Para poder distinguir os objetos oferecidos, uma organização decidiu utilizar três caixas diferentes e ao redor de cada uma delas aplicar a uma fita colorida, vermelha para os brinquedos, azul para o vestuário e verde para o calçado. a) O que é preciso fazer para descobrir a quantidade de fita colorida necessária para distinguir os objetos?	É analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.

 <p>Fonte:Disponível em <a href="http://sempreamathematicarcommunica.blogspot.com/2016/05/">http://sempreamathematicarcommunica.blogspot.com/2016/05/</a> Acesso em 15 de Abril de 2018. Adaptada</p>	
<p><b>Q37-</b> A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal.</p> <p>a) Explique com suas palavras o que quer dizer prisma reto de base hexagonal?</p>	<p>Questão relacionada com a operação de atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema.</p>
<p><b>Q38-</b> As pirâmides tem características geométricas que as distinguem dos prismas; por exemplo: Em relação as arestas, o número de arestas das pirâmides é sempre um múltiplo de 2, enquanto o número de arestas dos prismas é sempre um múltiplo de 3.Descreva outra característica geometrica das pirâmides que as distingue dos prismas.</p>	<p>Nesta é analisado a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q39-</b> O <b>prisma</b> é um sólido geométrico que faz parte dos estudos de geometria espacial. É caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases (polígonos iguais) congruentes e paralelas, além das faces planas laterais (paralelogramos). Quanto a classificação os prismas podem ser retos ou oblíquo. Explique a diferença de prisma reto e prisma oblíquo.</p>	<p>Questão relacionada com a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q40-</b> O cubo tem características geométricas semelhantes as de um paralelepípedo; por exemplo: ambos tem 8 vértices, 12 arestas e 6 faces. Descreva uma característica geometrica do cubo que as distingue do paralelepípedo.</p>	<p>É analisado a operação de identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas.</p>
<p><b>Q41-</b> Ana quer construir um enfeite na forma de uma Pirâmide Quadrangular. Nesse caso, diga quais e quantos polígonos Ana deverá recortar para construir esse enfeite?</p>	<p>Esse problema propõe que o estudante construa o modelo matemático geométrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q42-</b> Em um prisma hexagonal regular, a aresta da base mede 3 cm e a aresta da face lateral mede 6 cm. Explique como determinar a área lateral desse prisma.</p>	<p>É analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q43-</b> Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda:</p> <p>a) Quais dos itens abaixo é a planificação de um poliedro? Justifique.</p> 	<p>Questão relacionada com a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>
<p><b>Q44-</b> No ensino de geometria, tem sua importância social o reconhecimento do universo tridimensional. Pensando nisso, uma professora levou para uma de suas aulas os objetos abaixo:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>I. Um porta lápis (prisma).</li> <li>II. Uma lata de leite em pó (cilindro).</li> <li>III. Uma bola de futebol (esfera).</li> </ol> <p>a) Como você classificaria esses objetos segundo suas características?</p>	<p>Está relacionada com a operação de reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe.</p>

<p><b>Q45-</b> Uma Pirâmide regular de base quadrada e 4 cm de altura possui aresta da base com 6 cm de comprimento. Explique como determinar o volume dessa pirâmide.</p>	<p>É analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q46-</b> Uma caixa de papelão com capacidade de <math>12000 \text{ cm}^3</math> foi construída para armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura e volume de <math>96 \text{ cm}^3</math>. Após alguns cálculos foi verificado que para o preenchimento total da caixa era necessários 125 doces. Explique como foi encontrado o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa.</p>	<p>É analisado a operação de construir o modelo matemático métrico relacionado ao problema.</p>
<p><b>Q47-</b> Numa aula de matemática, a professora pediu aos alunos que construíssem modelo de pirâmides utilizando palitos de dentes e jujubas. O José utilizou 6 palitos de dentes para fazer o modelo apresentado abaixo.</p>  <p>A Vera tem 13 palitos de dentes para construir seu modelo. Poderá a Vera construir um modelo de pirâmide na qual utiliza todos os palitos de dentes? Justifique sua resposta.</p>	<p>Esse problema propõe que o estudante construa o modelo matemático geométrico relacionado ao problema.</p>
<p>Nota: (Q35) extraída e adaptada de: <a href="http://sosmatematica2ceb.weebly.com/uploads/8/1/5/0/8150651/mat_ficha_formativa_abril_6.pdf">http://sosmatematica2ceb.weebly.com/uploads/8/1/5/0/8150651/mat_ficha_formativa_abril_6.pdf</a>. Acesso em 12 mar. 2018; (Q37) - extraída e adaptada de: <a href="https://enem.estuda.com/questoes/?id=113382">https://enem.estuda.com/questoes/?id=113382</a>. Acesso em 12 mar. 2018; (Q38) – extraída e adaptada de: <a href="https://pt.slideshare.net/helenaborralho/solidos-exercicios-resolvidos-13122350">https://pt.slideshare.net/helenaborralho/solidos-exercicios-resolvidos-13122350</a>. Acesso em 12 mar. 2018.</p>	

A questão (Q43) foi desenvolvida pelos estudantes (E2 e E7). Entretanto, podemos observar pelo quadro 14 que o estudante (E2) demonstrou habilidades através de planificações das figuras, identificando-as como poliedros e conseguindo justificar sua resposta. Já o estudante (E7), reconhece os poliedros, prismas e pirâmides por suas planificações, mas não determinou todas as operações, pois não justificou sua resposta.

Na questão (Q39), os estudantes (E3 e E9) desenvolveram todas as operações pertinentes ao problema, ou seja, utilizando a definição de prismas, conseguiram explicar corretamente as diferenças entre prisma reto e prisma oblíquo.

Os estudantes (E5 e E11), em relação a questão (Q44), demonstraram compreensão ao objetivo do problema, pois a primeira ação está totalmente correta, o que pode ser observado em suas respostas quando classificam objetos do dia a dia ( porta lápis, lata de leite em pó e bola de futebol) com os sólidos geométricos, considerando suas características geométricas.

Na questão (Q33), os estudantes (E4 e E13) desenvolveram todas as operações pertinentes ao problema, ou seja, utilizando a definição de prismas e

pirâmides, conseguiram explicar corretamente a diferenças entre as faces de um prisma reto e as faces de uma pirâmide.

O desempenho do estudante (E14) na questão (Q38), em que a operação da ação analisada foi identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas, o estudante descreveu de forma correta características geométricas das pirâmides, que as distingue dos prismas.

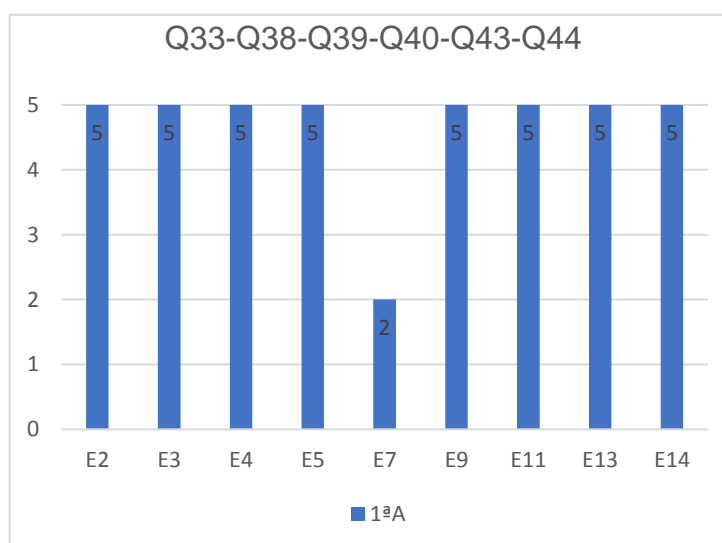
Em relação a questão (Q40), os estudantes (E4 e E15) realizaram as operações pertinentes ao problema corretamente, ou seja, utilizando a definição de prismas conseguiram descrever características geométricas do cubo, que as distingue do paralelepípedo.

Conforme os resultados demonstrados na Tabela 9, observa-se que os estudantes continuam obtendo um bom desempenho em relação a primeira ação da ASPGE, nessa etapa da pesquisa em que a média de 4,7 é mantida em relação a etapa anterior. Dentre os nove estudantes analisados, apenas um estudante (E7) não apresentou um bom desempenho, alcançando um índice 2 na análise quantitativa, conforme é visto claramente no Gráfico 9. Isso deve-se ao fato de o estudante não ter apresentado interesse no desenvolvimento das atividades realizada nesse momento.

Tabela 9 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa II

Q33-Q38-Q39-Q40-Q43-Q44		
E	1ªA	Y
E2	5	5
E3	5	5
E4	5	5
E5	5	5
E7	2	2
E9	5	5
E11	5	5
E13	5	5
E14	5	5
Media	4,7	4,7

Gráfico 9 - Desempenho dos estudantes – Formativa II



Fonte: Banco de dados da autora

Em análise da 2ª ação, na questão (Q34), de acordo com os dados analisados, os estudantes (E6, E11 e E12) construiriam o núcleo conceitual de sólidos geométricos. Na solução do problema, apontaram exemplos de objetos que pudessem ser representando na forma geométrica.

A análise dos estudantes (E2 e E7), na questão (Q35): o estudante (E2) realiza a ação de construir o núcleo conceitual de geometria. Na solução do problema, o estudante explica que para determinar a quantidade máxima de água que um aquário, da forma de paralelepípedo, é necessário calcular a capacidade do recipiente pelo modelo matemático do volume. Já o estudante (E7), tenta explicar os procedimentos associados a compreensão do problema, porém, fez uso incorreto dos conceitos essenciais de volume, dando resposta incorreta ao problema.

Na questão (Q36), observou-se que o estudante (E10), de acordo com a resposta das suas soluções e conforme as características da ação a execução do problema, trabalhou de forma totalmente correta, pois, por meio do uso do conceito perímetro, desenvolveu o problema corretamente, construindo o modelo matemático, sendo esta, a ação essencial. Já o estudante (E5) desempenhou o problema parcialmente correto, quanto a explicação dos procedimentos de cálculos associados a compreensão do problema.

Os estudantes (E1 e E8), em relação a questão (Q37), desenvolveram a ação essencial do problema, o que pode ser observado em suas respostas. Na solução da questão, os estudantes explicam a definição de prisma reto de base hexagonal.

Na questão (Q41), observou-se que os estudantes (E12 e E13), de acordo com a resposta das suas soluções e conforme as características da ação da execução do problema, desenvolveram todas as operações pertinentes ao problema, ou seja, utilizando a definição de pirâmides conseguiram explicar que uma pirâmide quadrangular é construída por quatro triângulos e um quadrado.

No desempenho dos estudantes (E6 e E15), na questão (Q42), observou-se que o estudante (E6) desempenhou o problema parcialmente correto quanto a explicação dos procedimentos de cálculos associados a construção do modelo matemático, referido a área lateral do prisma hexagonal regular. Já o estudante (E15), de acordo com a resposta das suas soluções e conforme as características da ação da execução do problema, trabalhou de forma totalmente

correta, pois, por meio do uso do conceito de área lateral de prisma, desenvolveu o problema corretamente, explicando a construção do modelo matemático, sendo esta, a ação essencial.

Na análise dos estudantes (E1 e E8), na questão (Q45), foi possível observar que os estudantes realizaram a ação de construir o núcleo conceitual de geometria com êxito, explicando os procedimentos associados ao problema, apropriando-se dos conceitos essenciais de volume de uma pirâmide, dando resposta correta a questão.

A questão (Q46) foi solucionada pelos estudantes (E4, E10 e E14). Entretanto, foi observado que os estudantes (E10 e E14) desenvolveram a ação essencial parcialmente correta, pois não explicaram com detalhes os procedimentos de cálculo associados ao problema, que confirmassem o resultado informado, de 125 doces. O estudante (E4) não respondeu à questão, e assim não realizou a ação envolvida na questão.

Na questão (Q47), foi dada informações do modelo geométrico de uma pirâmide triangular construída com jujubas e palitos de dentes. Dois estudantes (E3 e E12), realizaram a ação de construir o núcleo conceitual da geometria corretamente, demonstrando conhecimento em relação aos elementos de uma pirâmide, justificando suas respostas. Segue a justificativa do estudante (E12): *“não, pois as arestas da pirâmide são múltiplos de 2. Sendo assim, uma base com 5 lados teria 5 arestas – total de palitos 10. Base com 6 arestas – 6 – total 12, o resultado encontrado.* Nota-se no desenvolvimento das ideias, que a ação foi realizada de maneira consciente.

Por outro lado, o estudante (E9) não conseguiu aplicar o conceito associado aos elementos de uma pirâmide, no qual foi observado pela sua justificativa, quando apresenta a seguinte resposta: *“não, pois sobrava 7 palitos de dentes”.* Desse modo, deduz-se que o estudante apresenta conhecimento insuficiente para a realização da ação essencial da questão.

Na Tabela 10 apresenta-se a análise quantitativa completa das questões relacionadas a segunda ação da ASPGE nesta fase da pesquisa, na qual podemos observar que a média aritmética foi igual a 3,9, considerada uma boa média, mas baixo da média alcançada na fase anterior. Um dos motivos que pode ter influenciado nesse resultado, é o fato desta atividade ter sido aplicada

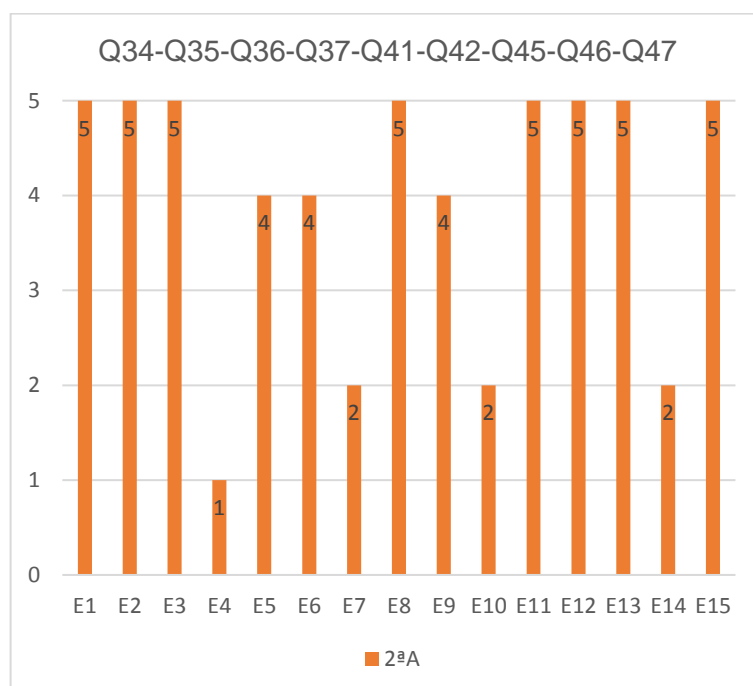
logo a após o retorno do recesso escolar, em que alguns dos estudantes já não recordava de alguns conceitos estudando anteriormente.

De acordo com o Gráfico 10 da análise quantitativa das questões analisadas, apenas o estudante (E4) obteve a pontuação de um ponto, isso se deu pelo fato do estudante não dá resposta ao problema deixando-a em branco.

Tabela 10 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa II

Q34 a Q47		
E	2ªA	Y
E1	5	5
E2	5	5
E3	5	5
E4	1	1
E5	4	4
E6	4	4
E7	2	2
E8	5	5
E9	4	4
E10	2	2
E11	5	5
E12	5	5
E13	5	5
E14	2	2
E15	5	5
Média	3,9	3,9

Gráfico 10 - Desempenho dos estudantes Formativa II



Fonte: Banco de dados da autora

Os estudantes E7, E10 e E14 obtiveram índices 2 na ação de construir o núcleo conceitual de geometria, realizando o indicador essencial da ação de forma parcialmente correta. Pode-se dizer também que os outros 11 estudantes (E1, E2, E3, E5, E6, E8, E9, E11, E12, E13 e E15) construíram núcleo conceitual de geometria, porém, três estudantes (E5, E6 e E9) cometeram pequenos erros em algumas operações da ação.



#### 4.4 Formativa III

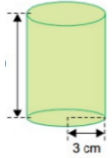

A prova formativa III, realizada também por meio do jogo “Trilhando pela Geometria Espacial”, envolveu os conteúdos de Cilindro, Cone e Esfera, contendo 16 questões relacionadas a 3ª ação de solucionar o problema e a 4ª ação da ASPGE, em interpretar a solução do problema. Dentre os estudantes ativos, treze participaram desta fase da pesquisa e dois estudantes (E6 e E14) faltaram na aplicação do jogo.

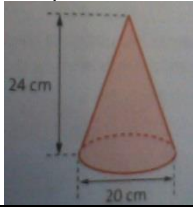
As análises do desempenho qualitativo e quantitativo do sistema de ações alcançado pelos estudantes nesta fase, encontram-se demonstradas no (Apêndice D). As questões correspondentes a formativa III, estão dispostas no Quadro 21.

Na 3ª ação da Atividade de Situação Problema em Geometria Espacial foram contempladas cinco questões, sendo as questões Q48, Q49, Q52, Q56 e Q57, todas sendo analisadas a operação do elemento essencial da ação de *solucionar o modelo matemático*. Para a 4ª ação foram trabalhadas onze questões. As questões Q50, Q51, Q54, Q58, Q59, Q61 e Q62 estão relacionadas com a operação de *interpretar o resultado*. Nas questões Q55 e Q63 analisa-se a operação *extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema*. E por fim, analisa-se a operação do elemento essencial *dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema* nas questões Q53 e Q60.

Quadro 21 - Questões (Q48 – Q63) – (3ª e 4ª ação da ASPGE) - Formativa III

Questões	Operações da ASPGE
<b>Q48-</b> Numa indústria química, deseja-se instalar um reservatório cilíndrico para armazenar determinado gás. O raio do reservatório deve ser 3 m e altura 6 m. Considerando $\pi = 3,14$ , qual deve ser o volume desse reservatório?	Questão relacionada com a operação de solucionar o modelo matemático do problema.
<b>Q49-</b> Numa indústria química, deseja-se instalar um reservatório esférico para armazenar determinado gás. Sabendo que o volume do reservatório deve ser de 108 m <sup>3</sup> , qual deve ser o raio desse reservatório? (Adote: $\pi = 3$ ).	Esse problema está relacionado com a operação de solucionar o modelo matemático do problema.
<b>Q50-</b> (FGV) Adaptada - Um produto é embalado em recipientes no formato de cilindro retos. - O cilindro <b>A</b> tem altura 20 cm e raio da base 5 cm e é vendido a R\$ 5,00 a unidade. - O cilindro <b>B</b> tem altura 10 cm e raio da base de 10 cm e é vendido a R\$ 9,00. <b>a)</b> Qual das aquisições é mais vantajosa para o consumidor? Por quê?	Nesta questão é analisada as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.

