



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS**

**A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM  
COM NÚMEROS INTEIROS NAS OPERAÇÕES ARITMÉTICA  
FUNDAMENTADAS EM GALPERIN E MAJMUTOV COM OS  
ESTUDANTES DE 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA ESCOLA  
ESTADUAL FERNANDO GRANGEIRO**

**Francisma de Oliveira Diniz**

---

Dissertação de Mestrado

Boa Vista/RR, Maio de 2019



**FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ**

**A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA NA  
APRENDIZAGEM COM NÚMEROS INTEIROS NAS OPERAÇÕES  
ARITMÉTICA FUNDAMENTADAS EM GALPERIN E MAJMUTOV COM  
OS ESTUDANTES DE 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA  
ESCOLA ESTADUAL FERNANDO GRANGEIRO**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Linha de pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Héctor José Garcia Mendoza

Boa Vista-RR  
2019

**Copyright © 2019 by Francisma de Oliveira Diniz**

Todos os direitos reservados. Está autorizada a reprodução total ou parcial deste trabalho, desde que seja informada a **fonte**.

Universidade Estadual de Roraima – UERR  
Coordenação do Sistema de Bibliotecas  
Multiteca Central  
Rua Sete de Setembro, 231 Bloco – F Bairro Canarinho  
CEP: 69.306-530 Boa Vista - RR  
Telefone: (95) 2121.0945  
E-mail: biblioteca@uerr.edu.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

D585a DINIZ, Francisma de Oliveira.

A atividade de situações problemas na aprendizagem com números inteiros nas operações aritmética fundamentadas em Galperin e Majmutov com os estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental na Escola Estadual Fernando Grangeiro. / Francisma de Oliveira Diniz. – Boa Vista (RR) : UERR, 2019.

180 f. : il. Color. 30 cm.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, sob a orientação do Profº. Dr. Héctor José García Mendoza.

Inclui apêndice.

Acompanha Produto Educacional.

1. Ensino Fundamental II 2. Números inteiros 3. Educação Matemática  
4. Atividades de situações problemas 5. Etapas mentais I. García Mendoza, Héctor José (orient.) II. Universidade Estadual de Roraima – UERR  
III. Título

UERR.Dis.Mes.Ens.Cie.2019.09

CDD – 513 (22. ed.)

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária  
Sônia Raimunda de Freitas Gaspar – CRB 11/273 – RR

FOLHA DE APROVAÇÃO

FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ

Dissertação apresentada ao  
Mestrado Profissional em  
Ensino de Ciências da  
Universidade Estadual de  
Roraima, como parte dos  
requisitos para obtenção do  
título de Mestre em Ensino de  
Ciências.

Aprovado(a) em: 07/05/2019

Banca Examinadora



Prof. Dr. Héctor José García Mendoza  
Universidade Estadual de Roraima- UERR

Orientador



Prof. Dr. Oscar Tintorer Delgado  
Universidade Estadual de Roraima- UERR

Membro Interno



Prof. Dr. José Ivanildo de Lima  
Universidade Federal de Roraima - UFRR

Membro Externo

Boa Vista – RR  
2019

## **DEDICATÓRIA**

Dedico esta dissertação a minha amada mãe, Francisca Rosa, que sempre me incentivou a estudar com suas palavras de sabedoria e amor de mãe.

E em especial, ao meu filho amado Jonas de Oliveira, um presente de Deus maravilhoso que tenho em minha vida e que me fortalece todos os dias.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, quero agradecer a Deus pela força espiritual, esperança e pelas oportunidades que transformaram minha vida e carreira profissional graças ao estudo.

A meu primeiro amor e esposo Jonas Pantoja, pelo incentivo, compreensão e cumplicidade ao longo dessa caminhada. Além disso pela parceria intelectual, estando disposto ajudar e ouvir os conflitos ideológicos que apresentei na produção dos trabalhos, inclusive dando dicas e sendo o ouvinte nos ensaios em casa antes das apresentações dos trabalhos.

Aos meus queridos alunos da Escola Estadual Fernando Granjeiro de Menezes que participaram da pesquisa nessa experiência mutua de aprendizagem por Etapas Mentais.

Aos professores: orientador Dr. Hector e coorientador Dr. Oscar pelo incentivo na aprendizagem das teorias que embasaram este estudo tanto nas aulas das disciplinas do Mestrado quanto no grupo de pesquisa.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima-UERR, por contribuir e compartilhar experiências nesse processo de aprendizagem.

Aos meus amigos e familiares pela compreensão nos momentos que não pude estar presente em função dos trabalhos e estudos dessa jornada de busca de conhecimento.

Meu muito obrigada a todos, que direta ou indiretamente participaram dessa conquista.