<p><b>Q51-</b> (FGV) Adaptada - Um produto é embalado em recipientes no formato de cilindro retos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O tipo de embalagem A tem altura de 8 cm e raio da base de 16 cm</li> <li>- O tipo de embalagem B tem 16 cm de altura e raio da base 8 cm.</li> </ul> <p>a) Na confecção de qual dessas embalagens se gasta mais material? Justifique.</p>	<p>Questão relacionada com as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.</p>
<p><b>Q52-</b> Um tanque, feito de folhas de metal, na forma de um cone de raio da base igual a 6 m e altura 8 m, completamente cheio, contém 288000 litros de água. A água é retirada deste tanque e colocada em outro tanque na forma de um cilindro, que apresenta raio da base igual a 4 m. Com esta água é enchida garrafas de plásticos cilíndricas de raio 6 cm e altura 10 cm. Cada garrafa será vendida a 2,00 reais. Considere <math>\pi = 3</math>.</p> <p>a) Diante desses dados, determine a altura da água no segundo tanque.</p>	<p>Questão relacionada com a operação de solucionar o modelo matemático do problema.</p>
<p><b>Q53-</b> Um caldeirão cilíndrico tem 40 cm de diâmetro e 15 cm de altura e está lotado em sua capacidade máxima de doce. Cláudia vai encher potinhos cônicos com esse doce.</p> <p>a) Se cada potinho tem 6 cm de altura e 4 cm de diâmetro da base, quantos potinhos serão necessários para colocar todo esse doce? Interprete o resultado obtido.</p>	<p>Na questão é analisada as operações de solucionar o problema e dá resposta ao objetivo do problema.</p>
<p><b>Q54-</b> Para construir um cone circular reto, Mirian comprou um papel de área igual a 2000 cm<sup>2</sup>. Sabendo que o cone tem altura igual a 20 cm, raio igual a 15 cm e geratriz 25 cm de comprimento. O papel comprado será suficiente para construir o cone? Justifique sua resposta. Use: <math>\pi=3,14</math>.</p>	<p>Questão relacionada com as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.</p>
<p><b>Q55-</b> Um recipiente com a forma de cilindro mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido</p> <p>desse recipiente é dado por <math>V = 9\pi.h</math></p>  <p>É possível que para uma altura <math>h = 9</math> cm, a quantidade necessária para preencher completamente o recipiente seja de 254,34 cm<sup>3</sup>. Justifique sua resposta. Considere: (<math>\pi = 3,14</math>)</p>	<p>Nesta questão é analisada a operação de extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema.</p>
<p><b>Q56-</b> Uma indústria de embalagens deseja fabricar uma lata de tinta cilíndrica com raio da base medindo 5 cm de comprimento e com capacidade para 1 litro. Sabendo dessas informações, qual deverá ser o comprimento da altura dessa embalagem? (Use <math>\pi = 3,1</math>).</p> 	<p>Questão relacionada com a operação de solucionar o modelo matemático do problema.</p>
<p><b>Q57-</b> Uma fábrica de bombons deseja produzir 2000 unidades no formato de uma esfera de raio 1 cm. Com base nos dados acima, qual seria o volume de cada bombom? (Use <math>\pi = 3,14</math>).</p>	<p>Questão relacionada com a operação de solucionar o modelo matemático do problema.</p>
<p><b>Q58-</b> Explique como é definido a superfície lateral planificada de um cilindro em que o modelo matemático é representado por: <math>A_l = 2\pi.r</math></p>	<p>Questão relacionada com a operação de interpretar o resultado.</p>
<p><b>Q59-</b> Uma laranja do tipo pêra tem forma esférica com 8 cm de diâmetro e composta de 12 gomos exatamente iguais. O volume aproximado de cada gomo dessa laranja é de 22,3 cm<sup>3</sup>.</p>	<p>Questão relacionada com as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.</p>

<p>Considerando uma laranja do tipo lima de mesma forma e composta de 12 gomos exatamente iguais e diâmetro de 6 cm.</p> <p>O volume aproximado de cada gomo dessa laranja será maior ou menor que a da laranja pera? Explique. (Adote <math>\pi = 3,14</math>).</p>	
<p><b>Q60-</b> A parte interna de um botijão de gás de cozinha tem a forma cilíndrica com 40 cm de diâmetro e 60 cm de altura. Para um consumo diário de 3,1 litros, o gás do botijão durará 24 dias.</p> <p>Se forem consumidos diariamente 2,4 litros, quantos dias o gás de cozinha de um botijão durará? (Considere: <math>\pi = 3,1</math>).</p>	<p>Na questão é analisada a operação do elemento essencial de dá resposta ao objetivo do problema.</p>
<p><b>Q61-</b> Marta quer construir o chapéu de um palhaço de cartolina, cuja medidas estão na figura abaixo. Para isso, utilizou o modelo matemático <math>A_l = \pi.r.g</math> para determinar área lateral do chapéu. Quantos centímetros quadrados de cartolina serão gastos para a construção do chapéu? interprete o resultado obtido. (Use: <math>\pi = 3,14</math>)</p> 	<p>Questão relacionada com as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.</p>
<p><b>Q62-</b> (CEFET-SC) Adaptada - Dado um copo em forma de cilindro e outro de forma cônica de mesma base e altura. Se eu encher completamente o copo cônico com água e derramar toda essa água no copo cilíndrico, quantas vezes terei que fazê-lo para encher completamente esse copo? Explique.</p>	<p>Questão relacionada com as operações de solucionar o problema e interpretar o resultado.</p>
<p><b>Q63-</b> Um tonel vazio, que internamente tem a forma de um cilindro circular reto com 1 m de diâmetro e 2 m de altura, está com sua base apoiada em um piso horizontal. Mostre que, se forem colocados oitocentos litros de vinho em seu interior, o vinho não enche o tonel, mas ultrapassa a metade do seu volume. (Adote: <math>\pi = 3,14</math>).</p>	<p>Nesta questão é analisada a operação de extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema.</p>
<p>Nota: (Q48 e Q49) – extraída de: <a href="https://www.profezequias.net/cones.html">https://www.profezequias.net/cones.html</a>. Acesso em 20 abril 2018; (Q53, Q56, Q57) – extraída e adaptada de: <a href="http://questoesdevestibularnanet.blogspot.com/2013/11/questoes-resolvidas-de-vestibulares.html">http://questoesdevestibularnanet.blogspot.com/2013/11/questoes-resolvidas-de-vestibulares.html</a>. 20 abril 2018.</p>	

Em análise da 3ª ação, a questão (Q48), de acordo com os dados analisados, os estudantes (E1 e E9), solucionaram o modelo matemático do problema, realizando os procedimentos de cálculo associados ao problema para determinar o volume do reservatório na forma de cilindro, dando resposta correta ao problema.

Na questão (Q49), na qual o objetivo era determinar o raio do reservatório no formato esférico, o estudante (E4) consegue determinar o raio do reservatório, desenvolvendo corretamente os procedimentos dos cálculos. Já o estudante (E8), consegue construir o modelo matemático, inicia os procedimentos de cálculo, mas não consegue concluir, e assim, não soluciona o problema. Observou-se neste momento que, o estudante não soube administrar o tempo

estabelecido para solucionar os problemas, já que se trata de um jogo de regras, o tempo para cada jogador era limitado.

Na questão (Q52) é dado informações do volume de dois tanques em formatos diferentes, sendo na forma de cone e outro de cilindro, para que os estudantes apliquem a técnica de transformação de unidades de medidas, resolvendo em seguida a altura do tanque na forma cilíndrica. Dos dois estudantes (E3 e E7) que aleatoriamente desenvolveram o problema, apenas o estudante (E3) resolveu corretamente a questão, realizando os procedimentos de cálculos para se chegar à altura do tanque na forma cilíndrica. Já o estudante (E7), tentou realizar os procedimentos por meio da área do tanque na forma de cone, quando deveria considerar o volume dos dois tanques como sendo iguais e assim determinar a altura do segundo tanque.

Na questão (Q56), em que é dado informações a respeito da embalagem no formato cilíndrico, observou-se que os estudantes (E2 e E13) aplicaram a transformação de unidades de medidas, utilizando a fórmula de volume e determinando em seguida, a altura da embalagem na forma cilíndrica, conforme Figuras (29 e 30).

Figura 29 - Resolução do (E2) - Q56

Resolução:

$$V = \pi r^2 h$$

$$1000 = 3,1 \cdot 5 \cdot h$$

$$1000 = 77,5 \cdot h$$

$$\frac{1000}{77,5} = h$$

$$12,9 = h$$

$$h \approx 13 \text{ cm}$$

56

Figura 30 - Resolução do (E2) - Q56

Resolução:

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$V = 1 \text{ L}$$

$$1000 \text{ cm}^3 = 3,14 \cdot 5^2 \cdot h$$

$$1000 = 77,5 h$$

$$h = 12,90$$

$$h \approx 13 \text{ cm}$$

56

Fonte: Banco de dados da autora.

No desempenho dos estudantes (E12 e E15), na questão (Q57), observou-se que o estudante (E12), de acordo com a resposta da sua solução e conforme as características da ação da execução do problema, trabalhou de

forma totalmente correta, pois, por meio do uso do conceito de volume de esfera, desenvolveu a questão corretamente, desempenhando corretamente os procedimentos de cálculos para determinar o volume de bombons, com 1 cm de raio no formato de esfera. Já o estudante (E15), desempenhou a questão parcialmente correta, pois não realizou os procedimentos de cálculos para solucionar o problema.

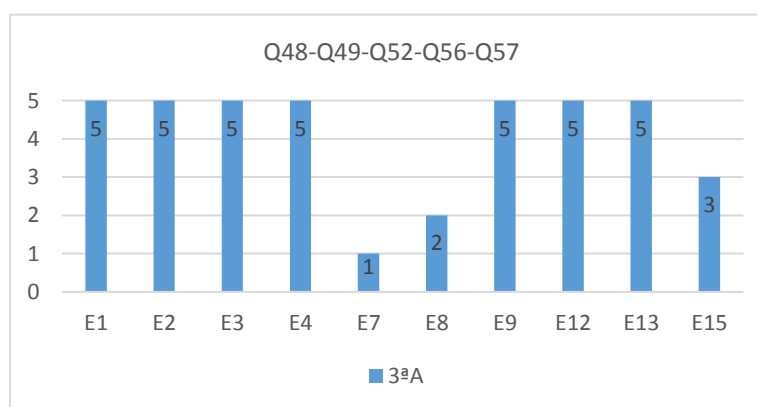
De acordo com os dados observados na Tabela 11, encontramos fortes indícios que confirmam que os estudantes (E1, E2, E3, E4, E8, E9, E12, E13 e E15) demonstraram avanço expressivos na ação de solucionar o modelo matemático, em relação a avaliação diagnóstica, em que as médias foram bem abaixo do alcançado pelos estudantes naquela fase da pesquisa. Apenas o estudante (E7) não conseguiu avançar na 3ª ação, apresentando dificuldade em solucionar o problema.

Podemos observar pelo Gráfico 11 que 08 estudantes (E1, E2, E3, E4, E9, E12 e E13) demonstram habilidades em solucionar o modelo matemático relacionado a cilindro, cone e esfera, e realizaram os procedimentos de cálculo associado aos problemas, utilizando os recursos necessários para solucionar o problema. Um estudante (E15), solucionou a questão (Q57) mas não realizou os procedimentos de cálculos. O estudante (E7) na questão (Q52) e (E8) na questão (Q49), demonstraram dificuldades na realização das operações da ação, alcançando índices abaixo da média.

Tabela 11- Análise quantitativa dos estudantes – Formativa III

Q48-Q49-Q52-Q56-Q57		
E	3ªA	Y
E1	5	5
E2	5	5
E3	5	5
E4	5	5
E7	1	1
E8	2	2
E9	5	5
E12	5	5
E13	5	5
E15	3	3
Média	4,1	4,1

Gráfico 11- Desempenho dos estudantes – Formativa III



Fonte: Banco de dados da autora

Nas questões (Q50, Q51, Q53, Q54, Q55, Q58, Q59, Q60, Q61, Q62 e Q63), o foco se estendeu a habilidades para interpretar a solução do problema, ou seja, a 4ª ação. Portanto, para interpretar a solução teve pretensão na 3ª ação, ou seja, solucionar o modelo matemático.

Na questão (Q50) é dado informações do volume e preços de dois recipientes no formato de cilindro, para que os estudantes descubram a capacidade de ambos recipientes, e em seguida, expliquem em qual dos dois é mais vantajoso. Dos dois estudantes (E2 e E13) que aleatoriamente desenvolveram a questão, apenas o estudante (E13) resolveu corretamente o problema, realizando os procedimentos de cálculos para se chegar ao volume dos recipientes e assim interpretar o resultado, concluindo que o mais vantajoso é aquele de maior volume e menos gasto. Já o estudante (E2), tentou realizar os procedimentos de cálculo por meio da área dos recipientes, quando deveria realizar pelo volume de cilindro e assim interpretar de maneira correta.

Na questão (Q51) é dado informações da área de dois recipientes cilíndrico, que leve os estudantes a justificar qual dos dois recipientes gastaria mais material para sua confecção. Nessa questão, observou-se que os estudantes (E12 e E15) não desenvolveram os cálculos de área corretamente, cometeram erros no valor do raio e na construção do modelo matemático, não obtendo a solução da questão que pudesse ser justificada.

Na questão (Q53), observou-se que o estudante (E10), de acordo com a resposta das suas soluções e conforme as características da ação da execução do problema, realiza os procedimentos de cálculos do volume de esfera, com erros operacionais, mas ainda assim, consegue solucionar o problema corretamente, encontrando o valor correto no problema. Na ação de interpretar o problema, o estudante não justifica sua resposta encontrada. Já o estudante (E5), inicia os procedimentos de cálculos para determinar o volume do cilindro, mas não conclui esse processo, o que foi insuficiente para realizar a análise da solução.

No desempenho dos estudantes (E1 e E9), na questão (Q54), observou-se que o estudante (E1) realizou corretamente a solução do problema por meio do uso do conceito de área de cone, desempenhando os procedimentos de cálculos para mostrar que a área do cone informada na questão, de fato se confirma com os dados fornecidos. Na 4ª ação, o estudante consegue realizar

com êxito, justificando corretamente a solução (Figura 31). No entanto, o estudante (E9) apresentou dificuldades em realizar as operações das ações envolvidas. O estudante apresenta um modelo de área de cone incorreto, o que ocasionou uma solução errada, como mostra a (Figura 32). Na 4ª ação, o estudante não apresenta justificativa para a sua solução encontrada.

Figura 32 - Resolução do (E9) na Q54

Resolução:

$$g = 15 \cdot 20$$

$$g = 300$$

$$g = \frac{300}{400}$$

$$g = 0.75$$

$$A_c = \pi r \cdot g$$

$$A_c = \pi \cdot 15 \cdot 0.75$$

$$A_c = 11.25\pi$$

$$A_c = 37.5 \text{ cm}^2$$

54

Figura 31 - Resolução do (E1) na Q54

Resolução:

$$A = \pi r (r + g)$$

$$A = 3,14 \cdot (15 + 25)$$

$$A = 3,14 \cdot 40$$

$$A = 125,6 \text{ cm}^2$$

Sim, pois o área do cone é menor que a quantidade de papel que ele possui.

54

Fonte: Banco de dados da autora.

Na questão (Q55), é dado o modelo matemático do volume de um recipiente cilíndrico, que leve os estudantes a extrair os dados significativos do problema, e assim determinar o seu volume.

Observou -se que, os estudantes (E8 e E11) realizaram a ação de interpretar a solução corretamente, demonstrando conhecimento ao aplicar o conceito relacionado, com o modelo do volume dado, realizando os procedimentos e indicando os termos matemáticos envolvidos, e concluíram o pensamento justificando o resultado encontrado (Figuras 33 e 34). Nota-se no desenvolvimento dos cálculos, que essas ações foram realizadas de maneira consciente.

Figura 34 - Resolução do (E8) na Q55

Resolução:

$$V = 9\pi \cdot h$$

$$V = 9 \cdot 3,14 \cdot 9$$

$$V = 254,34$$

Sim é possível  
encher o recipiente  
de altura 9  
dado pela equação  
 $V = 9\pi \cdot h$

55

Figura 33 - - Resolução do (E11) na Q55

Resolução:

$$V = 9 \cdot \pi \cdot h$$

$$254,34 = 9 \cdot \pi \cdot 9$$

$$254,34 = 254,34$$

É possível pois se  
substituímos o valor  
de  $\pi$  chegamos  
ao resultado

55

Fonte: Banco de dados da autora.

Na questão (Q58), o estudante (E3) realiza a ação essencial de maneira correta, em que explica o modelo matemático dado na questão, fazendo uso das ideias conceituais de superfície lateral de um cilindro. Já o estudante (E7), realiza a ação essencial de maneira parcialmente correta, descreve a solução do modelo matemático, fazendo uso das ideias conceituais de superfície lateral de um cilindro, porém sua resposta ao objetivo do problema ocorreu de forma incompleta.

Na questão (Q59) é dado informações do volume de dois tipos de fruto no formato de esfera, que leva o estudante a comparar e explicar qual dos frutos possui maior volume. Dos dois estudantes (E5 e E10) que desenvolveram o problema, apenas o estudante (E13) resolveu corretamente o problema, realizando os procedimentos de cálculos para se chegar ao volume dos recipientes, e assim interpretar o resultado, concluindo que o mais vantajoso é aquele de maior volume e menos gasto. Já o estudante (E2), tentou realizar os procedimentos de cálculo por meio da área dos recipientes, quando deveria realizar pelo volume de cilindro e assim interpretar de maneira correta.

Na questão (Q59), o estudante (E10), de acordo com a resposta das suas soluções e conforme as características da ação da execução do problema, realiza os procedimentos de cálculos do volume de esfera, com erros operacionais, o que levou ao erro no resultado da questão. Na ação de interpretar o problema, o estudante não justifica sua resposta encontrada. O



estudante (E5) inicia os procedimentos de cálculos para determinar o volume do cilindro, mas não conclui esse processo, o que foi insuficiente para realizar a análise da solução.

Conforme a resposta da questão (Q60), o estudante (E1) desenvolveu a resolução do modelo matemático por meio do conceito de volume de cilindro, executou as substituições de valores necessárias com êxito, chegando assim a interpretar a solução com êxito, afirmando “*o gás irá durar 31 dias*”. Desse modo, obteve nesta questão, a ação em nível totalmente correto. Por outro lado, o estudante (E9) inicia os procedimentos de cálculos para encontrar o volume da botija de gás, porém não conclui a ação essencial da questão.

No desempenho dos estudantes (E8 e E11), na questão (Q61), observou-se que o estudante (E8) realiza a 3ª ação parcialmente correta, ou seja, consegue encontrar a geratriz do chapéu, aplicando o conceito de Teorema de Pitágoras, mas comete erros operacionais no cálculo da área da superfície lateral do chapéu. Na 4ª ação, o estudante não apresenta justificativa para a sua solução encontrada. Já o estudante (E11), realizou corretamente a solução do problema, desempenhando os procedimentos de cálculos para encontrar a área lateral do chapéu. A 4ª ação, o estudante consegue realizar com êxito, justificando que “*serão gastos 816,4 cm<sup>2</sup> de cartolina, para a construção do chapéu*”.

Na questão (Q62) é dada informações de dois copos de mesma base e altura, sendo um deles na forma de cilindro e o outro na forma de cone. Dos dois estudantes (E2 e E13) que desenvolveram o problema, apenas o estudante (E13) apresentou resposta ao objetivo do problema e resolveu corretamente o problema, explicando que o volume do cone é  $\frac{1}{3}$  do volume do cilindro. Logo, as ideias de aplicação dos volumes de cilindro e cone foram realizadas de maneira totalmente correta pelo estudante. O estudante (E2), explica a relação existente entre o volume de um cone e de um cilindro, porém, não dá respostas ao objetivo do problema, atendendo assim a ação essencial, parcialmente.

Para finalizar, apresentamos a análise do desempenho dos estudantes (E4 e E5), na questão (Q63). O estudante (E4) realizou corretamente a terceira ação (solucionar o modelo matemático), fazendo uso do conceito de volume de cilindro, fez as comparações necessárias entre os valores encontrados para o volume. Assim, descreveu a ação essencial (interpretar a solução) corretamente,

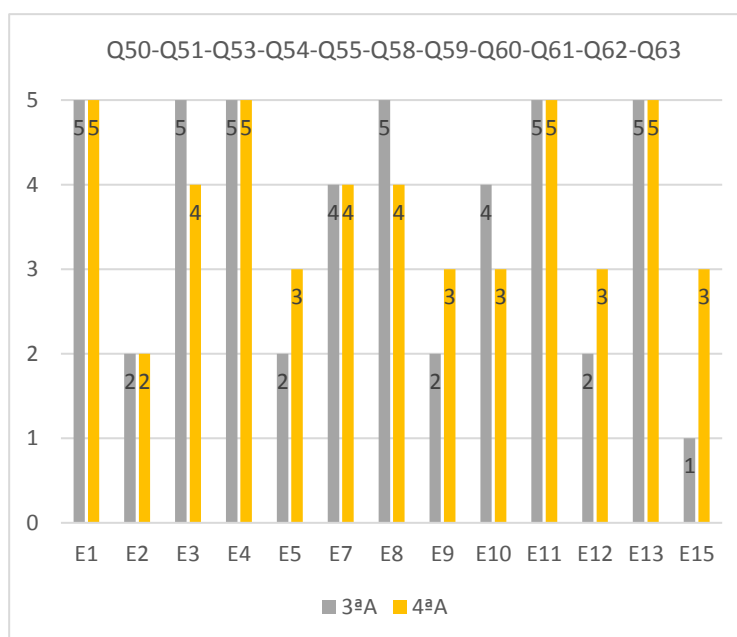
apresentando resposta ao objetivo do problema. O estudante (E5) inicia os procedimentos de cálculos para encontrar o volume do tonel, mas comete erros operacionais na ação, levando ao erro no resultado, e assim não concluiu a ação essencial da questão, não dando resposta ao objetivo do problema. Os estudantes (E6 e E14) não estiveram presentes na aplicação do jogo nesta fase da pesquisa.

De acordo com os dados apresentados na Tabela 12, observou-se na 4ª ação, que doze estudantes atingiram um nível acima da média, alcançando um nível correto, e apenas um estudante (E2) ficou abaixo da média, realizando a ação de forma razoavelmente correta. A 3ª e 4ª ação da formativa III, trabalhada por meio do jogo, quando comparadas com a 3ª e 4ª ação da avaliação diagnóstica, pode-se dizer que houve uma melhora expressiva quanto ao desempenho destas ações no conteúdo de cilindro, cone e esfera. Os estudantes (E1, E4, E11, E13) demonstraram habilidades nas duas ações envolvidas nos problemas propostos, alcançando pontuação máxima, conforme mostra o Gráfico 12.

Tabela 12 - Análise quantitativa dos estudantes – Formativa III

Q50 a Q63			
E	3ªA	4ªA	Y
E1	5	5	10
E2	2	2	4
E3	5	4	9
E4	5	5	10
E5	2	3	5
E7	4	4	8
E8	5	4	9
E9	2	3	5
E10	4	3	7
E11	5	5	10
E12	2	3	5
E13	5	5	10
E15	1	3	4
Média	3,6	3,8	7,4

Gráfico 12 - Desempenho dos estudantes – Formativa III



Fonte: Banco de dados da autora

Na análise, relacionando a 3ª ação (solucionar o modelo matemático) com a 4ª ação (interpretar a solução), os estudantes (E5, E9, E12 e E15) obtiveram um pequeno aumento na média da 4ª ação em relação a 3ª ação. O estudante E5, apesar de se encontrar abaixo da média nas ações, apresentou um pequeno avanço em relação ao teste diagnóstico. Já os estudantes (E2 e E12), nesta fase, não conseguiram superar a média da terceira e quarta ação alcançada na fase diagnóstica. No entanto, não podemos afirmar que não houve desempenho, pois trata-se de questões que apresentam maior grau de dificuldades no conteúdo de geometria espacial.

Os resultados obtidos nas fases formativas mostram que a introdução de um material didático baseado na ASP, a partir do conteúdo de Geometria Espacial ajudou na aprendizagem da atividade em questão. Tornando-se possível a verificação que, em relação ao nível de partida aparece um bom avanço.

De modo geral, as atividades realizadas pelos estudantes por meio do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” contribuíram para sua compreensão na execução de cada ação de forma progressiva. Subentende-se que o conhecimento dos estudantes se deu de maneira positiva em relação ao conteúdo matemático de Geometria Espacial (Prismas e Pirâmides) até o último assunto de Cilindro, Cone e Esfera os quais foram aplicadas nesta análise.

### **Questionário Aplicado como Avaliação do jogo “Trilhando na Geometria Espacial”**

Após as atividades com o jogo, foi elaborado um questionário (Apêndice K) composto de sete perguntas abertas e fechadas com o intuito de avaliar o jogo como uma estratégia de ensino no conteúdo de Geometria Espacial baseado na ASP.

A primeira pergunta do questionário foi “Você teve alguma dificuldade de responder as questões por meio do jogo? Como resultado, nove estudantes (60%) responderam não, ou seja, não tiveram nenhuma dificuldade de responder as questões por meio do jogo.

Em relação ao segundo questionamento, “O jogo ajudou na compreensão do conteúdo de Geometria Espacial especificamente nos Sólidos Geométricos

(Prismas, Pirâmides, Cilindro, Cone e Esfera)? Por quê? Como resultado, 100% dos estudantes responderam que sim, ou seja, o jogo ajudou na compreensão do conteúdo de Geometria Espacial. Abaixo, as opiniões de alguns estudantes.

“Pelo fato de não ser qualquer jogo e ter sido em equipe, como foi em equipe nos dividimos os conhecimentos e aprendemos uns com os outros”. (E1)

“Por que pôs em prática o que aprendemos em sala, ajudando a fixar melhor o assunto”. (E2)

“Por que enquanto eu estava resolvendo para ganhar eu aprendi”. (E5)

“Por que ajudou a exercitar e quando a gente respondia errado, via logo depois a forma certa, com é certo”. (E8)

“Pois muitos dos cálculos envolvia coisas do nosso cotidiano. (E3)

“Pois nos fez revisar o assunto e como consequência compreender o mesmo”. (E10)

No terceiro questionamento, perguntou-se aos estudantes quanto ao grau de compreensão do jogo, treze estudantes (67%) responderam que foi razoável a compreensão do jogo e apenas dois (33%) disseram ter sido fácil. Nenhum estudante apontou ser “muito fácil”, “difícil” ou “muito difícil”.

Uma das vantagens da aplicação deste jogo é que ele estava adequado aos seus objetivos e, além disto, propiciou aos estudantes uma nova maneira de resolver as situações-problema.

Na quarta pergunta, questionou-se, “Para você, qual ou quais os pontos positivos do jogo? Segue abaixo respostas de alguns estudantes quanto os pontos positivos do jogo.

“Fácil compreensão das situações problema e fixação do assunto”. (E2)

“Entender os sólidos geométricos da Geometria Espacial. Compreender o problema para assim resolvê-lo”. (E4)

“Interação com os outros alunos e melhor compreensão do conteúdo” (E6)

No quinto questionamento perguntou-se “Para você, qual ou quais os pontos negativos do jogo? Foi dado pelos estudantes algumas respostas como: “as longas questões”, “as questões mais fáceis foram respondidas pelo grupo oponente”, “pouco tempo”. O fator tempo considerado pela maioria dos estudantes como o ponto negativo. Vejamos algumas respostas na íntegra.

“Pouco tempo para resolver as questões”. (E2)

“Nenhum, pois o jogo ajuda a fixar o conhecimento o que é essencial” (E3)

“Não achei um ponto negativo “(E12)

“O único ponto negativo foi que as cartas de perguntas mais complexas caíram só pra meu grupo” (E11)

Quanto a sexta pergunta do questionário “Gostaria de utilizar este jogo novamente?” Todos os estudantes participantes da pesquisa disseram sim, ou seja, gostariam de utilizar o jogo novamente.

Por fim, perguntou-se aos estudantes: “Sugere alguma modificação para melhoria do jogo? Qual?” Dos quinze estudantes, doze ( 80%) disseram que não mudaria nada para melhoria do jogo, conforme relato de alguns estudantes: “Foi um jogo fácil e de fácil entendimento e uma facilidade para jogar” (E1); “pois o jogo é muito completo em todos os aspectos” (E3); “porque o jogo é interessante, ajuda no desenvolvimento do aluno, e o aluno se diverte resolvendo cálculos” (E4); “o jogo é perfeito como é” (E5). Três estudantes responderam sim, fariam modificação para melhoria do jogo e que essa mudança fosse sobre o tempo, ou seja, que tivesse mais tempo para responder as questões do jogo. Vale lembrar que a aplicação do jogo teve uma duração de três horas/ aulas cada aplicação, e que cada estudante tinha no máximo dois minutos para tentar solucionar os problemas, ou seja, um tempo considerável.

Diante das análises, é possível concluir que após a aplicação do jogo, momentos de ludicidade proporcionados pelos jogos são necessários para as aulas de Matemática, no caso desta pesquisa nos conteúdos de Geometria Espacial, pois eles permitem que os estudantes possam assimilar o conteúdo, obtendo dessa forma, uma aprendizagem nos conceitos e figuras geométricas envolvidos.

#### **4.5 Avaliação Final**

Após novas sequências de intervenções pedagógicas, utilizando a ASP como metodologia de ensino no conteúdo de Geometria Espacial, foi aplicada uma avaliação final com objetivo de verificar a aprendizagem dos estudantes e determinar em que etapa mental o estudante chegou, após a utilização da sequência didática. Na prova final, o instrumento utilizado foi uma prova de lápis e papel composta de nove questões envolvendo os conteúdos de: Cubo, paralelepípedo, pirâmide, cilindro, cone e esfera. No entanto, foram escolhidas apenas três questões (Q1- Q2- Q3) para análise da pesquisa.

O produto que se busca neste processo, é a linguagem externa para si, ou seja, a internalização do conhecimento adquirido, que pode ser expresso verbalmente ou escrito na forma consciente, os conceitos, acrescentando e tornando esse conhecimento em uma habilidade do estudante. As análises do desempenho qualitativo e quantitativo alcançado pelos estudantes na fase final, encontram-se demonstradas no (Apêndice E).

**Questão 1** - Num recipiente aberto, em forma de cubo, cuja aresta mede 10 cm, existem  $500 \text{ cm}^3$  de água. No interior do recipiente, é colocado uma esfera que se ajusta perfeitamente ao recipiente. (Temos então, a figura de uma esfera inscrita num cubo).

- a) Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, encontre o raio da esfera.
- b) Qual o volume da esfera?
- c) Haverá derramamento de água? Justifique sua resposta.

Quadro 22 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1 - Avaliação Final

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
1ª ação Compreender o Problema	a) Ler e extrair os dados do problema (aresta do cubo 10 cm, capacidade de $500 \text{ cm}^3$ ); b) Reconhecer as figuras geométricas que compõe o recipiente (Cubo e Esfera); c) Reconhecer os objetivos do problema.	c)
2ª ação Construir o núcleo Conceitual da Geometria	a) Utilizar os conceitos e procedimentos associados a esfera; b) Construir o modelo matemático métrico do volume de esfera; c) Construir o modelo geométrico da esfera inscrita no cubo.	b)
3ª ação Solucionar o modelo Matemático.	a) Determinar o raio da esfera, através do modelo geométrico; b) Solucionar o modelo matemático $V = \frac{4\pi.r^3}{3}$ , realizando corretamente as operações; c) Determinar o valor do volume $V \cong 523 \text{ cm}^3$ .	c)
4ª ação Interpretar a solução	a) Interpretar o resultado (Comparar os resultados de volume do recipiente com o volume encontrado da esfera); b) Extrair os resultados significativos, que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema (Justificar se há derreamento de água).	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação).

A Questão 1 (Q1) busca informações sobre as quatro ações da ASP. O item (a), está relacionado com a primeira ação (compreender o problema) e a

terceira ação (solucionar o modelo matemático). O item (b), está relacionado com a segunda ação, de construir o núcleo conceitual da geometria, e com a terceira ação, de solucionar o modelo matemático. Sobre a quarta ação, busca -se informações no item (c).

A Tabela 13 apresenta -se a análise quantitativa geral dos estudantes na Questão 1 na qual consideramos com índice igual a 1 todas os itens não respondidos pelos estudantes.

Tabela 13 - Análise Quantitativa da Questão (Q-1) - Avaliação Final

Q-1					
E	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA	Y
E1	5	5	5	5	20
E2	5	5	5	5	20
E3	5	5	5	5	20
E4	5	5	5	5	20
E5	5	5	5	5	20
E6	5	5	5	4	19
E7	5	5	5	5	20
E8	5	5	2	2	14
E9	5	5	2	2	14
E10	5	5	5	5	20
E11	5	5	5	5	20
E12	5	5	5	5	20
E13	5	5	5	5	20
E14	1	1	1	1	4
E15	5	5	5	5	20
Média	4,7	4,7	4,3	4,3	18,1

Fonte: Banco de dados da autora

No detalhamento das soluções observadas, os estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E13 e E5) analisaram corretamente as características das figuras geométricas envolvidas, nesse sentido, conseguiram elaborar o modelo para determinar o raio e o volume da esfera, e assim concluir justificando o resultado encontrado. Os estudantes (E8 e E9) demonstraram compreensão no problema, pois a 1ª ação está totalmente correta, o que pode também ser observada na construção do modelo do volume da esfera, porém, no desenvolvimento dos cálculos para determinar o volume, não considera o valor da constante  $\pi$ , o que leva ao erro no resultado, e consequentemente na justificativa da resposta.

O estudante (E6) realiza corretamente todas as ações referente ao item (a) e (b) , porém ao responder o item (c), em que se analisa a quarta ação, o estudante afirma que não haverá derramamento de água, quando deveria afirmar que sim, pois o volume da esfera é maior que o volume do recipiente em forma de cubo. Na Figura 35 é apresentado a resolução realizada pelo estudante (E2).

Figura 35 - Resolução do (E2) na Q-1 – Avaliação Final

a)  
 $r = 5 \text{ cm}$   
 Pois o diâmetro da esfera corresponde a aresta do cubo, sendo assim seu raio é igual a  $a = 5 \text{ cm}$ .

b)  
 $V = \frac{4\pi r^3}{3}$        $V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 5^3}{3}$   
 $V = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 125}{3}$        $V = 523,3 \text{ cm}^3$

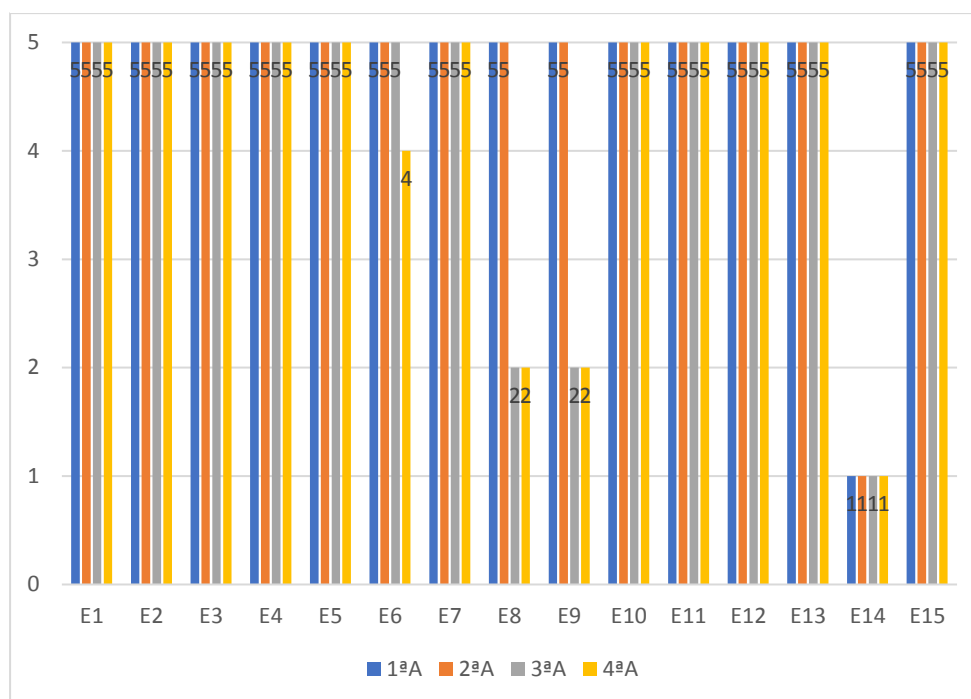
c)  
 Sim, pois o volume da esfera é maior do que a quantidade de água presente no recipiente. Onde o volume da esfera é  $V = 523,3 \text{ cm}^3$  e a quantidade de água é  $500 \text{ cm}^3$ , ou seja, o volume da esfera é maior  $23,3 \text{ cm}^3$ .

Fonte: Banco de dados da autora.

Conforme resultados apresentados no Gráfico 13, observou-se que dos quinze estudantes analisados, onze atingiram satisfatoriamente as respostas, alcançando índice 5 em todas as ações da ASPGE, dois estudantes (E8 e E9) atingiram respostas totalmente completas quanto a compreensão e construção do modelo matemático, já na ação de solucionar o modelo matemático e interpretar a solução, desenvolveram parcialmente. Um estudante (E6) se aproximou da resposta ideal quanto a ação de interpretar, e somente um estudante (E14) obteve índice um em todas as ações, isso pelo fato de o estudante não resolver nenhum item da questão. Quando questionado o porquê de não ter conseguido resolver a Questão 1, o estudante responde: “*não compreendi a questão, e acabei pulando para outras*” (E14).



Gráfico 13 -Desempenho dos estudantes na (Q-1) - Avaliação Final



Fonte: Banco de dados da autora

**Questão 2** - Elabore e resolva uma situação-problema que possa ser representado pelo modelo matemático/ fórmula  $v = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 20$ .