## RESUMO

Melhorar a prática do ensino de matemática implica em preparar os alunos para solucionar problemas e, nessa perspectiva, a presente dissertação foi desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciência da Universidade Estadual de Roraima. Evidentemente, que a pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética, e aplicada, em 2018, na escola Estadual Fernando Grangeiro de Menezes, contando com a amostra de 15 alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental II. A pesquisa foi sistematizada a partir do objetivo geral de analisar a aprendizagem da Atividade de Situações Problema com números inteiros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, fundamentada nas teorias de formação por etapas das ações mentais de Galperin, a direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov. A metodologia usada foi a pesquisa-ação com abordagens qualitativa e quantitativa, com ênfase no aspecto qualitativo, mediante os dados coletados com os instrumentos de prova de lápis e papel, autoavaliação, questionário e guia de observação. Os resultados mostraram a contribuição da sequência didática com números inteiros, diante dos avanços satisfatórios dos alunos na zona de desenvolvimento proximal, considerando que no diagnóstico, a amostra apresentou um nível de partida insuficiente para iniciar o estudo com o novo conteúdo. Ao final da sequência didática, de acordo com as análises dos parâmetros das etapas mentais de Galperin: 04 alunos na 1.ª etapa formação da BOA; 09 alunos na 2.ª etapa formação material/materializada e 02 alunos na 3.ª etapa formação verbal externa. Foi construída uma sequência didática, produto desta pesquisa direcionada aos professores e pesquisadores interessados em uma prática inovadora, o estudo permitiu a reflexão, adequação e aplicação de atividades cujos instrumentos facilitam a utilização e acompanhamento do desempenho dos alunos conforme o processo de Ensino por Etapas Mentais.

**Palavras chaves:** Ensino Fundamental II. Números inteiros. Educação Matemática. Atividades de situações problemas. Etapas mentais.

## RESUMEN

La mejora de la práctica de la enseñanza de las matemáticas implica preparar a los alumnos para solucionar problemas y, en esta perspectiva, la presente disertación fue desarrollada en el Máster Profesional en Enseñanza de Ciencia de la Universidad Estadual de Roraima. Evidentemente, que la investigación fue sometida y aprobada por el Comité de Ética, y aplicada, en 2018, en la escuela estatal Fernando Grangeiro de Menezes, contando con la muestra de 15 alumnos del 7º año de la Enseñanza Fundamental II. La investigación fue sistematizada a partir del objetivo general de Analizar el aprendizaje de la Actividad de Situaciones Problema con números enteros en las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división, fundamentada en las teorías de formación por etapas de las acciones mentales de Galperin, la dirección de la actividad de la actividad estudio de Talízina y enseñanza problematizadora de Majmutov. La metodología utilizada fue la investigación-acción con abordajes cualitativo y cuantitativo, con énfasis en el aspecto cualitativo, mediante los datos recolectados con los instrumentos de prueba de lápices y papel, autoevaluación, cuestionario y guía de observación. Los resultados mostraron la contribución de la secuencia didáctica con números enteros, ante los avances satisfactorios de los alumnos en la zona de desarrollo proximal, considerando que en el diagnóstico, la muestra presentó un nivel de partida insuficiente para iniciar el estudio con el nuevo contenido. Al final de la secuencia didáctica, de acuerdo con los análisis de los parámetros de las etapas mentales de Galperin: 04 alumnos en la 1ª etapa formación de la BOA; 09 alumnos en la segunda etapa formación material / materializada y 02 alumnos en la 3ª etapa formación verbal externa. Se construyó una secuencia didáctica, producto de esta investigación dirigida a los profesores e investigadores interesados en una práctica innovadora, el estudio permitió la reflexión, adecuación y aplicación de actividades cuyos instrumentos facilitan la utilización y seguimiento del desempeño de los alumnos conforme el proceso de Enseñanza por Etapas Mentales .

**Palabras claves:** Enseñanza Fundamental II. Números enteros. Educación Matemática. Actividades de situaciones problemáticas. Etapas mentales.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - A direção cíclica do ensino .....	39
Figura 2 - Reta numérica .....	42
Figura 3 – Procedimentos Metodológicos Misto da Pesquisa.....	45
Figura 4 - Venezuelanos no posto de fiscalização da PF em Pacaraima .....	62
Figura 5 - Pessoas viajando .....	64
Figura 6 - Professora.....	66
Figura 7 - Dados.....	68
Figura 8 - Homem mergulhando .....	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Situação hipotética com temperatura .....	40
Tabela 2 - Parâmetros, variáveis e indicadores quantitativos e qualitativos. ....	51
Tabela 3 - Desempenho por ações na prova diagnóstica na tarefa T1 .....	76
Tabela 4 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T2.....	77
Tabela 5 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T3.....	79
Tabela 6 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T4.....	82
Tabela 7 - Respostas dos alunos para as dificuldades nas Tarefas T1 na autoavaliação .....	94
Tabela 8 - Respostas dos alunos para as dificuldades das Tarefas T2, T3 e T4 na autoavaliação: .....	95
Tabela 9 - Resultados do questionário Q1, Q2, Q3.....	96
Tabela 10 - Resultados do questionário Q4 e Q5 .....	97
Tabela 11 - Resultados do Questionário Q6 e Q7.....	98
Tabela 12 - Resultados do Questionário Q8 e Q9.....	99
Tabela 13 - Desempenho por indicadores dos alunos na T5 .....	104
Tabela 14 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T6.....	105
Tabela 15- Desempenho por indicadores dos alunos na T7 .....	109
Tabela 16 - Desempenho por indicadores dos alunos na T8 .....	111
Tabela 17 - desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T9.....	117
Tabela 18 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T10.....	121
Tabela 19 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T11 .....	125
Tabela 20 - desempenho por indicadores das ações dos alunos na T12 .....	129
Tabela 21 - Qualidade das ações com algumas categorias primárias e secundárias .....	135