Quadro 23 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2 - Avaliação Final

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
3ª ação Solucionar o modelo Matemático.	a) Aplicar os conhecimentos anteriores, necessários para solucionar o modelo (Elaborar a situação problema); b) A partir do modelo matemático $v = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 20$ , realizar as operações corretamente; c) Determinar o valor do volume do cone ( $V \cong 523 \text{ cm}^3$ ).	a)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação).

Na Questão 2, é apresentada uma equação para que os estudantes criem uma situação problema que possa ser resolvida com o modelo matemático dado, atendendo assim a 3ª ação da ASPGE.

No detalhamento das soluções observadas, seis estudantes (E1, E5, E7, E8, E9 e E11) obtiveram um excelente desempenho na ação envolvida na questão, ou seja, conseguiram criar situações problemas que pudesse ser

resolvidas pelo modelo matemático dado, alcançando assim, índice 5, como mostra a Tabela 14.

Tabela 14 - Análise Quantitativa da Questão (Q-2) - Avaliação Final

Q-2		
E	3ªA	Y
E1	5	5
E2	1	1
E3	2	2
E4	1	1
E5	5	5
E6	2	2
E7	5	5
E8	5	5
E9	5	5
E10	1	1
E11	5	5
E12	2	2
E13	1	1
E14	2	2
E15	2	2
Média	2,9	2,9

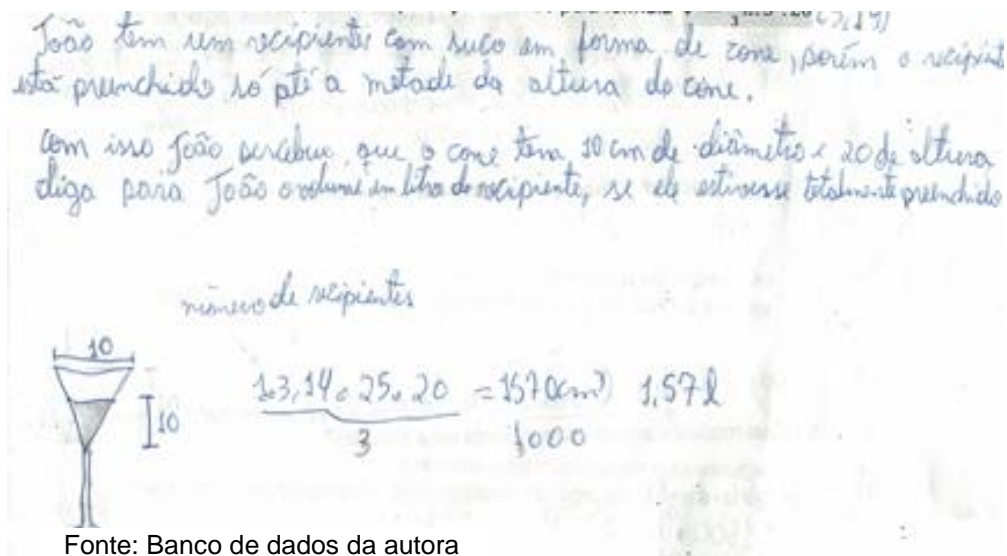
Fonte: Banco de dados da autora

O estudante E5 apresentou a seguinte situação: *Seu Olavo precisa fazer um silo para armazenar alimentos para seu rebanho. Um técnico em agropecuária lhe orientou que fizesse em formato cônico invertido, com 20 cm de altura e 10 cm de diâmetro. Qual é a capacidade de armazenamento desse silo? (Adote  $\pi = 3$ ).* Aqui, o estudante contextualiza corretamente, fazendo uma relação dos conhecimentos adquiridos no seu curso técnico em agropecuária com o conhecimento de geometria espacial, desenvolve corretamente os cálculos, e assim, soluciona o problema mediante o modelo matemático dado na questão, encontrando o resultado para o seu problema.

Os estudantes ( E3, E6, E12, E14 e E15) atingiram um desempenho parcialmente, no que diz respeito a solucionar o modelo matemático do problema, como é o caso do estudante E6: *Calcule  $\frac{1}{3}$  do volume de um cilindro, cuja o  $d= 10$  cm e a altura equivalente a 4 x o valor do raio.* O estudante elabora o problema, mas comete erro se referindo “volume de um cilindro”, quando o correto é volume de um cone. Outro estudante, como é o caso de E3,

contextualiza corretamente, mas comete pequenas imprecisões nos procedimentos dos cálculos da situação problema que criou, como mostra a Figura 36. O estudante não realiza a operação de divisão por 3, o que leva a um resultado errado para o seu problema.

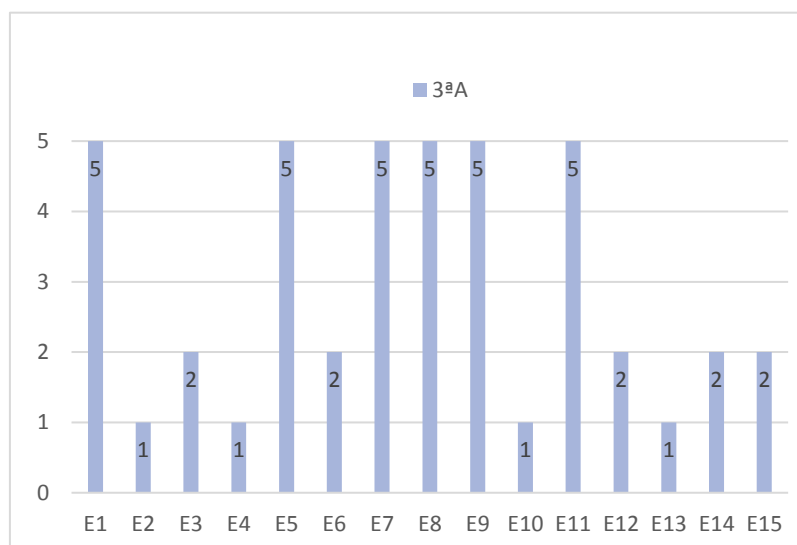
Figura 36 - Resolução do estudante (E3) na Q-2 – Avaliação Final



Os estudantes (E12, E13 e E15), apresentam situações problemas, porém não realizam os procedimentos de cálculos para solucionar o modelo matemático.

Pelo Gráfico 14, podemos observar que dentre os quinze estudantes participantes desta fase, nove obtiveram índice abaixo da média. Desse grupo, os estudantes (E2, E4, E10 e E11) obtiveram a pontuação de um ponto, isso se deu pelo fato de os estudantes não construírem uma situação problema que levasse a solução do modelo matemático dado na questão, deixando-a em branco.

Gráfico 14 - Desempenho dos estudantes na (Q-2) - Avaliação Final



Fonte: Banco de dados da autora

**Questão 3** - O diretor da EAgro, deseja construir um depósito cilíndrico para adubo orgânico, de altura  $x$  cm e raio da base igual a  $y$  cm. Usando a aproximação  $\pi = 3$ . (BARROSO, 2010, p.226, adaptada).

- a) Encontre os valores de  $x$  e  $y$ , sabendo que o volume do depósito é  $243 \text{ cm}^3$ , e a altura é igual ao triplo do raio.
- b) Como podemos representar essa mesma situação se a área da superfície lateral do depósito é  $450 \text{ cm}^2$  e a altura tem  $10 \text{ cm}$  a mais que o raio? Considerando essa nova situação, qual seria a altura e o raio do depósito?

Quadro 24 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3 - Avaliação Final

CATEGORIAS	OPERAÇÕES	ELEMENTO ESSENCIAL
3ª ação Solucionar o modelo Matemático.	a) Substituir os valores das variáveis $x$ (altura) e $y$ (raio); b) Solucionar o modelo matemático, realizando corretamente as operações; c) Determinar os valores de $x = 9 \text{ cm}$ (altura) e $y = 3 \text{ cm}$ (raio).	c)
4ª ação Interpretar a solução.	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos, que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema (a altura $x = 15 \text{ cm}$ e raio do depósito $y = 5 \text{ cm}$ ).	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação).

Em Q-3, é apresentada uma situação problema envolvendo a terceira e a quarta ação da ASP, avaliadas em dois itens. Sendo no item (b), apresentado uma modificação no contexto da questão, com objetivo de verificar se os estudantes realizam as ações de forma generalizada, aplicando o conceito a novas situações, característica da 4ª etapa de Galperin. Portanto, para solucionar o modelo matemático do problema, teve pretensão na 1ª e 2ª ação, ou seja, compreender o problema e construir o núcleo conceitual de geometria.

Observar-se na análise qualitativa e quantitativa (Tabela 15) dois extremos: de um lado os estudantes (E6 e E12) resolvem corretamente os dois itens da Questão 3 obtendo índice 5 em todas as ações. No outro os estudantes (E1 e E3) não respondem nenhum item da Questão 3, obtendo índice 1 em todas as ações.

Tabela 15 - Análise Quantitativa da Questão (Q-3) - Avaliação Final

Q-3					
E	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA	Y
E1	1	1	1	1	4
E2	5	4	2	1	12
E3	1	1	1	1	4
E4	5	4	1	1	11
E5	5	2	5	2	14
E6	5	5	5	5	20
E7	5	2	3	1	11
E8	2	3	1	1	7
E9	5	4	2	1	12
E10	5	4	2	1	12
E11	5	5	5	2	17
E12	5	5	5	5	20
E13	5	4	2	4	15
E14	5	5	5	2	17
E15	5	5	5	2	17
Média	4,3	3,6	3,0	2,0	12,9

Fonte: Banco de dados da autora

. Os estudantes (E11, E14 e E15) resolveram as três primeiras ações corretamente, demonstrando ter compreendido o objetivo, elaboraram o modelo para encontrar a solução com base nos conceitos de volume de cilindro. Apenas no item (b) da questão, apesar de terem construindo modelo matemático, não

realizaram corretamente os procedimentos de cálculo para determinar a altura e o raio do depósito. Segue na Figura 37, a resolução dada pelo estudante (E12).

Figura 37- Resolução do (E12) na Q-3 – Avaliação Final

a)  $VV = \pi r^2 h$   
 $243 = 3y^2 x$   
 $243 = 3y^2 \cdot 3y$   
 $243 = 9y^3$   
 $\frac{243}{9} = y^3$   
 $27 = y^3$   
 $\sqrt[3]{27} = y$   
 $y = 3$   
 $x = 3y$   
 $x = 3 \cdot 3$   
 $x = 9$

b)  $AL = 450 \text{ cm}^2$   
 $AL = 2\pi r \cdot h$   
 $450 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot (r+10)$   
 $450 = 6r(r+10)$   
 $450 = 6r^2 + 60r$   
 $6r^2 + 60r - 450 = 0$   
 $r = 5$   
 $\text{altura} = 3+10 = 15$

Fonte: Banco de dados da autora.

Os estudantes (E2, E9 e E10), apresentaram um desempenho quantitativo semelhantes quanto às ações referidas na Questão 3. No item (a), o estudante (E9), no desenvolvimento dos seus cálculos, não leva em consideração que a altura dada na questão é igual ao triplo do raio, o que fez com que encontrasse um resultado errado para as incógnitas envolvidas na questão, conforme é visto na Figura 38. Quanto ao item (b), o estudante não o realiza.

Figura 38 - Resolução do (E9) na Q-3 – Avaliação Final

a)  $V = \pi r^2 h$   
 $243 = 3 \cdot y^2 \cdot x$   
 $243 = 3 \cdot y \cdot x$   
 $x \cdot y = \frac{243}{3}$   
 $x = 81$   
 $y = 81$

Fonte: Banco de dados da autora.

Já o estudante (E10), realiza os procedimentos de cálculo corretamente no item (a), mas não faz o mesmo no item (b), e o estudante (E2) realiza os procedimentos de cálculo, mas comete erro ao confundir as variáveis  $x$  e  $y$  relacionadas ao elementos de altura e raio da figura, e no item (b), não realiza os procedimentos para responder a questão.

O estudante (E4) realiza parcialmente a solução que se refere ao item (a), onde inicia os procedimentos de cálculos para determinar o valor da variável  $y$ , correspondente ao raio do depósito cilíndrico, mas não conclui esse processo quando não determina a altura do depósito. No item (b), o estudante realiza os procedimentos de cálculo por meio de equação do 2ª grau, para determinar o raio e a altura em uma nova situação dada, porém, comete erros operacionais no desenvolvimento dos cálculos, o que levou ao erro no resultado final.

O estudante (E8) demonstrou pouca compreensão ao destacar corretamente as variáveis, identificado na tentativa de elaboração do modelo matemático, no entanto, os conhecimentos foram insuficientes para elaborar o modelo, o que não permitiu que a ação essencial do item (a) estivesse correta, e conseqüentemente impossibilitou o estudante de encontrar a solução do problema. O estudante (E13) desenvolveu a relação entre as variáveis que permitiram compreender o modelo, no entanto, não realizou corretamente os cálculos para solucionar o item (a) e (b) da questão.

Observa-se que os estudantes tiveram resultados melhores na ação essencial do item (a), a de solucionar o modelo matemático, se comparados com a ação essencial do item (b), ou seja, de interpretar a solução. Um dos fatores que contribuíram para isso, foi o fato dos estudantes (E2, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E14 e E15) obterem índices maiores, mas solucionar o modelo matemático do problema no item (a) em comparação com o item (b). Os estudantes E5 e E7), no detalhamento de suas soluções, desenvolveram a ação essencial do item (a) corretamente, realizando os cálculos e determinando a solução para a altura e o raio do depósito, porém, não realizaram a ação essencial do item (b), em que deveria a partir de novos dados e condições apresentado na questão, solucionar o modelo matemático, ou seja, determinar a nova altura e raio do depósito.

Apresenta-se na Tabela 16, a média geral do desempenho dos estudantes das questões, nas cinco fases da pesquisa (Diagnóstica, Formativa I, Formativa II, Formativa III e Final), de forma a evidenciar as habilidades dos alunos no conteúdo de Geometria Plana e Espacial. Em relação a 3ª ação nas questões, apesar de apresentar a menor média em relação as demais ações, sendo 33, é considerado um tímido avanço da ação, quando comparado com os resultados de 2,9 obtidos na fase diagnóstica.

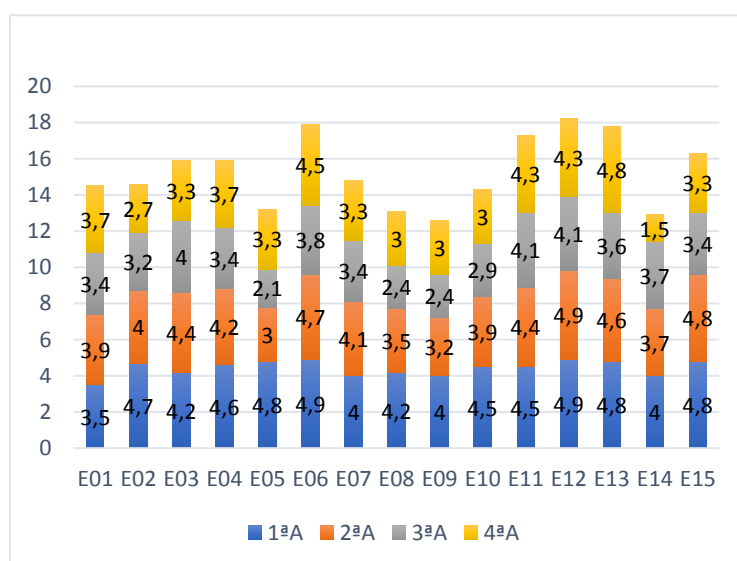
Tabela 16 - Média Geral das Ações da ASPGE

Médias Geral das Ações					
E	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA	Y
E01	3,5	3,9	3,4	3,7	14,5
E02	4,7	4	3,2	2,7	14,6
E03	4,2	4,4	4	3,3	15,9
E04	4,6	4,2	3,4	3,7	15,9
E05	4,8	3	2,1	3,3	13,2
E06	4,9	4,7	3,8	4,5	17,9
E07	4	4,1	3,4	3,3	14,8
E08	4,2	3,5	2,4	3	13,1
E09	4	3,2	2,4	3	12,6
E10	4,5	3,9	2,9	3	14,3
E11	4,5	4,4	4,1	4,3	17,3
E12	4,9	4,9	4,1	4,3	18,2
E13	4,8	4,6	3,6	4,8	17,8
E14	4	3,7	3,7	1,5	12,9
E15	4,8	4,8	3,4	3,3	16,3
Media	4,4	4,1	3,3	3,4	15,3

Fonte: Banco de dados da autora

Na análise do desempenho dos estudantes, por média das ações (Gráfico 15), os dois estudantes (E8 e E9) comparados ao diagnóstico, obtiveram um considerável avanço, pois estava abaixo da média na 2ª e 3ª ação no teste diagnóstico, e no decorrer das atividades foram obtendo melhores resultados.

Gráfico 15 - Desempenho dos estudantes por média das ações

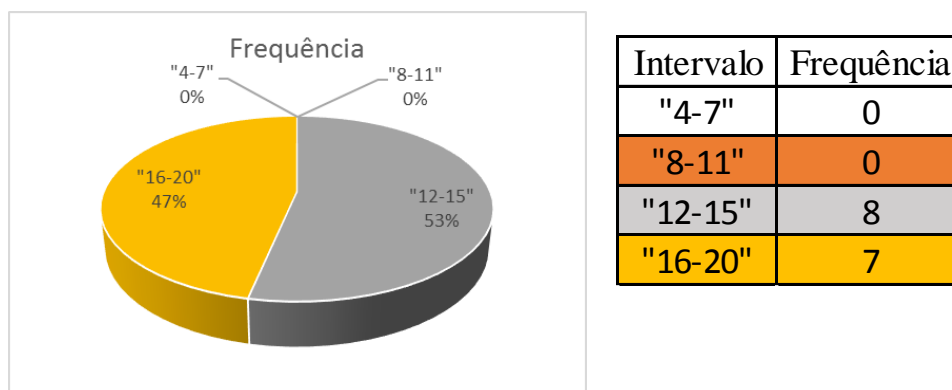


Fonte: Banco de dados da autora



No Gráfico 16, na análise de agrupamento dado por intervalos de quatro a 20 pontos, a partir dos resultados totais das médias gerais das ações, é possível observar que nenhum estudante obteve pontos a partir de 4 e inferior a 11. Oito estudantes (53%) obtiveram pontos a partir de 12 e inferior a 15. Sete estudantes (47%) obtiveram pontos a partir de 16 e inferior a 20.

Gráfico 16 - Frequência de desempenho por média geral das ações da amostra



Fonte: Banco de dados da autora.

Fica evidente pelos resultados, que os estudantes nos intervalos de 8-11 e 12-15, avançaram, superando mesmo que timidamente, suas dificuldades na unidade de conhecimento de Geometria Espacial.