Tabela 22 - Etapas mentais que os alunos estava segundo a prova formativa. ....	137
Tabela 23 - Qualidade das ações com algumas categorias primárias e secundárias na Final .....	138
Tabela 24 - Etapas mentais que os alunos chegaram no final (SD).....	147
Tabela 25 - desempenhos por indicadores dos alunos na T13 .....	150
Tabela 26 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T14 .....	155
Tabela 27 - Desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T15 .....	159
Tabela 28 - Desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T16 .....	161

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação da base orientadora da ação.....	24
Quadro 2 - Habilidades e Objetos de conhecimento .....	29
Quadro 3 - Exemplo de problema que contempla a ASP de números inteiros.....	35
Quadro 4 - Perguntas de orientação para 1. <sup>a</sup> ação .....	36
Quadro 5 - Perguntas de orientação para 2. <sup>a</sup> ação .....	37
Quadro 6 - Perguntas de orientação para 3. <sup>a</sup> ação .....	37
Quadro 7 - Perguntas de orientação para 4. <sup>a</sup> ação .....	38
Quadro 8 - Ações do professor e Estudante com a ASP para números inteiros.....	48
Quadro 9 - Propriedades Primárias das Ações para determinar as etapas mentais .	49
Quadro 10 - Propriedades Secundárias para determinar a qualidade das ações .....	50
Quadro 11 - Parâmetros de classificação das Etapas Mentais .....	50

## LISTAS DE IMAGENS

Imagem 1 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T1.....	76
Imagem 2 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T2.....	78
Imagem 3 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T3.....	80
Imagem 4 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T4.....	83
Imagem 5 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos por média das ações.....	84
Imagem 6 - Frequência de desempenho por média das ações da amostra.....	85
Imagem 7 - solução do A6 para T1 na prova diagnóstica .....	86
Imagem 8 - Solução do A6 para tarefa T2 na prova diagnóstica.....	86
Imagem 9 - Solução do A6 para tarefa T3 na prova diagnóstica.....	88
Imagem 10 - Solução do A6 para tarefa T4 na prova diagnóstica.....	88
Imagem 11 - Solução do A2 para tarefa T1 na prova diagnóstica.....	90
Imagem 12 - Solução do A2 para tarefa T2 na prova diagnóstica.....	91
Imagem 13 - Solução do A2 para tarefa T3 na prova diagnóstica.....	92
Imagem 14 - Solução do A2 para a tarefa T4 na prova diagnóstica.....	93
Imagem 15 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T5.....	104
Imagem 16 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T6.....	107
Imagem 17 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T7.....	109
Imagem 18 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T8.....	111
Imagem 19 - Gráfico de comparativo de média das ações da amostra na prova diagnóstica e formativa .....	113
Imagem 20 - Gráfico e tabela da frequência por média das ações .....	115
Imagem 21 - gráfico e tabela de desempenho dos alunos na T9.....	118
Imagem 22 - Gráfico e tabela de desempenho dos alunos na T10 .....	123

Imagem 23 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T11.....	126
Imagem 24 - Problema elaborado por A5 na T11 da Final.....	127
Imagem 25 - Problema elaborado por A9 na T11 da Final.....	127
Imagem 26 - Problema elaborado por A4 na T11 da Final.....	128
Imagem 27 - Problema elaborado por A7 na T11 da Final.....	128
Imagem 28 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T12.....	130
Imagem 29 - Comparativo de médias por ações da Formativa e Final .....	131
Imagem 30 - Frequência por média das ações .....	132
Imagem 31 - Gráfico por etapas mentais segundo a prova formativa .....	138
Imagem 32 - Solução nível médio de abstração do A1 p/ T10 com as quatro ações na final.....	141
Imagem 33 - Solução nível médio de abstração do A1 p/ T12 a 4. <sup>a</sup> ação na final ..	141
Imagem 34 - Solução nível pouco de abstração do A14 p/ T10 as 4 ações na final .....	142
Imagem 35 - Solução nível pouco de abstração do A14 p/ T12 as 4 ações na final .....	142
Imagem 36 - Solução utilizando (BOA 3) do A5 na T9 na Final .....	144
Imagem 37 - Solução utilizando (BOA 3) do A5 na T10 na Final .....	145
Imagem 38 - Solução nível alto em detalhamento do A1 para T5 com a 4. <sup>a</sup> ação na formativa.....	146
Imagem 39 - Solução nível médio em detalhamento do A1 p/ T12 com a 4. <sup>a</sup> ação na Final .....	146
Imagem 40 - Gráfico por etapas mentais na final.....	149
Imagem 41 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos T13.....	152
Imagem 42 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T14.....	157