#### 4.6 Análise da Base Orientadora da Ação na Aprendizagem de Geometria Espacial

A Base Orientadora da Ação (BOA), é a etapa em que os estudantes devem receber as instruções necessárias para atingir o objetivo da ação, no entanto, um sistema de ações (ASPGE) deverá estar presente para orientar na definição dos conceitos. Com base no resultado do teste diagnóstico e com a identificação do nível de partida do conhecimento dos alunos, elaborou-se a BOA 3, ou seja, generalizada, completa e independente. Segundo Mendoza e Delgado (2010), a BOA, para ser eficaz, necessita ser completa, geral e obtida de forma independente pelos estudantes.

Para a realização da pesquisa, foram elaboradas duas BOA, em que a 1ª BOA foi adequada ao conteúdo dos Poliedros (Prismas e Pirâmides), e a 2ª BOA, desenvolvida pelo conteúdo dos Corpos Redondos (Cilindro, Cone e Esfera).

Iniciamos com uma situação problema envolvendo paralelepípedo, e através de diálogo com a turma, se construiu, junto com os estudantes, o conceito de Prismas, destacando suas características essenciais

O fragmento transcrito no Quadro 25, refere-se a um episódio que mostra como ocorreu a introdução das ideias conceituais de Prisma nas primeiras aulas deste contexto.

Quadro 25 - Guia de observação da Atividade de Situações Problema – Transcrição da Aula

Guia qualitativo de observação das categorias da Atividade de Situações Problema - Transcrição da Aula		
Dia: 23/05/2018	Hora: 13: 38	Local: Bloco 3 – sala: 301
Estudante da Ação: Todos os estudantes		
Objetivo da Atividade de Estudo: Determinar a área de um Prisma (Paralelepípedo) através de Situações Problemas.		
Outras características a destacar: Situação Problema:		
<b>Categoria: Compreender o Problema</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas;</li> <li>✓ Determinar as condições do problema;</li> <li>✓ Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas;</li> <li>✓ Reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe;</li> <li>✓ Reconhecer os objetivos do problema.</li> </ul>		
<p>Descritiva:</p> <p>P: <i>Vamos lembrar o que precisamos fazer para resolver um problema?</i></p> <p>R: <i>Vamos</i></p> <p>P: <i>O que devemos fazer primeiramente?</i></p> <p>E5: <i>Ler e extrair dos dados do problema.</i></p> <p>E3: <i>Compreender o problema.</i></p> <p>P: <i>Que sólidos representa a situação do problema?</i></p> <p>R: <i>Paralelepípedo</i></p> <p>P: <i>Hum, muito bem!</i></p> <p>P: <i>Que dados o problema fornece?</i></p> <p>E6: <i>O problema dá o comprimento, a largura e a profundidade da piscina.</i></p> <p>P: <i>Só? Tem mais informações.</i></p> <p>R: <i>Dá também professora, o tamanho do azulejo.</i></p> <p>P: <i>Isso mesmo. O problema nos fornece as dimensões dos azulejos.</i></p> <p>P: <i>O que o problema está pedindo que seja calculado?</i></p> <p>E3: <i>A quantidade de azulejos utilizadas para revestir a piscina.</i></p> <p>E1: <i>A quantidade de azulejos a ser colocadas</i></p>		
<p>Interpretativa:</p> <p>É possível notar que nessa categoria os estudantes conseguiram compreender o problema, respondendo corretamente quanto aos dados fornecidos no problema, quanto a identificação das figuras e reconhecendo os objetivos do problema.</p>		
<b>Categoria: Construir o Núcleo Conceitual da Geometria</b>		
Subcategoria		
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Determinar as incógnitas envolvida no problema.</li> <li>✓ Nominar as incógnitas com suas medidas.</li> <li>✓ Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema.</li> <li>✓ Construir o modelo matemático métrico</li> <li>✓ Construir o modelo geométrico relacionado ao problema.</li> <li>✓ Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático.</li> </ul>		
<p>Descritiva:</p> <p>P: <i>Qual é a incógnita?</i></p>		

<p>E13: <i>A quantidade de azulejos.</i>  E4: <math>x</math> – <i>Quantidade de azulejos.</i>  P: <i>O que devemos fazer para descobrir quantas peças de azulejos serão necessárias?</i>  ? <i>Sem resposta</i>  P: <i>Como pode ser essa fórmula?</i>  E6: <i>Calculando a área da piscina.</i>  P: <i>Como vamos calcular a área total da piscina?</i>  ? <i>Sem resposta</i>  P: <i>E a área do azulejo?</i>  R: <i>Calculando pela a área de um quadrado, professora.</i>  P: <i>O que podemos observar em relação às unidades?</i>  E12: <i>A piscina está em metros e os azulejos em centímetros.</i></p>
<p>Interpretativa:  Percebe-se que os estudantes apresentaram maior dificuldade quando questionados <i>como calcular a área total da piscina</i>. Isso pode ter ocorrido devido ao fato de se tratar agora, de uma figura em dimensão diferente daquelas em que estão habituados, isto pode ter dificultado na construção do modelo matemático. Nesse momento, a professora orientou os estudantes quanto as figuras que compõe a piscina, no caso retângulos. Nesse sentido, calculando as áreas dos retângulos, era possível encontrar a área total da piscina. Porém, nessa análise apenas um estudante observou que para o cálculo total da piscina era necessário desconsiderar sua parte superior.</p>
<p><b>Categoria: Solucionar o Modelo Matemático</b></p>
<p>Subcategoria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema;</li> <li>✓ Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo;</li> <li>✓ Solucionar o modelo matemático do problema.</li> </ul>
<p>Descritiva:  P: <i>Então, vamos resolver a equação, determinando as áreas laterais e do fundo da piscina e a área do azulejo.</i>  E3: <i>Nos meus cálculos, a área da piscina foi 138 m<sup>2</sup>.</i>  E6: <i>Ah, o meu também deu isso.</i>  E5: <i>Professora, como faço para transformar centímetros para metros?</i>  P: <i>Vamos lá. Pela relação: 1m equivale a 100 cm. Logo, para transformar centímetro para metros, basta dividir por 100.</i>  P: <i>Encontrando a área total da piscina, podemos aplicar a regra de três para descobrir a quantidade de azulejos.</i>  E6: <i>Professora, eu dividi direto a área total da piscina pela área do azulejo.</i>  P: <i>Muito bem! É isso mesmo</i></p>
<p>Interpretativa:  Foi observado que alguns estudantes não se atentaram que, para o cálculo da área total da piscina, era necessário desconsiderar a parte superior. Outra dificuldade encontrada pelos estudantes foi nas transformações de unidades de medidas. Apesar de terem conhecimento, ainda fazem confusão quanto a transformações de unidades.  Depois de um tempo dado aos estudantes para que realizassem seus cálculos e assim solucionar os problemas, a professora prosseguiu, desenvolvendo o modelo matemático do problema no quadro, fazendo as demonstrações dos cálculos da área total de piscina e a área do azulejo. Realizou as transformações de unidades necessárias, e assim concluiu que foram ..... de azulejos necessárias para revestir a piscina.</p>
<p><b>Categoria: Interpretar a Solução</b></p>
<p>Subcategoria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Interpretar o resultado;</li> <li>✓ Extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema;</li> <li>✓ Dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema;</li> <li>✓ Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema, a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.</li> </ul>
<p>Descritiva:  P: <i>Encontramos o valor de <math>x</math>, que significa?</i>  E11: <i>Significa que serão necessários 3.450 azulejos para revestir a piscina.</i></p>

P: *Se usar azulejos medindo 20 cm x 30 cm, mudaria a quantidade de azulejos?*

E7: *Sim, por que as dimensões dos azulejos ficariam maiores e precisaria de menos azulejos.*

Interpretativa:

Nessa ação, os estudantes que conseguiram encontrar a solução do problema, interpretaram corretamente o significado da variável utilizada para representar a quantidade de azulejos. Também não demonstraram dificuldades em analisar um novo dado e interpretar a solução.

**Legenda:** P – Professora; R- Respostas dada por estudantes não participante da pesquisa; E1 - Estudante 01.... e assim sucessivamente; ?: Sem resposta.

No geral, a maioria dos estudantes não apresentaram dificuldade em solucionar a situação problema, isso se explica talvez pelo fato de se tratar de um problema semelhante ao aplicado no teste diagnóstico, isso pode ter ajudado na compreensão e resolução do problema.

Desse modo, observamos que a maioria dos estudantes, pela maneira de responder e questionar, demonstraram iniciar naquele momento, um processo de organização das ideias conceituais quanto ao estudo de Prismas.

#### 4.7 Formação da Ação Material ou Materializada

As atividades realizadas nesta etapa, consideraram sobre a ação a ser assimilada e que se realiza pelo próprio estudante na manipulação dos objetos ou suas representações, que no caso da presente pesquisa, deu-se por meio de um jogo pedagógico “Trilhando na Geometria Espacial”, no qual os estudantes foram divididos em 6 grupos, de 3 a 4 estudantes por grupo, de modo que os grupos disputavam entre si para resolver questões envolvendo conceitos de Geometria Espacial, resolvidos por meio da ASPGE.

Figura 39 - Estudantes na Etapa Material – Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”



Fonte: Banco de dados da autora

Observamos que, nesse processo, os estudantes expressaram maior entusiasmo e interesse no desenvolvimento das questões apresentadas no jogo, isso foi perceptível. A interação entre os estudantes permitiu maior assimilação dos conteúdos.

#### **4.8 Formação da Ação Verbal Externa**

A etapa da ação verbal externa, foi observada durante o desenvolvimento das atividades, nas fases Formativas II e III do processo. As percepções foram destacadas pelas descrições na linguagem escrita dos estudantes, baseado na explicação deles, quanto as questões trabalhadas nesta etapa por meio do Jogo “*Trilhando pela Geometria Espacial*”.

Na realização da Fase Formativa II, foram destacados quinze questões (Q33 a Q47), no qual oito estudantes ( E1, E2, E3, E8, E11, E12, E13 e E15) responderam as questões de forma totalmente consciente, ou seja, responderam ao problema de forma explicativa, como se esperava de um resultado satisfatório, fazendo demonstração algébrica ou geométrica, de acordo com a sua descrição. Três estudantes (E5, E6 e E9) resolveram as questões em nível razoavelmente consciente, em que as ações foram realizadas parcialmente corretas. Quatro estudantes (E4, E7, E10 e E14), em suas descrições explicativas, foram identificados pouco conscientes, não atendendo completamente a solução das questões.

Na Fase Formativa III, foram analisadas dezesseis questões (Q48 a Q63). Cinco estudantes (E1, E3, E4, E11 e E13) demonstraram característica totalmente consciente quanto a realização dos cálculos, como também na interpretação dos problemas, os quais realizaram. Três estudantes (E2, E9 e E12) resolveram totalmente consciente na execução da ação solucionar, porém, na ação pertinente a interpretação, realizaram razoavelmente consciente, ou seja, não alcançaram o nível de indicadores máximos nesta ação. O estudante (E5), nas questões (Q53, Q59 e Q63), desenvolveu as ações pouco consciente na ação de solucionar o modelo matemático, o mesmo não conclui os procedimentos de cálculos corretamente, que pudesse explicar o resultado das questões. Em relação ao estudante (E7), na questão (Q-52) demonstra característica em nível pouco consciente, não apresentou nenhuma resposta ao

problema, já na questão (Q58), resolve no nível parcialmente consciente quando explicou com poucos detalhes a definição de área lateral de um cilindro pelo seu modelo matemático. Portanto, as ideias conceituais de área lateral de cilindro foram assimiladas, mas de maneira insuficiente para a interpretação da solução como ação essencial.

Na questão (Q49), o estudante (E8) apresentou característica pouco consciente na ação de solucionar, pois não concluiu o desenvolvimento dos cálculos que pudesse determinar o objetivo da questão. Na questão (Q61), resolve razoavelmente consciente as ações. Observamos que o estudante não explicou a solução encontrada, mas tentou através de cálculo, usando a definição de área de cone, solucionar o problema. Já na questão (Q55), o estudante resolve de modo totalmente consciente, extraiu todos os elementos relativos ao problema. Respondeu ao problema de forma explicativa, como se esperava de um resultado satisfatório, fazendo demonstração algébrica de acordo com a sua descrição.

O estudante (E15) desenvolveu a questão (Q51) em nível pouco consciente pela execução das ações. Os dados algébricos e explicativos foram insuficientes e não corresponderam ao objetivo do problema. Na questão (Q57) elaborou razoavelmente consciente ações, não realizou o detalhamento dos cálculos para encontrar o volume de cada bombom na forma esférica.

A etapa verbal externa, demonstrou aspectos descritivos dos alunos com relação as ações realizadas nos problemas. Do mesmo modo, a ação da linguagem externa possibilitou observar por meio das análises, o desempenho da expressão verbal (escrita) dos alunos no contexto do conteúdo de Geometria Espacial, especificamente nos sólidos geométricos, seus questionamentos tomaram proporção mais aguçada neste período.

#### **4.9 Formação da Ação em Linguagem Externa para si**

Os resultados desta fase, se deram por meio de uma avaliação final realizada pelos estudantes. Para as análises de desempenho nesta fase, foram destacadas três questões (Q-1, Q-2 e Q-3) das ações qualitativas, que expressavam a linguagem externa para si, por meio da descrição dos procedimentos realizados e as características das ações contidas nas questões.

Na questão (Q-1), os estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E13 e E15) desenvolveram todas as ações de maneira totalmente consciente. De acordo com os procedimentos apresentados na solução, fundamentaram suas respostas em relação ao conceito de volume de esfera, interpretaram o problema de modo totalmente correto, apresentando assim um alto nível de abstração na solução do problema.

Apenas o estudante (E14) apresentou característica pouco consciente, pois não soube responder à questão. Deduz-se então que, o estudante não atingiu um grau de generalização que o possibilite aplicar o conceito estudado numa nova situação de modo consciente e independente.

Os estudantes (E8 e E9) solucionaram de forma razoavelmente consciente quanto a compreensão e construção do modelo matemático, já na ação de solucionar o modelo matemático e interpretar a solução, desenvolveram razoavelmente consciente. O estudante (E6) solucionou corretamente os itens da atividade que envolviam a compreensão e cálculos, porém, não explicou os resultados com precisão da forma que se esperava em relação aos resultados obtidos com o conceito de volume. Conclui-se que este estudante apresentou características razoáveis de abstração da definição de volume dos sólidos geométricos.

Conforme resumo da análise dos estudantes (E1, E5, E7, E8, E9 e E11), foi observado na questão (Q-2) que seus conhecimentos se desenvolveram em nível totalmente consciente, isso demonstrou evidências de que compreenderam o objetivo, pois elaboraram situações problemas que a levaram a ser solucionada com base nos dados do problema. Logo, quanto a forma de assimilação em nível de abstração, também foi total. As respostas dos estudantes demonstram um grau de independência.

Os estudantes (E2, E4, E10 e E13) apresentaram característica pouco consciente, pois não apresentaram nenhuma construção de situações problemas que fosse solucionada pelo modelo  $v = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 20$ . Portanto, as assimilações das ações foram pouco conscientes quanto a generalização que possibilite a construção de problemas, utilizando conceitos estudado de modo independente.

Quanto a participação dos estudantes (E3, E6, E12, 14 e E15) nesta atividade, os mesmos da questão (Q-2), elaboraram situações problemas apresentando características conscientes, porém, razoavelmente consciente quanto a solução do problema. Suas respostas apresentavam erros pontuais de operações e/ou não apresentavam solução para a situação construída, com base nas informações da questão. Portanto, o desempenho destes estudantes na solução da questão, caracterizou-se por ações pouco consistentes em relação a transferência do conceito de volume de cone de maneira abstrata.

De acordo com a síntese analisada na questão (Q-3), os estudantes (E6 e E12) solucionaram os procedimentos das ações de forma totalmente consciente, pois demonstraram habilidades quanto às ideias de aplicação da área e volume de um cilindro em conjunto com uma nova situação neste problema. Desse modo, forma de assimilação e o nível de abstração foram alcançados totalmente.

Os estudantes (E1 e E3) desenvolveram todas as ações, pouco conscientes. A resposta não atendeu completamente ao objetivo do problema. Logo, estes estudantes não conseguiram identificar uma relação funcional de dependência. Desse modo, sua assimilação neste problema foi pouco consciente com relação a interpretação do conceito de área e volume de cilindro.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As abordagens realizadas no desenvolvimento da pesquisa, demonstraram a importância no que se refere a aprendizagem de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, utilizando o jogo como recurso pedagógico, além de demonstrar a influência positiva das Teorias de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, de Direção da Atividade de Estudo de Talízina, na aprendizagem de Geometria Espacial dos estudantes da 2ª série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

Por meio da aplicação de uma prova diagnóstica foi possível identificar o nível do conhecimento dos estudantes em relação ao conteúdo, o qual apresentaram um bom nível de partida, estando aptos a aprender o conteúdo de Geometria Espacial na resolução de problemas matemáticos. Após a obtenção dos resultados necessários para o prosseguimento do conteúdo, criou-se uma sequência didática, planejada na formação dos conceitos de Geometria Espacial e resolução de problemas do conteúdo, a partir da 1ª Etapa de assimilação, a construção da Base Orientadora da Ação (Geral, Completa e Preparada).

Na 2ª etapa (material/materializada), permitiu a inclusão de um recurso didático, sendo este na forma material, um jogo pedagógico no qual possibilitou aos estudantes uma nova maneira de resolver as situações problema, contribuindo de forma positiva para o aprendizado do conteúdo.

Na 3ª etapa (verbal externa), o desempenho dos estudantes pôde ser observado na forma escrita, uma vez que foram analisadas a assimilação por meio das atividades realizadas através do jogo "*Trilhando na Geometria Espacial*". Foi possível nessa etapa, permitir que os estudantes atuassem mais do que o professor, deixando-os à vontade para descobrirem conceitos novos, explicando passos e procedimentos que seguiu para tal solução. Os resultados das Fases Formativas foram os melhores alcançados, obtendo as melhores médias da pesquisa, o que garante aos pesquisadores o sucesso do recurso utilizado a partir dessa fase.

A 4ª etapa (linguagem externa para si), é caracterizada pelo fato do professor organizar novas situações de acordo com a zona de desenvolvimento proximal, como foi realizada na prova final, no entanto, os resultados

apresentaram um leve declínio nas médias das ações da ASP, provocado principalmente pela quantidade de itens e pela complexidade das questões abordadas.

De acordo com a análise nas cinco fases da pesquisa (diagnóstica, formativa I, formativa II, formativa III e final do processo de ensino-aprendizagem), os estudantes obtiveram desempenho satisfatório na 1ª ação, ou seja, “compreender o problema”, seguido da 2ª ação que é “construir o núcleo conceitual da geometria” e da 4ª ação de “interpretar a solução”, como também um avanço significativo na terceira ação, ou seja, “solucionar o modelo”.

A ASPGE contribuiu positivamente na aprendizagem de Geometria Espacial, pois seu sistema de quatro ações, com suas operações, foram necessárias e importantes para que ocorresse a assimilação dos conceitos essenciais dos sólidos geométricos (prismas, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera), o passo a passo das ações na execução das questões, possibilitaram uma compreensão satisfatória do assunto, permitindo também que fossem identificadas as características das ações de acordo com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin.