Imagem 43 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T15.....	160
Imagem 44 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T16.....	162
Imagem 45 - Comparativo por aluno nas quatro ações na final e pós-teste. ....	163
Imagem 46 - Comparativo da amostra (turma) por média das ações na final e pós-teste Fonte: Provas pós-teste e final aplicadas aos alunos.....	164
Imagem 47 - Frequência por média das ações Pós-teste .....	165
Imagem 48 - Gráfico da turma por média das ações da ASP em todas provas .....	166

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ASP – Atividade de Situações Problema

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

BOA – Base Orientadora da Ação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SD – Sequência Didática

RP – Resolução de Problema

SP – Situação Problema

N – Números Naturais

Z – Números Inteiros

PF – Polícia Federal

PPGEC – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da UERR

UERR – Universidade Estadual de Roraima

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	17
<b>CONTEXTO</b> .....	17
<b>APRESENTAÇÃO DA PESQUISA</b> .....	17
<b>PROBLEMATIZAÇÃO</b> .....	18
<b>OBJETIVO GERAL</b> .....	18
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b> .....	18
<b>HIPÓTESE</b> .....	18
<b>CAPÍTULO I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	19
<b>1.1 AS CONTRADIÇÕES DO CONHECIMENTO NO ENSINO</b> .....	19
<b>1.2 A IMPORTÂNCIA DO DESENVOLVIMENTO DO ALUNO NA RELAÇÃO COM O MUNDO</b> .....	22
<b>1.3 AS AÇÕES MENTAIS PARA CONDUZIR A APRENDIZAGEM</b> .....	25
<b>1.4 O PROBLEMA DOCENTE</b> .....	27
<b>CAPÍTULO II: DIDÁTICA NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS</b> .....	29
<b>2.1 O QUE SE ESPERA NA DIDÁTICA COM NÚMEROS INTEIROS</b> .....	29
<b>2.2 O CONTEÚDO DE NÚMEROS INTEIROS</b> .....	30
<b>2.3 A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COM NÚMEROS INTEIROS</b> ..	34
<b>2.4 A DIREÇÃO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COM NÚMEROS INTEIROS</b> .....	38
<b>CAPÍTULO III: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	43
<b>3.1 CONTEXTO DA PESQUISA</b> .....	43
<b>3.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA</b> .....	44
<b>3.3 SEQUÊNCIA DA PESQUISA</b> .....	44
<b>3.4 PESQUISA MISTA – QUALITATIVA E QUANTITATIVA</b> .....	47
3.4.1 CATEGORIA QUALITATIVA DE ANÁLISE E VARIÁVEIS .....	47
3.4.2 CATEGORIA QUANTITATIVA DE ANÁLISE E VARIÁVEIS .....	51
<b>3.5 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS</b> .....	52
3.5.1 INSTRUMENTO DE DIAGNÓSTICO (PROVA DE LÁPIS E PAPEL).....	53
3.5.2 INSTRUMENTO DE DIAGNÓSTICO (AUTOAVALIAÇÃO) .....	56
3.5.3 INSTRUMENTO DE DIAGNÓSTICO (QUESTIONÁRIO) .....	57

3.5.4 INSTRUMENTO NA FORMATIVA (PROVA DE LÁPIS E PAPEL).....	61
3.5.5 INSTRUMENTO DA FORMATIVA E FINAL (GUIA DE OBSERVAÇÃO).....	66
<b>3.5.6 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO FINAL (PROVA DE LÁPIS E PAPEL) ..</b>	<b>67</b>
3.5.7 INSTRUMENTO NO PÓS-TESTE (PROVA DE LÁPIS E PAPEL).....	71
<b>CAPÍTULO IV: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>75</b>
<b>4.1 RESULTADOS COLETADOS COM A PROVA DIAGNÓSTICA .....</b>	<b>75</b>
<b>4.2 RESULTADOS COLETADOS COM A AUTOAVALIAÇÃO NO DIAGNÓSTICO .....</b>	<b>94</b>
<b>4.3 RESULTADOS COLETADOS COM O QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO.....</b>	<b>96</b>
<b>4.4 O PLANEJAMENTO APÓS O DIAGNÓSTICO .....</b>	<b>100</b>
4.4.1 Retroalimentação das Operações Aritméticas .....	100
<b>4.5 FORMAÇÃO DA BASE ORIENTADORA DA AÇÃO .....</b>	<b>101</b>
<b>4.6 FORMAÇÃO MATERIAL/MATERIALIZADA .....</b>	<b>102</b>
<b>4.7 RESULTADOS DA PROVA FORMATIVA .....</b>	<b>103</b>
<b>4.8 CONTRIBUIÇÃO DA BASE ORIENTADORA DAS AÇÕES DA ASP COM INTEIROS.....</b>	<b>113</b>
<b>4.9 FORMAÇÃO VERBAL EXTERNA .....</b>	<b>115</b>
<b>4.10 FORMAÇÃO VERBAL EXTERNA PARA SI .....</b>	<b>116</b>
<b>4.11 RESULTADOS DA PROVA FINAL.....</b>	<b>117</b>
<b>4.12 DETERMINANDO A ETAPA MENTAL DOS ALUNOS .....</b>	<b>134</b>
4.12.1 Etapa Mental Com Dados Da Prova Formativa .....	134
4.12.2 Etapas mentais que os alunos chegaram ao final da sequência didática com dados da prova final.....	138
<b>4.13 contribuição da sequência didática com inteiros na aprendizagem dos alunos..</b>	<b>149</b>
4.13.1 Resultados da prova pós-teste .....	150
4.13.2 Discussão dos resultados e a contribuição como produto .....	162
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>167</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>170</b>
<b>APÊNDICE .....</b>	<b>172</b>
<b>ANEXO .....</b>	<b>179</b>

## **INTRODUÇÃO**

### **CONTEXTO**

A Matemática, como sabemos, é essencial para a formação do aluno e, historicamente, ela surgiu para resolver problemas do cotidiano. No entanto, na escola, nem sempre se direciona o ensino da matemática para a compreensão de situações concretas ou se estabelece relação com outras áreas de conhecimento. Planejar uma aula interessante que possibilite aprendizagem requer muito mais que simplesmente criar atividades ou objetivos, é antes de tudo um ato investigativo em busca constante de solucionar problemas que não se resume, exclusivamente, aos conhecimentos da matéria que se leciona, para compreender melhor os problemas são necessários embasamentos de diversas áreas que contribui com processo educacional, como: fundamentos filosóficos, psicológicos e didáticos.

De forma a contribuir com aprendizagem dos alunos em um processo de assimilação cognitiva de conceitos, operações e desenvolvimento do pensamento numérico na resolução de problemas ou compreensão do que o cerca, surgiu, então, a escolha do tema da pesquisa com a minha participação no grupo de pesquisa da Universidade Estadual de Roraima –UERR –, coordenado pelos professores Dr. Héctor José Garcia Mendoza e o Dr. Oscar Tintorer Delgado. O ingresso no grupo de Pesquisa de Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática ocorreu a partir da minha aprovação no curso de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências. O referido curso me possibilitou conhecer as teorias de aprendizagens e a Metodologia de Resolução de Problemas.

### **APRESENTAÇÃO DA PESQUISA**

Este trabalho faz parte da linha de pesquisa Métodos pedagógicos e tecnologias digitais no Ensino de Ciências, é de natureza pesquisa-ação, tendo enfoque principal a análise qualitativa, com complementação quantitativa. Realizado, no período de 09 de março a 26 de julho, na escola Estadual Fernando Grangeiro de Menezes, tendo como público alvo uma amostra de 15 alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental II.

Para a análise da unidade foram destacados a aprendizagem dos alunos em relação aos conteúdos de números inteiros: na adição, subtração, multiplicação e divisão, estabelecendo na

organização de dados e análises de resultados as conexões com o contexto teórico: filosófico, psicológico, didático e metodológico abordados na pesquisa.

### **PROBLEMATIZAÇÃO**

A utilização da Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino envolvendo números inteiros fundamentada nas teorias de formação por etapas das ações mentais de Galperin, na direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov contribuem para aprendizagem de desenvolvimento mental nos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental II na escola Estadual Fernando Grangeiro?

### **OBJETIVO GERAL**

Analisar a aprendizagem da Atividade de Situações Problema com números inteiros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, fundamentada nas teorias de formação por etapas das ações mentais de Galperin, a direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Diagnosticar o nível de partida da atividade de situações problema com números inteiros.
- Analisar a contribuição da base orientação da ação da atividade de situações problema com números inteiros.
- Determinar em que etapa mental os estudantes chegaram após a utilização da sequência didática.
- Verificar a contribuição da sequência didática proposta com números inteiros na aprendizagem como produto educacional.