Como produto desta pesquisa, sugere-se ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, um modelo educacional a partir da efetividade da BOA, para resolução de problemas em Geometria Espacial, por acreditar que as atividades desenvolvidas no decorrer da pesquisa aqui apresentada, contribuíram efetivamente para aprendizagem dos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexão com a matemática**. – 1ª ed. – São Paulo Moderna, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Ciência da Natureza, Matemática e Tecnologia**. Brasília: MEC, 2006. disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12598:publicacoes>. Acesso em novembro de 2017.

BEZERRA, Nilra Jane F. **A organização do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva da Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin**. Cuiabá, MT. 161p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, UFMT, 2016.

CHIRONE, A. R. R. **Aprendizagem de Equações do 1º Grau a partir da Atividade de Situações Problema como Metodologia de Ensino, fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin**. Boa Vista, RR. 134 p. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Roraima, UERR, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Contextos e aplicações: ensino**. – 2ª ed. – São Paulo: Ática, 2013.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica**. – 6ª ed. – São Paulo: Atual, 2005.

GALPERIN, P. Ya. **Introducción a la psicología**, Editorial Pueblo y Educación, Calle 3ra. A N. 4605, Playa, Ciudad de La Habana.

GRANDO, R. C. **O Jogo e suas Possibilidades Metodológicas no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática**. Campinas, SP. 175 p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP, 1995.

GENTIL, Nelson. e outros. **Matemática para o 2ª. grau**. volume 2, editora Ática. 10ª edição, 277 exercícios resolvidos e 754 exercícios propostos.

LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (orgs). **ENSINO DESENVOLVIMENTAL: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Editora EDUFU. Uberlândia. 2013.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: SBEM. 1995.

MAJMUTOV, M. I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y educación, 1983.

MENDOZA, Héctor José Garcia. **Estudo del efecto del sistema de acciones en el proceso del aprendizaje de los alumnos em la actividad de situaciones problema em matemática em la asignatura de álgebra lineal, em el contexto de la Facultad Actual de la Amazonia.** Tese (Doutorado em Psicopedagogia) – Universidad de Jaén (UJAEN), Espanha, 2009a.

\_\_\_\_\_. et al. **La Teoría de La Atividade de Formación por Etapas de Las Acciones Mentales em La Resolución de Problemas**, Ana Maria Ortiz Colón, Juan Martinez Moreno, Oscar Tintorer Delgado, Revista Científica Internacional “ Inter Science Place”, Indexada ISSN 1679 – 9844, www.intercienceplace. Org. Ano 2, nº 09, set. – out., 2009b.

\_\_\_\_\_. **Formación del Método de la Actividad de Situaciones Problema em Matemática.** Disponível em: <https://w3.dmat.ufrr.br/hector/Artigo4.pdf>. Acessado em :24/07/2017.

\_\_\_\_\_. **A Contribuição do Ensino Problematizador de Majmutov na Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin.** Disponível em: <https://w3.dmat.ufrr.br/hector/Artigo4.pdf>. Acessado em :29/010/2017.

NUÑEZ, Isauro Beltrán. Vygotsky, Leontiev, Galperin: **Formação de conceitos e princípios didáticos.** Liber Livro: Brasília, 2009.

[11] PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** Zetetiké.Campinas:UNICAMP/FE/CEMPEM. Ano 1, n. 1, março, pp. 717, 1993.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.  
REGO, Tereza Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** Petrópolis – RJ: Vozes, 1995. – Educação e conhecimento.

RODRIGUES, G. M.; FRANÇA, S. B. de. A didática das ciências e a construção de conceitos científicos: contribuições da teoria da atividade e da teoria da assimilação das ações mentais por etapas. **XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - UNICAMP - Campinas – 2012.**

ROGENSKI, M. L. C; PEDROSO, S. M. D. **O ensino da geometria na Educação Básica: realidade e possibilidades,** 2007.

SANTOS, Solange Almeida. **Estudo da Aprendizagem na Atividade de Situações Problema em Limite de Funções de uma Variável fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin na Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Roraima.** Boa Vista, RR. 199 p. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Roraima, UERR, 2014. Disponível em: <https://w3.dmat.ufrr.br/hector>. Acesso: em 20/07/2017.

TALÍZINA, N. F. **Psicologia de La enseñanza.** Moscú: Editorial Progreso, 1988.

TINTORER, O.; MENDOZA, H. J. G. **Evolução da Teoria Histórico-Cultural de Vigotski à Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin.** In: Ghedin, Evandro; Peternella, Alessandra. (Org.). *Teorias Psicológicas e suas implicações à educação em ciências.* 1ª ed. Boa Vista: Editora UFRR, 2016, v. 1, p. 157-170.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** – 1ª ed. -19 reimpr. – São Paulo: Atlas, 2010.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

\_\_\_\_\_. *Aprendizagem e Desenvolvimento na Idade Escolar.* In: LURIA, LEONTIEV, VIGOSTSKY. **Psicopedagogia e Pedagógica: Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento.** São Paulo: Moraes, 1991.

\_\_\_\_\_. **A construção do Pensamento e da Linguagem.** São Paulo: Martins Fonte, 2001.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações – Avaliação diagnóstica

### Resultado das Características das Ações na Questão 1 – Teste Diagnóstico

		Q-1														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema apartir de texto e/ou de figuras geométricas.					s										
	b) Determinar as condições do problema					s										
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	n	s	s	n	s
	d) Reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe	n	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	n	s	s	s	s	s	n	s	n	n	n	s	s	n	n
	Total	2	4	4	4	5	4	2	4	2	2	2	4	4	2	2

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

### Resultado das Características das Ações na Questão 2 – Teste Diagnóstico

		Q-2														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema apartir de texto e/ou de figuras geométricas.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	b) Determinar as condições do problema		s	s	s	s	s	s	s		s	s	s	s		s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	n	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s
	d) Reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe	n	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	n	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s	n	s
	Total	2	5	5	5	5	5	5	5	2	5	5	5	5	2	5
2A	a) Determinar as incógnitas envolvida no problema	s	s	s	s		s					s		s	s	s
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	s	s	s	s		s					s		s	s	s
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	s	s	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	s	s	s
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	s	s	s	s	n	s	n	n	n	n	s	s	s	s	s
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	s	s	s	s		s					s		s	s	s
	Total	5	5	5	5	2	5	2	2	2	2	5	4	5	5	5
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	s	s	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	s	s	s
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	s	n	s	n	s	n		n	n	s	s	s	s	s
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	s	s	n	s	n	s	n	n	n	n	s	s	s	s	s
	Total	5	5	1	5	1	5	1	2	1	1	5	5	5	5	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

### Resultado das Características das Ações na Questão 3 – Teste Diagnóstico

		Q-3														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	b) Determinar as condições do problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	d) Reconhecer e classificar as figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
Total		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2A	a) Determinar as incógnitas envolvidas no problema	s	n	s	s	n	n	s	n	n	s	s	s	s	n	s
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	s		s	s			s	s	n		s	s	s		
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	s		s	s			s		n		s	s	s		
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	s	s	s	s	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s
Total		5	4	5	5	4	4	5	4	1	4	5	5	5	4	4
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	n	s	s	n	n	n	n	n	n	n	s	n	n	n	n
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	s	s	s	s	s	s	n	n	s	n	s	s	s	n
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	n	n	s	n	n	s	s	n	n	n	n	s	n	s	n
Total		2	2	5	2	2	4	4	1	1	2	2	4	2	4	1

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

### Resultado das Características das Ações na Questão 4 – Teste Diagnóstico

		Q-4														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
2A	a) Determinar as incógnitas envolvidas no problema	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s		s	s
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s		s	s
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s		s	s
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s	s	s	s
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s		s	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s		s	s
Total		1	1	5	5	1	5	5	1	1	5	5	5	3	5	5
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s	n	s	s
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	n	n	s	s	n	s	s	n	n	s	s	s	n	s	s
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	n	n	s	s	n	n	s	n	n	n	n	s	n	s	s
Total		1	1	5	5	1	2	5	1	1	2	2	5	1	5	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.



## APÊNDICE B – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa I

Resultado das Características das Ações nas Questões 1 - 31 – Formativa I

Q1-Q3-Q5-Q7-Q9-Q11-Q13-Q15-Q17-Q19-Q21-Q23-Q25-Q27-Q29-Q30-Q31									
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas.	s	n	s	n	s	s	s	s
	b) Determinar as condições do problema	s	s	s	s	s	s	s	s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s
	d) Reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe	s	s	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	s	s	s	s	s	s	s	s
	Total	5	4	5	4	5	5	5	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

Resultado das Características das Ações nas Questões 2 - 32 – Formativa I

Q2-Q4-Q6-Q8-Q10-Q12-Q14-Q16-Q18-Q20-Q22-Q24-Q26-Q28-Q32									
Ação	Operações	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	
2A	a) Determinar as incógnitas envolvida no problema	s					s	s	
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	s	s		n		s	s	
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	s	s	s	s	s	s	s	
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	s	s	s	s	s	s	s	
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	s	s				s	s	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	s						s	s
	Total	5	4	4	4	4	5	5	

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

## APÊNDICE C – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa II

Resultado das Características das Ações nas Questões (33, 38, 39, 40, 43 e 44) – Formativa II

Q33-Q38-Q39-Q40- Q43-Q44										
Ação	Operações	E2	E3	E4	E5	E7	E9	E11	E13	E14
1A	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas.	s	s	s	s		s	s	s	s
	b) Determinar as condições do problema	s	s	s	s		s	s	s	s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	s	s	s	s		s	s	s	s
	d) Reconhecer e classificar os sólidos geométricos de acordo com as figuras geométricas que o compõe	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	Total	5	5	5	5	2	5	5	5	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

Resultado das Características das Ações nas Questões (34, 35, 36, 37, 41, 42, 45, 46 e 47) –  
Formativa II

Q34-Q35-Q36-Q37-Q41-Q42-Q45-Q46-Q47																
Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	
a) Determinar as incógnitas envolvida no problema	s	s	s	n				s			s	s	s		s	
b) Nominar as incógnitas com suas medidas	s	s	s	n				s			s	s	s		s	
c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	s	s	s	n	n	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	
<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	s	s	s	n	s	s	n	s	s	n	s	s	s	n	s	
e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	s	s	s	n	s	s	n	s	s	n	s	s	s	n	s	
f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	s	s	s	n				s			s	s	s		s	
	Total	5	5	5	1	4	4	2	5	4	2	5	5	5	2	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

## APÊNDICE D – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Formativa III

Resultado das Características das Ações nas Questões (Q48, Q49, Q52, Q56 e Q57) –  
Formativa III

Q48-Q49-Q52-Q56-Q57												
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E7	E8	E9	E12	E13	E15	
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	s	s	s	s	n	s	s	s	s	n	
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	s	s	s	n	s	s	s	s	n	
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	s	s	s	s	n	n	s	s	s	s	
	Total	5	5	5	5	1	2	5	5	5	3	

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

Resultado das Características das Ações nas Questões (Q50, Q51, Q53, Q54, Q55, Q58, Q59, Q60, Q61, Q62 e Q63) – Formativa III

Q50- Q51-Q53-Q54-Q55-Q58-Q59-Q60-Q61-Q62-Q63														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E15
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	s	s	s	s	s	n	s	s	n	s	s	s	n
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	n	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	s	n	s	s	n	s	s	n	s	s	n	s	n
	Total	5	2	5	5	2	4	5	2	4	5	2	5	1
4A	a) Interpretar o resultado	s	n	s	s	n	s	n	n	n	s	n	s	n
	b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema	s			s			s			s		s	
	<b>c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema.</b>	s	n	s	s	n	s	s	n	n	s	n	s	n
	d) Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema existindo a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.	s	s		s	n	s	n	n	n	s	n	s	n
Total	5	2	4	5	3	4	4	3	3	5	3	5	3	

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta.

## APÊNDICE E – Resultado da Análise Qualitativa e Quantitativa do Sistema de Ações - Avaliação Final

### Resultado das Características das Ações na Questão 1– Avaliação Final

		Q-1														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	b) Determinar as condições do problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	d) Reconhecer e classificar as figuras geométricas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5
2A	a) Determinar as incógnitas envolvida no problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	s	s	s	s	s	s	s	n	n	s	s	s	s	n	s
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	s	s	s	s	s	s	s	n	n	s	s	s	s	n	s
	Total	5	5	5	5	5	5	5	2	2	5	5	5	5	1	5
4A	a) Interpretar o resultado	s	s	s	s	s	n	s	n	n	s	s	s	s	n	s
	b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	<b>c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema.</b>	s	s	s	s	s	s	s	n	n	s	s	s	s	n	s
	e) Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema existindo a possibilidade de reformular o problema , construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s
	Total	5	5	5	5	5	4	5	2	2	5	5	5	5	1	5

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta

### Resultado das Características das Ações na Questão 2– Avaliação Final

		Q-2														
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	s	n	s	n	s	s	s	s	s	n	s	n	n	n	n
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	s	n	s	n	s	s	s	s	s	n	s	s	n	s	s
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	s	n	n	n	s	n	s	s	s	n	s	n	n	n	n
	Total	5	1	2	1	5	2	5	5	5	1	5	2	1	2	2

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta

## Resultado das Características das Ações na Questão 3– Avaliação Final

Q-3																
Ação	Operações	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15
1A	a) Ler e extrair os dados do problema a partir de texto e/ou de figuras geométricas.	n	s	n	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	b) Determinar as condições do problema	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	c) Identificar os elementos, propriedades e características das figuras geométricas	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	d) Reconhecer e classificar as figuras geométricas	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	<b>e) Reconhecer os objetivos do problema</b>	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	Total	1	5	1	5	5	5	5	2	5	5	5	5	5	5	5
2A	a) Determinar as incógnitas envolvida no problema	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	b) Nominar as incógnitas com suas medidas	n	n	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	c) Atualizar os conceitos e procedimentos associados a compreensão do problema	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s
	<b>d) Construir o modelo matemático métrico</b>	n	s	n	s	n	s	n	s	s	s	s	s	s	s	s
	e) Construir o modelo matemático geométrico relacionado ao problema	n		n		s	s					s	s		s	s
	f) Realizar análises das unidades de medidas do modelo matemático	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	s	s	s	s	s
Total	1	4	1	4	2	5	2	3	4	4	5	5	4	5	5	
3A	a) Realizar os procedimentos de cálculo para solucionar o modelo matemático associado ao problema	n	n	n	n	s	s	n	n	n	s	s	s	s	s	s
	b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo	n	s	n	n	s	s	n	n	s	s	s	s	s	s	s
	<b>c) Soluciona o modelo matemático do problema</b>	n	n	n	n	s	s	s	n	n	n	s	s	n	s	s
	Total	1	2	1	1	5	5	3	1	2	2	5	5	2	5	5
4A	a) Interpretar o resultado	n	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	n	s	s
	b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema	n	n	n	n	s	s	n	n	n	n	s	s	s	s	s
	<b>c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema.</b>	n	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	s	n	n
	e) Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema existindo a possibilidade de reformular o problema , construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.	n	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	s	s	s
	Total	1	1	1	1	2	5	1	1	1	1	2	5	4	2	2

Legenda: "s" significa operação correta e "n" operação incorreta

APÊNDICE F – Tabuleiro do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”.



**APÊNDICE G – Modelo das cartas do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”**

Verso da Carta – Questão



Verso da Carta – Resposta

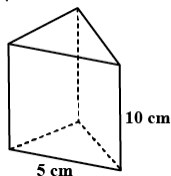


Verso da Carta - Resolução



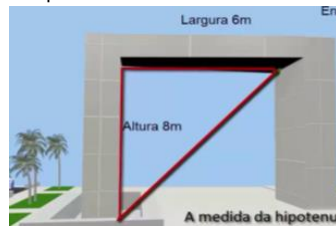
## APÊNDICE H – Questões de número 1 a 32 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa I (1ª e 2ª Ação da ASP – Etapa Material)

**Q.1** Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo.



Quais são os dados do problema?

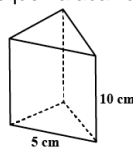
**Q. 2** Usando a figura da Praça das Águas do Portal do Milênio, cartão postal de Boa Vista, temos um polígono que chamamos de **retângulo** com altura de 8m e largura de 6m. Ao traçar uma reta diagonal nesta figura teremos um **triângulo retângulo**. A partir dessas informações, construa o modelo matemático que representa a diagonal deste portal. (FREIRE, 2016, p.108). Adaptada.



**Q.3** Quantas dimensões podemos observar em uma figura geométrica espacial? Quais são elas?

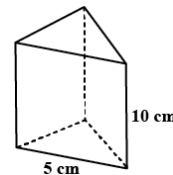
**Q.4** O **Paralelepípedo** é uma figura geométrica espacial que faz parte dos sólidos geométricos. Trata-se de prisma cuja particularidade é de que qualquer de suas faces pode ser tomada como base, pois duas faces opostas quaisquer estão situadas em planos paralelos e são ligadas por aresta paralelas entre si. Considerando um paralelepípedo qualquer de dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$ , expresse matematicamente a área desse paralelepípedo.

**Q.5** Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Determine a área lateral desse prisma. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo.



a) Qual o objetivo do problema?

**Q. 6** Em um prisma triangular regular, a aresta da base mede 5 cm e a aresta lateral mede 10 cm. Um modelo geométrico é dado pelo esquema abaixo.



Com base nos dados do problema, qual é o modelo matemático utilizado para encontrar a área da base?

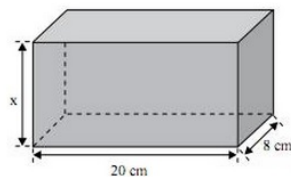
**Q. 7** - A EAgrô resolveu organizar uma recolha de brinquedos, vestuários e calçados para doar a uma instituição de caridade. Para poder distinguir os objetos oferecidos, organização decidiu utilizar três caixas diferentes e ao redor de cada uma delas aplicar a uma fita colorida, vermelha para os **brinquedos**, azul para o **vestuário** e verde para o **calçado**.

a) Que figura geométrica representa a caixa destinada para os brinquedos?



Fonte: Disponível em <<http://sempreamathematicaromusic.a.blogspot.com/2016/05/>> Acesso em 15 de Abril de 2018. Adaptada

**Q. 8** - Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Com base nos dados apresentados na figura, diga o que indica o  $x$  representado na figura.



**Q. 9** A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal.

a) Que tipo de polígono compõe as faces laterais de um prisma reto?



**Q. 10** Em uma pirâmide regular quadrangular, cada aresta lateral mede 18 cm e cada aresta da base mede 6 cm. Usando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas, construa o modelo geométrico que representa essa pirâmide.

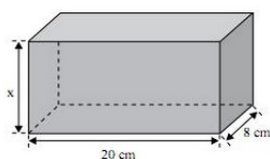
**Q. 11** - A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal.

a) Que tipo de polígono compõe as faces laterais de um prisma oblíquo?

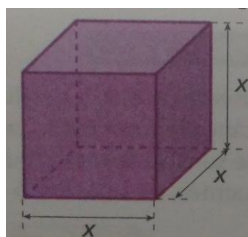
**Q. 12** Um terreno retangular tem sua largura simbolizada por  $3x$  e seu comprimento por  $2x + 5$ .

a) Construa o modelo matemático que representa a área desse terreno utilizando as informações extraídas do problema.

**Q. 13** - Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Sabendo que o volume desse recipiente é dado por  $V = 20 \cdot 8 \cdot x$ . a) Mostre que para um  $x = 9$ , a quantidade necessária para preencher completamente o recipiente será de  $1\,440 \text{ cm}^3$ .

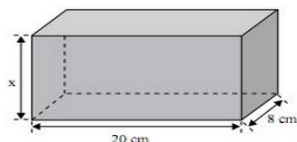


**P.14** Construa o modelo matemático que indica a medida da diagonal do cubo representado abaixo.



**P. 15** - Um terreno retangular tem sua largura simbolizada por  $3x$  e seu comprimento por  $2x + 5$ . Se  $x = 2$ , qual seria o comprimento desse terreno, em unidade de medida?

**Q. 16** Um recipiente com a forma de um paralelepípedo reto retângulo mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. Sabendo-se que essa mistura, na quantidade necessária para preencher completamente o recipiente, contém  $1400 \text{ cm}^3$  do líquido e a área da base é  $160 \text{ cm}^2$ . Construa o modelo matemático que representa a altura desse recipiente

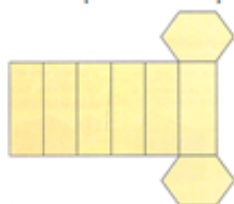


**Q. 17** - Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Essa caixa irá armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura. Qual o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa fabricada? Com base nos dados do problema responda:

a) O que o problema está pedindo que seja calculado?

**Q. 18** A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada com aproximadamente 230m de aresta e 137m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isóscele cuja altura relativa à base mede 179m. Diante dessas informações, construa o modelo matemático que expresse a área da base dessa pirâmide.

Q. 19 Veja esta figura plana que depois de cortada e dobrada formará superfície de um prisma.



Qual é a classificação desse prisma?

Q. 20 (ENEM-2010) Adaptada- A siderúrgica "Metal Nobre" produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular. Baseada na figura abaixo:



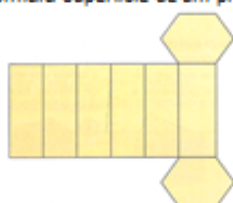
a) Expresse o modelo matemático que representa o volume desse paralelepípedo.

Q. 21 As pirâmides tem características geométricas que as distinguem dos prismas; por exemplo: Em relação as arestas, o número de arestas das pirâmides é sempre um múltiplo de 2, enquanto o número de arestas dos prismas é sempre um múltiplo de 3. Em relação as faces laterais, descreva a característica geométrica das pirâmides que as distingue dos prismas.

Q. 22 Carlos possui em sua casa uma piscina na forma de um paralelepípedo retângulo, com 8 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de profundidade. Pretende-se azulejar o fundo e as laterais da piscina com azulejos medindo 20 cm de lado. Sabendo que a capacidade da piscina é de  $64 \text{ m}^3$ .

a) Qual seria a capacidade da piscina, em litros?

Q. 23 - Veja esta figura plana que depois de cortada e dobrada formará superfície de um prisma.



Quanto e quais são os polígonos que ele tem em suas faces?

Q. 24 Para construir um enfeite, Laura recortou um quadrado e quatro triângulos. Que forma tem o enfeite construído por Laura?

Q. 25 - (ENEM - 2012) Adaptada- Maria quer inovar sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

Q. 26 Utilizando palitos de dentes, espetinhos de bambu e jujubas, construa o modelo geométrico de um prisma pentagonal, sabendo que a medida de cada aresta da base é de 6 cm e a medida de cada aresta lateral equivale a 25 cm.

Q. 27 Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda:

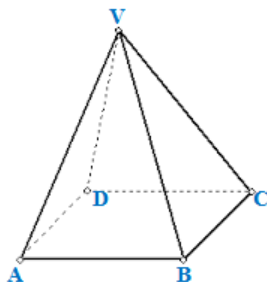
a) Quais dos itens abaixo é a planificação de uma pirâmide?



**Q. 28** Carlos possui em sua casa uma piscina na forma de um paralelepípedo retângulo, com 8 m de comprimento, 4 m de largura e 2 m de profundidade. Pretende-se azulejar o fundo e as laterais da piscina com azulejos medindo 20 cm de lado. Para isso, Carlos precisa descobrir quantos azulejos serão gastos para revestir a piscina. A respeito do problema responda:

a) Qual é a incógnita envolvida no problema.

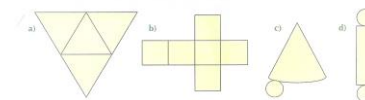
**Q. 29** Analise o poliedro regular da figura abaixo e responda:



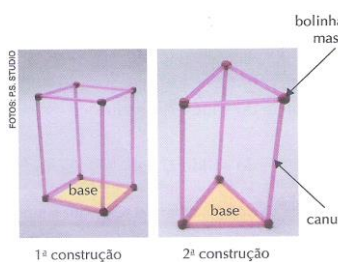
a) Que polígonos compõem as faces laterais dessa pirâmide?

**Q. 30** Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda:

a) Quais dos itens abaixo são poliedros?



**Q. 31** Marilda, com cartolina, canudinhos e bolinhas, fez as duas construções abaixo.



Que sólido geométrico Marina fez na 2ª construção?

**Q. 32** Um enfeite em formato de pirâmide regular e de base quadrada tem o lado da base medindo 10 cm e a altura de 30 cm. Baseado nos dados fornecido pelo problema, construa o modelo matemático que representa o volume dessa pirâmide?

## APÊNDICE I – Questões de número 33 a 47 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa II (1ª e 2ª Ação da ASP – Etapa Verbal)

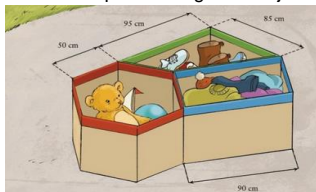
**Q. 33** Explique que diferença há entre as faces de um prisma reto e as faces de uma pirâmide?

**Q.34** No seu entendimento, o que é um sólido geométrico? Dê exemplos

**Q.35** Paulo colocou 650 pedrinhas, cada uma delas com um volume de  $0,8 \text{ cm}^3$ , dentro de um aquário com a forma de um paralelepípedo. O aquário tem 50 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Nessa situação, explique como Paulo deve fazer para descobrir a quantidade máxima de água, em litros, que se pode colocar dentro do aquário?

**Q. 36** - Para poder distinguir os objetos oferecidos, uma organização decidiu utilizar três caixas diferentes e ao redor de cada uma delas aplicar a uma fita colorida, vermelha para os brinquedos, azul para o vestuário e verde para o calçado.

a) O que é preciso fazer para descobrir a quantidade de fita colorida necessária para distinguir os objetos?



Fonte: Disponível em <<http://sempreamathematicarcommusi.ca.blogspot.com/2016/05/>> Acesso em 15 de Abril de 2018. Adaptada

**Q. 37** A natureza nos surpreende com suas mais belas formas geométricas. Uma delas é o formato das células de um favo de mel. Cada célula de um favo de mel é um prisma reto de base hexagonal.

a) Explique com suas palavras o que é dizer prisma reto de base hexagonal?

**Q.38** As pirâmides tem características geométricas que as distinguem dos prismas; por exemplo: Em relação as arestas, o número de arestas das pirâmides é sempre um múltiplo de 2, enquanto o número de arestas dos prismas é sempre um múltiplo de 3. Descreva outra característica geométrica das pirâmides que as distingue dos prismas.

**Q. 39** O **prisma** é um sólido geométrico que faz parte dos estudos de geometria espacial. É caracterizado por ser um poliedro convexo com duas bases (polígonos iguais) congruentes e paralelas, além das faces laterais (paralelogramos). Quanto a classificação os prismas podem ser retos ou oblíquo.

Explique a diferença de prisma reto e prisma oblíquo.

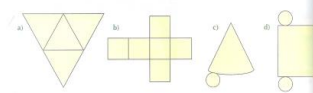
**Q. 40** O cubo tem características geométricas semelhantes as de um paralelepípedo; por exemplo: ambos tem 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.

Descreva uma característica geométrica do cubo que as distingue do paralelepípedo.

**Q. 41** Ana quer construir um enfeite na forma de uma Pirâmide Quadrangular. Nesse caso, diga quais e quantos polígonos Ana deverá recortar para construir esse enfeite?

**Q. 42** Em um prisma hexagonal regular, a aresta da base mede 3 cm e a aresta da face lateral mede 6 cm. Explique como determinar a área lateral desse prisma.

**Q.43** Analise os sólidos geométricos que correspondem às planificações seguintes e responda:  
a) Quais dos itens abaixo é a planificação de um poliedro? Justifique.



**Q.44** No ensino de geometria, tem sua importância social o reconhecimento do universo tridimensional. Pensando nisso, uma professora levou para uma de suas aulas os objetos abaixo:

I. Um porta lápis (prisma).

II. Uma lata de leite em pó (cilindro).

III. Uma bola de futebol (esfera).

a) Como você classificaria esses objetos segundo suas características?

**Q. 45** Uma Pirâmide regular de base quadrada e 4 cm de altura possui aresta da base com 6 cm de comprimento. Explique como determinar o volume dessa pirâmide.

**Q. 46** Uma caixa de papelão com capacidade de  $12000 \text{ cm}^3$  foi construída para armazenar doces na forma de um prisma com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura e volume de  $96 \text{ cm}^3$ . Após alguns cálculos foi verificado que para o preenchimento total da caixa era necessários 125 doces.

Explique como foi encontrado o número de doces necessários para o preenchimento total da caixa.

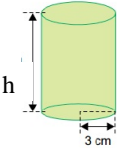

**Q. 47** Numa aula de matemática, a professora pediu aos alunos que construíssem modelo de pirâmides utilizando palitos de dentes e jujubas.

O José utilizou 6 palitos de dentes para fazer o modelo apresentado abaixo.



A Vera tem 13 palitos de dentes para construir seu modelo. Poderá a Vera construir um modelo de pirâmide na qual utiliza todos os palitos de dentes? Justifique sua resposta.

## APÊNDICE J – Questões de número 48 a 63 do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial” – Formativa III (3ª e 4ª Ação da ASP – Etapa Verbal)

<p><b>Q.48</b> Numa indústria química, deseja-se instalar um reservatório cilíndrico para armazenar determinado gás. O raio do reservatório deve ser 3 m e altura 6 m. Considerando <math>\pi = 3,14</math>, qual deve ser o volume desse reservatório?</p> <p style="text-align: right;">48</p>	<p><b>Q.49</b> Numa indústria química, deseja-se instalar um reservatório esférico para armazenar determinado gás. Sabendo que o volume do reservatório deve ser de <math>108 \text{ m}^3</math>, qual deve ser o raio desse reservatório? (Adote: <math>\pi = 3</math>).</p> <p style="text-align: right;">49</p>	<p><b>Q.50</b> (FGV) Adaptada - Um produto é embalado em recipientes no formato de cilindro retos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O cilindro <b>A</b> tem altura 20 cm e raio da base 5 cm e é vendido a R\$ 5,00 a unidade.</li> <li>- O cilindro <b>B</b> tem altura 10 cm e raio da base de 10 cm e é vendido a R\$ 9,00.</li> </ul> <p><b>a)</b> Qual das aquisições é mais vantajosa para o consumidor? Por quê?</p> <p style="text-align: right;">50</p>
<p><b>Q.51</b> (FGV) Adaptada - Um produto é embalado em recipientes no formato de cilindro retos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- O tipo de <b>embalagem A</b> tem altura de 8 cm e raio da base de 16 cm</li> <li>- O tipo de <b>embalagem B</b> tem 16 cm de altura e raio da base 8 cm.</li> </ul> <p><b>a)</b> Na confecção de qual dessas embalagens se gasta mais material? Justifique.</p> <p style="text-align: right;">51</p>	<p><b>Q.52</b> Um tanque, feito de folhas de metal, na forma de um cone de raio da base igual a 6 m e altura 8 m, completamente cheio, contém 288000 litros de água. A água é retirada deste tanque e colocada em outro tanque na forma de um cilindro, que apresenta raio da base igual a 4 m. Com esta água é enchida garrafas de plásticos cilíndricas de raio 6 cm e altura 10 cm. Cada garrafa será vendida a 2,00 reais. Considere <math>\pi = 3</math></p> <p><b>a)</b> Diante desses dados, determine a altura da água no segundo tanque.</p> <p style="text-align: right;">52</p>	<p><b>Q.53</b> Um caldeirão cilíndrico tem 40 cm de diâmetro e 15 cm de altura e está lotado em sua capacidade máxima de doce. Cláudia vai encher potinhos cônicos com esse doce.</p> <p><b>a)</b> Se cada potinho tem 6 cm de altura e 4 cm de diâmetro da base, quantos potinhos serão necessários para colocar todo esse doce? Interprete o resultado obtido.</p> <p style="text-align: right;">53</p>
<p><b>Q. 54</b> Para construir um cone circular reto, Mirian comprou um papel de área igual a <math>2000 \text{ cm}^2</math>. Sabendo que o cone tem altura igual a 20 cm, raio igual a 15 cm e geratriz 25 cm de comprimento. O papel comprado será suficiente para construir o cone? Justifique sua resposta.</p> <p>Use: <math>\pi=3,14</math></p> <p style="text-align: right;">54</p>	<p><b>Q.55</b> Um recipiente com a forma de cilindro mostrado na figura abaixo será completamente preenchido com um líquido. O volume desse recipiente é dado por <math>V = 9\pi \cdot h</math></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>É possível que para uma altura <math>h=9</math> cm, a quantidade necessária para preencher completamente o recipiente seja de <math>254,34 \text{ cm}^3</math>. Justifique sua resposta. Considere: (<math>\pi = 3,14</math>)</p> <p style="text-align: right;">55</p>	<p><b>Q. 56</b> Uma indústria de embalagens deseja fabricar uma lata de tinta cilíndrica com raio da base medindo 5 cm de comprimento e com capacidade para 1 litro. Sabendo dessas informações, qual deverá ser o comprimento da altura dessa embalagem? (Use <math>\pi = 3,1</math>).</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;">56</p>

**Q. 57** Uma fábrica de bombons deseja produzir 2000 unidades no formato de uma esfera de raio 1 cm. Com base nos dados acima, qual seria o volume de cada bombom? (Use  $\pi = 3,14$ ).

57

**Q.58** Explique como é definido a superfície lateral planificada de um cilindro em que o modelo matemático é representado por:

$$A_l = 2\pi.r.h$$

58

**Q.59** Uma laranja do tipo pêra tem forma esférica com 8 cm de diâmetro e composta de 12 gomos exatamente iguais. O volume aproximado de cada gomo dessa laranja é de 22,3 cm<sup>3</sup>.

Considerando uma laranja do tipo lima de mesma forma e composta de 12 gomos exatamente iguais e diâmetro de 6 cm.

O volume aproximado de cada gomo dessa laranja será maior ou menor que a da laranja pera? Explique.

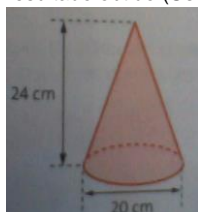
(Adote  $\pi = 3,14$ )

59

**Q 60** A parte interna de um botijão de gás de cozinha tem a forma cilíndrica com 40 cm de diâmetro e 60 cm de altura. Para um consumo diário de 3,1 litros, o gás do botijão durará 24 dias. Se forem consumidos diariamente 2,4 litros, quantos dias o gás de cozinha de um botijão durará? (Considere:  $\pi = 3,1$ )

60

**Q. 61** Marta quer construir o chapéu de um palhaço de cartolina, cuja medidas estão na figura abaixo. Para isso, utilizou o modelo matemático  $A_l = \pi.r.g$  para determinar área lateral do chapéu. Quantos centímetros quadrados de cartolina serão gastos para a construção do chapéu? interprete o resultado obtido.(Use:  $\pi = 3,14$ )



61

**Q. 62** (CEFET-SC) Adaptada - Dado um copo em forma de cilindro e outro de forma cônica de mesma base e altura. Se eu encher completamente o copo cônico com água e derramar toda essa água no copo cilíndrico, quantas vezes terei que fazê-lo para encher completamente esse copo? Explique.

62

**Q. 63** Um tonel vazio, que internamente tem a forma de um cilindro circular reto com 1 m de diâmetro e 2 m de altura, está com sua base apoiada em um piso horizontal. Mostre que, se forem colocados oitocentos litros de vinho em seu interior, o vinho não enche o tonel, mas ultrapassa a metade do seu volume. (Adote:  $\pi = 3,14$ )

63

**APÊNDICE K - Questionário de Avaliação do jogo “Trilhando na Geometria Espacial” nos conteúdos de Geometria Espacial – Sólidos Geométricos.**

**Estudante(a):** \_\_\_\_\_ **Série/ turma:** \_\_\_\_\_

**1)** Você teve alguma dificuldade de responder as questões por meio do jogo?  
( ) Não ( ) Sim

**2)** O jogo ajudou na compreensão do conteúdo de Geometria Espacial, especificamente nos Sólidos Geométricos (Prismas, Pirâmides, Cilindro, Cone e Esfera? Por quê?

( ) Não ( ) Sim

---

---

**3)** Quanto à compreensão do jogo

( ) Fácil ( ) Muito Fácil ( ) Razoável ( ) Difícil ( ) Muito difícil

**4)** Para você, qual ou quais os pontos positivos do jogo?

---

---

**5)** Para você, qual ou quais os pontos negativos do jogo?

---

---

**6)** Gostaria de utilizar este jogo novamente? Por quê?

( ) Não ( ) Sim

---

---

**7)** Sugere alguma modificação para melhoria do jogo? Qual?

( ) Não ( ) Sim

---

---



## APÊNDICE L - Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”

**Jogadores:** Dois grupos (3 a 4 alunos cada grupo)

**Iniciativa:** Cada grupo elegerá um participante para tirar no dado, que inicia o jogo. Aquele que conseguir a maior pontuação começará o jogo.

**Peões:** Cada grupo escolherá um peão de cor diferente, para representá-los.

**Cartas:** As cartas deverão permanecer viradas para baixo, distribuídas em três montes (carta-questão, carta-resposta e carta- resolução), e na ordem crescente dos números escritos no seu verso.