### **HIPÓTESE**

A Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino envolvendo números inteiros fundamentada nas teorias de formação por etapas das ações mentais de Galperin, na direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov contribuem para aprendizagem de desenvolvimento mental nos estudantes do 7.º Ano do Ensino Fundamental na escola Estadual Fernando Grangeiro.

O primeiro capítulo está dividido em: fundamentos Filosóficos ressaltando o materialismo dialético que trata do reflexo, contradição e consciência do homem; fundamentos Psicológicos, tratando dos níveis de capacidade real e potencial que precisam ser mediados na zona de desenvolvimento proximal por meios de atividades de ensino, explanados na teoria geral da direção de ensino, destacando a teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin; e fundamentos didáticos com Ensino problematizador, tendo em vista a implicação dos problemas docentes na aprendizagem segundo a concepção de Majmutov.

O segundo capítulo é enfatizado as orientações e recomendações da Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares Nacionais para os alunos do 7.<sup>a</sup> ano na aprendizagem envolvendo os números inteiros. Em seguida, abordados alguns fundamentos e propriedades com números inteiros, sendo exemplificado com resolução de situações problemas envolvendo tais números de acordo com as caracterizações utilizadas na proposta didática.

O terceiro capítulo aborda os procedimentos metodológicos aplicados, envolvendo contexto, caracterização da pesquisa-ação com enfoque qualitativo e quantitativo, apresentação dos instrumentos de diagnósticos, validação e sequência da pesquisa.

E no quarto e último capítulo, apresenta-se a sequência das análises e discussões dos resultados de cada um dos momentos da pesquisa como: análise da prova diagnóstica; análise da base orientadora; formação das ações mentais; resultado da prova final das sequências didáticas, pós-teste e contribuição como produto educacional para aprendizagem de números inteiros.

## **CAPÍTULO I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **1.1 AS CONTRADIÇÕES DO CONHECIMENTO NO ENSINO**

Na dinâmica da vida, enquanto nos percebemos sujeito, está repleto de contradições entre o racional e a realidade como Chinazzo (2013) aborda sobre a dialética dos seus primeiros passos a partir do método dialético de Sócrates, apesar de não deixar nada escrito. Nesse método, a proposta de Sócrates estava em direcionar o pensamento para essências das coisas, promovendo uma discussão com o interlocutor, em que o filósofo onde o mesmo manifestava

o conhecimento oculto em seu interior, se origina através do diálogo com perguntas formuladas adequadamente levando-o a revelação da verdade.

Somente a partir da Idade Moderna que realmente a dialética passou a ganhar mais espaço entre os pensadores (CHINAZZO, 2013) encontrando terra firme em diversos momentos da reflexão filosófica, principalmente com o alemão Georg Hegel, considerado o criador da dialética moderna. Para Hegel, a contradição era a fonte de todo movimento e da vida, configuradora da substância da realidade, em uma identificação do racional e com real. Sendo mais tarde base para a filosofia marxista conhecido como materialismo dialético.

No entanto, é o materialismo dialético que realmente interessa a essa pesquisa, pois é através deste que se explica a lógica dos fenômenos da natureza e das funções superiores do ser humano em sociedade dessa forma para Alexandre Cheptulin (1982) o materialismo dialético significa o estudo das formas gerais do ser, dos aspectos e sobre tudo, das leis do reflexo da realidade na consciência do homem, no qual a última é um aspecto e uma condição de fundamental importância para atividade criadora, capaz de orientar o indivíduo a realidade, transformando-o de forma criativa. Tornando imprescindíveis a análise das categorias fundamentais da lógica dialética que são: reflexo, contradição e consciência.

Nesse sentido, as metodologias e práticas pedagógicas de ensino em matemática também devem ser refletidas e repensadas em todos seus aspectos, ressaltando Majmutov (1983) que as contradições são parte da própria essência humana que se revela através da lógica dialética como método do conhecimento da realidade. Portanto, as contradições do processo de ensino e aprendizagem faz parte do reflexo da sociedade e ambiente, que se manifesta nas ações dos alunos e professores que ressaltam olhar sempre à frente para possíveis soluções dos problemas que se manifestam na realidade escolar.

No Ensino da Matemática, a contradição se manifesta de muitas formas ou situações, nas quais podemos descrever, tais como: o professor ensina, mas o aluno não aprende; o professor ministra conteúdos que não tem domínio; o aluno não consegue resolver um problema porque o conhecimento teórico que tem em sua zona real não corresponde ao procedimental; o aluno realiza as operações, mas não consegue resolver o problema e assim por diante. Todavia às vezes apontar um culpado é mais fácil do que mudar as atitudes e ações.

Por outro lado, o fazer e o saber transformam, desse modo a solução não está em procurar culpados, mas garantir a junção dessas contradições como energia de desenvolvimento por meio de problemas. Tendo em vista o problema docente que envolve a contradição entre o conhecimento do aluno e o objeto a ser conhecido, impulsionando as condições de desenvolvimento cognitivo e de consciência do aluno, pois essa cria oportunidade de questionamentos, curiosidades e investigação, fazendo do aluno um participante na aprendizagem, e não mais, mero receptor em aulas expositivas.

De acordo com Smirnov et. al. (1960) a capacidade do cérebro humano para refletir a realidade na forma das sensações, percepções e pensamento é resultado de um desenvolvimento prolongado da matéria viva altamente organizada.

Isso reflete em sua forma mais simples e elementar, que aparece e desenvolve com base na irritabilidade, uma propriedade inerente a todos os organismos vivos, manifesta-se na capacidade do organismo de responder a uma ou outra influência do ambiente com processos que mantêm sua vida, com uma mudança de substâncias entre eles e o ambiente.

Na etapa inicial do desenvolvimento da reflexão do ambiente externo nos animais dá-se através da análise elementar, na capacidade de separar diferentes influências que orientam o animal no ambiente externo. Estas etapas nos animais respondem a estímulos isolados que desempenham um papel de sinais e orientação do seu comportamento (Smirnov et. al, 1960).

Sendo assim, as atividades humanas em sociedade é fundamental para o desenvolvimento do ser humano, já que foi por meio desta que surgiu a linguagem e, conseqüentemente, a consciência. Conforme Smirnov et. al. (1960) no estudo da evolução das funções cerebrais quanto mais complicada é a estrutura ou a maneira de viver dos animais, mais refletem perfeitamente este meio exterior;no entanto, o homem comparado aos demais animais apresenta uma forma de reflexão diferente e mais elevada sobre a reflexão da realidade, devido ao surgimento da consciência, por apresentar uma nova forma mais qualitativamente na reflexão da realidade objetiva. Na qual, a consciência inividual acontece no processo de assimilação das representações dos conceitos e ponto de vista elaborada pela sociedade.

Em relação aos conceitos, é necessario explanar que a organização e a assimilação destes, na escola, durante o processo de aprendizagem, devem ser tratadas de forma intencional

e planejada, porque a assimilação de conceitos requer bem mais que a simples apresentação de conteúdos em uma aula expositiva ou uma aplicação prática. Abrangendo sobre todos os conhecimentos relacionados ao conteúdo dos conceitos em diferentes situações práticas, vivenciadas em seu ambiente natural e social, sabendo identificar as diferenças e semelhanças entre os conceitos próximos e contrários de um mesmo tema na solução de problemas, de forma que “a compreensão consista em esclarecer os fundamentos lógicos a partir do que se é pensado” (SMIRNOV, 1960, p. 253).

## **1.2 A IMPORTÂNCIA DO DESENVOLVIMENTO DO ALUNO NA RELAÇÃO COM O MUNDO**

A escola é um espaço fundamental na formação do aluno, por isso o funcionamento psíquico também deve ser levado em consideração nas intervenções pedagógicas. Pensando nessa perspectiva, Vygotsky busca na teoria Histórico Cultural explicar o funcionamento psicológico do ser humano que se dá em quatro entradas do desenvolvimento: ontogênese, sociogênese, filogênese e microgênese, destacando a importância da linguagem e da aprendizagem no desenvolvimento individual resultante do processo Sócio Histórico, no qual, a construção do conhecimento é realizada através da mediação nas relações com outros sujeitos, por meios de instrumentos e signos, enquanto a linguagem proporciona a formação das funções mentais superiores constituídas socialmente e transmitidas culturalmente.

Para Vygotsky explicado por Oliveira (2010, p.24), no desenvolvimento do indivíduo, “o cérebro [...] é um sistema aberto, de grande plasticidade, cuja estrutura e modos de funcionamento são moldados ao longo da história da espécie e o desenvolvimento individual”, por meio de mediadores como os instrumentos (elementos externos ao indivíduo) e os signos (instrumentos psicológicos - internos). Através dos signos, a utilização de marcas externas vai se transformando em processos internos.

Diante desse desenvolvimento do indivíduo e sua relação com o ambiente no processo histórico cultural, existem dois níveis de capacidade: o real adquirido ou formado - é o que o aluno é capaz de aprender sozinho; e o potencial – capacidade de aprender com outra pessoa, porém quando a aprendizagem interage com o desenvolvimento possibilita diminuir a distância entre aquilo que o aluno sabe e é capaz de fazer sozinho com a intervenção de outros. Sendo assim, a intervenção pedagógica na zona de desenvolvimento proximal é primordial para

desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Para Oliveira (2010) é na zona de desenvolvimento proximal que a interferência de outros é mais transformadora, pois é a ação externa que beneficia e desencadeia processos ainda não iniciados.