### Regra do Jogo

- O jogador deve retirar uma carta-questão e ler a questão ao grupo adversário. Após a leitura feita, o jogador terá no máximo 2 (dois) minutos para pegar a carta-resolução, do número equivalente a carta questão, discutir com os demais componentes do seu grupo e escrever sua resposta, podendo neste momento, o grupo optar por consulta ou não.
- O jogador do grupo oponente deve pegar a carta-resposta equivalente, e verificar se seu adversário acertou ou não a resposta.
- Se acertar a questão sem consulta, deve lançar o dado **duas vezes** e avançar o número de casas correspondente à soma da pontuação. Se acertar a questão com consulta, deve lançar o dado **uma vez** e avançar o número de casa equivalente a pontuação. Se errar, permanece na mesma casa.
- Para a próxima jogada, o jogador do grupo oponente deve realizar os mesmos procedimentos.
- Todos os jogadores deverão participar das jogadas, sendo feito um rodízio entre os grupos, para retirar as cartas questões e respondê-las.
- Na trilha, existem casas representadas pelas figuras de uma *Pirâmide Hexagonal*, *Cilindro* e *um Cone*. Nelas estão contidas as “punições” ou “bônus”, que pode ser casas de avançar no jogo, voltar ou ficar rodada sem jogar.
- Vence o jogo o grupo que chegar primeiro ao fim da trilha.
- Caso as cartas acabem, o grupo que estiver mais perto do fim da trilha, vencerá o jogo.

**ANEXOS**

## ANEXO A: TALE

### Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE)

#### Aluno menor de 18 anos

**Instituição:** Universidade Estadual de Roraima -UERR / Curso: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

**Título:** Resolução de Problemas no processo de aprendizagem da Geometria Espacial através do Jogo, fundamentada na Teoria de Formação das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, nos estudantes da 2ª série do Ensino Médio.

**Pesquisador:** Luciene Nunes da Silva, professora efetiva da Escola Agrotécnica da UFRR.

**Pesquisadora (Orientadora):** DSc. Oscar Tintorer Delgado, professor efetivo da UERR e do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências-UERR.

*Este é um convite para você participar da pesquisa de ensino e aprendizagem, conforme o título mencionado. Este documento, chamado termo de Assentimento Livre e Esclarecido, explica esta pesquisa em detalhes, porém, pode conter palavras que você não compreenda. Por favor, peça a pesquisadora ou a outra pessoa da escola, para lhe explicar o que significa qualquer palavra ou informação que você não entenda. Antes de assinar, você pode levar para casa uma cópia deste documento para pensar a respeito ou conversar com sua família e/ou amigos, antes de tomar sua decisão.*

Este Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, tem o propósito de convidá-lo a participar do projeto de pesquisa, acima mencionado. O objetivo desta pesquisa é estudar a contribuição no processo de aprendizagem de Resolução de Problemas na Geometria Espacial através do jogo, fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, aos alunos da 2ª série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

Esta pesquisa justifica-se pelo interesse em examinar o processo de aprendizagem do aluno, em relação aos conteúdos de Geometria Espacial, devido à sua alta aplicabilidade nas mais diversas áreas do conhecimento e no dia-a-dia, pela relevância de esses continuarem ampliando seus conhecimentos nessa e nas séries seguintes do Ensino Médio, construindo uma cidadania mais crítica para agir diante das inúmeras questões políticas, ambientais, sociais e cotidianas, por considerar o aprendiz como ser ativo de seu processo de

desenvolvimento e de aprendizagem, e o professor como mediador desse processo.

Pois além de fazer parte de uma dissertação de mestrado, irá contribuir para que outros alunos adquiram facilidade no aprendizado da linguagem Matemática, estimulando os presentes e futuros docentes em inovar as aulas de Matemática, utilizando essa sequência didática.

Para tanto, faz-se necessária à sua participação, onde você irá responder a um teste diagnóstico que terá o objetivo de verificar os seus conhecimentos sobre conteúdo de Geometria Plana, composta de quatro questões, abordando o tema sobre polígono, perímetro de polígono, áreas de figuras planas e teorema de Pitágoras. A prova diagnóstica pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender Geometria Espacial, utilizando a ASP como metodologia de ensino.

Após o teste diagnóstico, você responderá a um questionário contendo perguntas abertas e fechadas relacionadas com a resolução de problemas e o conteúdo específico de geometria plana, tendo o objetivo de mostrar uma radiografia, na sua visão, como está vendo e sentindo o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de geometria, através de Resolução de Problemas. O questionário vem contribuir para o cumprimento de uma das ações do professor na 2ª etapa, segundo a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin. Em seguida, será desenvolvida uma sequência didática, onde você participante, responderá atividades formativas (sendo atividades envolvendo problemas com questões dissertativas) e por fim, será aplicado o Jogo de tabuleiro que será elaborado em forma de trilha, contendo cartas, regras e pinos. As cartas apresentarão problemas relacionados ao conteúdo de Geometria Espacial, especificamente dos sólidos Prisma, Pirâmide, Cone, Cilindro e Esfera, suas fórmulas e valores, envolvendo áreas e volumes, planificações e figuras de embalagens nos formatos desses sólidos. A turma será dividida em grupos de 5 a 6 pessoas, de modo que você e os demais alunos participantes serão incluídos nessa atividade.

Posterior a atividade desenvolvida nesta fase, será desenvolvida uma avaliação (pós-teste) dividida em duas partes (oral e escrita), com o intuito de determinar o seu desempenho em todas as etapas e avaliar a eficácia da BOA, a partir dos parâmetros definidos, que são BOM, REGULAR e INSUFICIENTE,

sendo que a aplicação da sequência didática será realizada durante 10 (dez) aulas, com duração de 3 horas cada aula, previstas para o 2º bimestre do ano letivo de 2018, com início no dia 26 de abril. e término em 06 de julho.

Quaisquer registros feitos durante a pesquisa, não serão divulgados, mas o relatório final, contendo citações anônimas, estará disponível quando estiver concluído o estudo, inclusive para apresentação em encontros científicos e publicação em revistas especializadas, atendendo desta forma a Resolução 466/2012 do CNS-MS.

### **Dos riscos e benefícios da Participação na Pesquisa**

Embora seja um estudo do processo de ensino e aprendizagem, a respectiva pesquisa pode apresentar riscos, como descrito abaixo:

a) o (a) aluno (a) participante pode apresentar desconforto, fadiga ou impaciência na leitura dos instrumentos de lápis e papel (teste diagnóstico, atividades formativas e pós-teste), como também no momento da interação com o Jogo, nesse caso, para minimizar estes riscos o aluno terá o auxílio da pesquisadora que lerá os instrumentos aplicados e utilizará o tempo adequado na aplicação desses recursos.

Não haverá benefícios de natureza financeira, porém, pode haver benefícios em relação ao conhecimento do participante deste estudo, o que lhe permitirá compreender os conceitos da Matemática na Geometria Espacial, especificamente os Sólidos Geométricos (Prisma, Pirâmide, Cone, Cilindro e Esfera), utilizando a ASP como metodologia de ensino, facilitando o avanço nos estudos dos conteúdos das séries seguintes do Ensino Médio, proporcionando no aluno um comportamento de pesquisa, estimula a curiosidade e prepara o aluno para lidar com situações novas, sendo motivado a pensar, conhecer, ousar e solucionar problemas matemáticos dentro e fora da escola, de modo a fortalecer o trabalho em equipe e a vida em sociedade.

Este projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, da Universidade Estadual de Roraima, sob parecer nº (.....) e o Gestor da Escola Agrotécnica da UFRR, tem conhecimento e incentiva a realização da pesquisa.

Discutimos esta pesquisa com seus pais ou responsáveis, e eles sabem que também estamos pedindo seu acordo. Se você vai participar da pesquisa, seus pais ou responsáveis concordaram com isso.

Mediante qualquer desconforto em relação aos questionamentos desenvolvidos no momento da pesquisa, a pesquisadora irá prestar atendimento às solicitações e/ou pedidos dos (as) alunos (as) participantes. A pesquisadora assegura aos alunos participantes desta pesquisa, a preservação da imagem, bem como, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa, ou seja, todos os (as) alunos (as) participantes da pesquisa terão acesso aos instrumentos utilizados na pesquisa, bem como, ao resultado e ao produto final da pesquisa.

Este TERMO, **(em duas vias: uma para a pesquisadora e outra para o**  
(a) **aluno** (a) participante), é para certificar que eu,  
\_\_\_\_\_, na  
qualidade de participante voluntário (a), aceito participar do projeto de pesquisa  
acima mencionado.

Estou ciente de que a participação na pesquisa poderá trazer riscos associados, desconforto, fadiga ou impaciência na leitura dos instrumentos de pré-teste, atividades formativas e pós-teste, assim como também, no momento da interação com o Jogo, nesse caso, para minimizar estes riscos a pesquisadora lerá os instrumentos aplicados e utilizará o tempo adequado na aplicação desses recursos.

Estou ciente de que serei incluído em todas as etapas da sequência didática dessa pesquisa.

Estou ciente de que terei direito à manutenção do sigilo e da privacidade, bem como, acompanhamento e assistência pedagógica também após a coleta de dados.

Estou ciente de que sou livre para recusar e retirar meu consentimento, encerrando a minha participação a qualquer tempo, sem penalidades.

Para participar deste estudo, não terei nenhum custo, nem receberei qualquer vantagem financeira. Apesar disso, diante de eventuais danos identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, terei assegurado (a) o direito à indenização. Tenho garantida plena liberdade de recusar a participar e retirar o meu consentimento e interromper a participação como voluntário (a) em qualquer fase da pesquisa sem necessidade de comunicado prévio. A minha participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que serei atendido (a) pela

pesquisadora. Os resultados da pesquisa estarão à minha disposição quando finalizada. Não serei identificado (a) em nenhuma publicação que possa resultar o nome ou o material que indique a minha participação como voluntário (a), não será liberado sem a minha permissão. Por fim, sei que terei a oportunidade para perguntar sobre qualquer questão que eu desejar, e que todas deverão ser respondidas a meu contento.

Assinatura da Criança/Adolescente: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Eu, Luciene Nunes da Silva (pesquisadora responsável) declaro que serão cumpridas as exigências contidas nos itens IV. 3 da Res. CNS nº 466/12.

Para esclarecer eventuais dúvidas ou denúncias, ligue para:

Pesquisadora: Luciene Nunes da Silva Telefone: (95) 99121-0056

Pesquisador (Orientador): Prof.º DSc. Oscar Tintorer Delgado Tel: (95) 99138-5295.

Comitê de Ética em Pesquisa com seres Humanos-CEP/UERR: Rua Sete de Setembro, nº 231 - Bairro Canarinho (sala 201). Tels: (95) 2121-0953.

Nome do Pesquisador responsável: Luciene Nunes da Silva

Endereço completo: Rua Milão, 768- Centenário- CEP.: 69312-665

Telefone: (95) 99121-0056

CEP/UERR Rua Sete de Setembro, nº 231 - Bairro Canarinho (sala 201) Tels.: (95) 2121-0953.

## ANEXO B: TCLE

### Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

#### Responsável pelo menor

**Instituição:** Universidade Estadual de Roraima / Curso: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

**Título:** Resolução de Problemas no processo de aprendizagem da Geometria Espacial através do Jogo, fundamentada na Teoria de Formação das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, nos estudantes da 2ª série do Ensino Médio.

**Pesquisadora:** Luciene Nunes da Silva, professora efetiva da Escola Agrotécnica da UFRR.

**Pesquisador (Orientador):** DSc. Oscar Tintorer Delgado, professor efetivo da UERR e do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências-UERR

*Este é um convite para que você responsável legalmente pelo aluno (a), permita que este (a), participe da pesquisa de ensino e aprendizagem conforme o título mencionado. Este documento, chamado termo de consentimento livre e esclarecido, explica esta pesquisa em detalhes, porém pode conter palavras que você não compreenda. Por favor, peça a pesquisadora ou a outra pessoa da escola para lhe explicar o que significa qualquer palavra ou informação que você não entenda. Antes de assinar, você pode levar para casa uma cópia deste documento para pensar a respeito ou conversar com sua família e/ou amigos antes de tomar sua decisão.*

Este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido tem o propósito de convidá-lo a autorizar o (a) menor pelo qual você seja legalmente responsável, participe do projeto de pesquisa acima mencionado. O objetivo desta pesquisa é estudar a contribuição no processo de aprendizagem de Resolução de Problemas na Geometria Espacial através do jogo, fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, aos alunos da 2ª série do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Agropecuária da Escola Agrotécnica da Universidade Federal de Roraima.

Esta pesquisa justifica-se pelo interesse em examinar o processo de aprendizagem do aluno em relação aos conteúdos de Geometria Espacial, devido à sua alta aplicabilidade nas mais diversas áreas do conhecimento e no dia-a-dia, pela relevância de esses continuarem ampliando seus conhecimentos



nessa e nas séries seguintes do Ensino Médio, construindo uma cidadania mais crítica para agir diante das inúmeras questões políticas, ambientais, sociais e cotidianas. por considerar o aprendiz como ser ativo de seu processo de desenvolvimento e de aprendizagem, e o professor como mediador desse processo.

Pois além de fazer parte de uma dissertação de mestrado, irá contribuir para que outros alunos adquiram facilidade no aprendizado da linguagem Matemática, estimulando os presentes e futuros docentes em inovar as aulas de Matemática utilizando essa sequência didática.

Para tanto, faz-se necessária a participação do (a) menor sob sua responsabilidade, onde este aluno (a) irá responder a um teste diagnóstico, que terá o objetivo de verificar os conhecimentos dos alunos sobre conteúdo de Geometria Plana, composta de quatro questões abordando o tema sobre polígono, perímetro de polígono, áreas de figuras planas e teorema de Pitágoras. A prova diagnóstica pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender Geometria Espacial, utilizando a ASP como metodologia de ensino.

Após o teste diagnóstico, será aplicado um questionário contendo perguntas abertas e fechadas relacionadas com a resolução de problemas e o conteúdo específico de geometria plana, tendo o objetivo de mostrar uma radiografia, na visão do aluno, como ele está vendo e sentindo o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de geometria, através de Resolução de Problemas. O questionário vem contribuir para o cumprimento de uma das ações do professor na 2ª etapa, segundo a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin. Em seguida, será desenvolvida uma sequência didática, onde o (a) aluno (a) participante responderá atividades formativas (sendo atividades envolvendo problemas com questões dissertativas) e por fim, será aplicado o Jogo de tabuleiro que será elaborado em forma de trilha, contendo cartas, regras e pinos. As cartas apresentarão problemas relacionados ao conteúdo de Geometria Espacial, especificamente dos sólidos Prisma, Pirâmide, Cone, Cilindro e Esfera, suas fórmulas e valores, envolvendo áreas e volumes, planificações e figuras de embalagens nos formatos desses sólidos. A turma será dividida em grupos de 5 a 6 pessoas, de modo que todos os alunos participantes serão incluídos nessa atividade.

Posterior a atividade desenvolvida nesta fase, será desenvolvida uma avaliação (pós-teste) dividida em duas partes (oral e escrita) com o intuito de determinar o desempenho dos estudantes em todas as etapas, e avaliar a eficácia da BOA, a partir dos parâmetros definidos, que são BOM, REGULAR e INSUFICIENTE, sendo que a aplicação da sequência didática será realizada durante 10 (dez) aulas com duração de 3 horas cada aula, previstas para o 2º bimestre do ano letivo de 2018, com início no dia 26 de abril e término 06 de julho.

Quaisquer registros feitos durante a pesquisa, não serão divulgados, mas o relatório final, contendo citações anônimas, estará disponível quando estiver concluído o estudo, inclusive para apresentação em encontros científicos e publicação em revistas especializadas, atendendo desta forma a Resolução 466/2012 do CNS-MS.

### **Dos riscos e benefícios da Participação na Pesquisa**

Embora seja um estudo do processo de ensino e aprendizagem, a respectiva pesquisa pode apresentar riscos como descrito abaixo:

a) o (a) aluno (a) participante, pode apresentar desconforto, fadiga ou impaciência na leitura dos instrumentos de lápis e papel (teste diagnóstico, atividades formativas e pós-teste) e como também no momento da interação com o Jogo, nesse caso para minimizar estes riscos, o aluno terá o auxílio da pesquisadora que lerá os instrumentos aplicados e utilizará o tempo adequado na aplicação desses recursos.

Este projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, da Universidade Estadual de Roraima, sob parecer nº (.....) sendo assim, a Escola Agrotécnica da UFRR tem conhecimento e incentiva a realização da pesquisa.

Mediante qualquer desconforto em relação aos questionamentos desenvolvidos no momento da pesquisa, a pesquisadora irá prestar atendimento às solicitações e/ou pedidos do (a)/participante. A pesquisadora assegura ao participante desta pesquisa, a preservação da imagem, bem como, acesso aos procedimentos da pesquisa.

Este TERMO, em duas vias (uma via com a pesquisadora e a outra com o (a) responsável pelo (a) aluno (a) participante), é para certificar que eu,

\_\_\_\_\_, na

qualidade do (a) responsável pelo (a) menor participante, aceito a participação deste (a) como voluntário(a) no projeto de pesquisa acima mencionado.

Estou ciente de que a participação na pesquisa poderá trazer riscos associados a desconforto, fadiga ou impaciência na leitura dos instrumentos de pré-teste, atividades formativas e pós-teste, assim como também no momento da interação com o Jogo, nesse caso para minimizar estes riscos do (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade terá o auxílio da pesquisadora que lerá os instrumentos aplicados e utilizará o tempo adequado na aplicação desses recursos.

Estou ciente de que o (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade será incluído em todas as etapas da sequência didática.

Estou ciente de que o (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade terá direito a manutenção do sigilo e da privacidade, bem como, acompanhamento e assistência pedagógica, também após a coleta de dados pelo questionário.

Estou ciente de que sou livre para recusar e retirar meu consentimento, encerrando a participação do (a) o (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade a qualquer tempo, sem penalidades.

Para participar deste estudo, o (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade, não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, ele (a) tem assegurado o direito à indenização. O (a) aluno participante, tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou o (a) Sr. (a) de retirar seu consentimento e interromper a participação do voluntário sob sua responsabilidade, em qualquer fase da pesquisa, sem necessidade de comunicado prévio. A participação dele (a) é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido (a) pela pesquisadora. Os resultados da pesquisa estarão a minha disposição e do (a) participante, quando finalizada. O (a) aluno (a) participante não será identificado (a) em nenhuma publicação que possa resultar em o nome ou o material que indique a participação do (a) voluntário (a), não será liberado sem a minha permissão e do (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade. Por fim, sei que eu e o (a) aluno (a) participante, sob minha responsabilidade, teremos a oportunidade para

perguntar sobre qualquer questão que desejarmos, e que todas deverão ser respondidas ao nosso contento.

Assinatura do responsável pelo o (a) aluno (a)

Participante: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Eu, Luciene Nunes da Silva (pesquisadora responsável) declaro que serão cumpridas as exigências contidas nos itens IV. 3 da Res. CNS nº 466/12.

Para esclarecer eventuais dúvidas ou denúncias, ligue para:

Pesquisadora: Luciene Nunes da Silva Telefone: (95) 99121-0056

Pesquisador (Orientador): Prof.º DSc. Oscar Tintorer Delgado Tel: (95) 99138 - 5295.

Comitê de Ética em Pesquisa com seres Humanos-CEP/UERR: Rua Sete de Setembro, nº 231 - Bairro Canarinho (sala 201). Tels: (95) 2121-0953.

Nome do Pesquisador responsável: Luciene Nunes da Silva

Endereço completo: Rua Milão, 768- Centenário- CEP.: 69312-665

Telefone: (95) 99121-0056