Nos estudos de Oliveira (2010) a teoria da atividade de Leontiev pode ser considerada um desdobramento dos postulados básicos de Vygotsky, em especial na relação homem e mundo construído historicamente e mediada por instrumentos, logo Leontiev diz que as atividades humanas são formas de relação do homem com o mundo, dirigidos por motivos e por fins a serem alcançados, agindo de forma intencional por meios de ações planejadas, demonstrando uma capacidade de consciência na formulação e perseguição dos objetivos, distinguindo, então, o homem dos demais animais.

Inclusive Oliveira (2010) destaca Leontiev na teoria da atividade onde o mesmo distinguiu três níveis de funcionamento: atividade propriamente dita (realização de uma atividade em si), as ações (processos cujo objeto e motivo não coincidem) e as operações (aspectos práticos da realização das ações, condições de efetivação e procedimentos).

Nas atividades humanas, cada pessoa é responsável de realizar uma parte específica da tarefa, por meio de ações planejadas e dirigidas com metas e objetivos a serem alcançados, assim a satisfação da necessidade do grupo por meio do resultado da atividade também leva a satisfação das necessidades individuais, partindo da concepção de que “[...] a ação individual em si é insuficiente como unidade de análise: sem inclusão num sistema coletivo de atividade, a ação individual fica destituída de significado” (OLIVEIRA, 2010, p. 100), pois as ações individuais são de cooperação social, só tendo sentido se observado em grupo e não isoladamente. No contexto escolar, esse olhar é indispensável, já que o aluno também é parte de uma cooperação social, mediado com instrumentos e signos de uma relação homem e mundo construído historicamente.

Diante do exposto, é necessário refletir que “o resultado do ensino é antes de tudo, a formação de diferentes tipos de atividades cognitivas e de seus elementos: conceitos, representações e ações mentais” (TALIZINA, 2000, p. 110), através da assimilação de Galperin que fala das ações mentais por etapas é possível discutir, planejar e conduzir a aprendizagem por meio de ações de internalização da atividade externa, sequenciando as seguintes etapas: motivacional, formação da Base Orientadora da Ação (BOA), formação da ação no plano

material ou materializado, formação da ação no plano da linguagem externa e formação da ação no plano mental.

Desse modo, a (BOA) está classificada em “três tipos básicos”: o primeiro tipo se caracteriza pela estrutura incompleta da base orientadora, sendo nas orientações particulares em que os alunos identifica as ações através de tentativas e erros, tornando o processo da formação das ações mais lenta; o segundo tipo se caracteriza pela presença de todas as condições necessárias para realização correta da ação, com preparação e sem mudança nas condições de orientação ao participante, assim, a frequência na realização da ação torna a formação mais sólida, rápida e sem erros; o terceiro tipo possui uma estrutura mais completa, com a orientação geral de uma classe de fenômenos do conteúdo, com a formação independente e a mediação de um método geral apresentado, que contribui para uma formação sólida, rápida, sem erros, mais estável e amplo nos procedimentos de resolução da tarefa (TALÍZINA, 2000).

Na caracterização geral dos tipos de BOA, são considerados como parâmetros de diferenciação a generalidade, o caráter completo ou incompleto e o meio de obtenção da base orientadora da ação, com base nesses parâmetros Talízina (1988) classifica as BOAs em:

Quadro 1 - Classificação da base orientadora da ação

Tipo	Características de generalização	Caráter completo ou incompleto	Meio de obtenção
<i>BOA<sub>1</sub></i>	Concreta	Incompleto	Independente
<i>BOA<sub>2</sub></i>	Concreta	Completo	Dependente
<i>BOA<sub>3</sub></i>	Generalizada	Completo	Independente
<i>BOA<sub>4</sub></i>	Generalizada	Incompleto	Dependente
<i>BOA<sub>5</sub></i>	Generalizada	Incompleto	Dependente
<i>BOA<sub>6</sub></i>	Generalizada	Incompleto	Independente
<i>BOA<sub>7</sub></i>	Concreta	Completo	Independente
<i>BOA<sub>8</sub></i>	Concreta	Incompleto	Dependente

Fonte: Adaptado pela pesquisadora de (TALÍZINA, 1988)

Talízina (2000) recomenda que antes de organizar atividades para os alunos, em cada uma das etapas, o professor deve se preocupar com os motivos os quais garantam que o aluno

aceite os conhecimentos e as habilidades planejadas, lembrando sempre que a motivação cognitiva é uma via muito efetiva para impulsionar o aluno à aprendizagem, devendo estar presente no início, durante e no final do processo de assimilação.

Na etapa da formação da base orientadora, o aluno terá a possibilidade de conhecer novas atividades e conhecimentos, tendo o professor o papel de explicar, mostrar e acompanhar a fixação externa, concreta e da atividade formada durante o processo de solucionar os problemas em estudo, de forma que o aluno aprenda o conteúdo e, principalmente, a solucionar corretamente os problemas identificando os sistemas de características necessárias e suficientes que caracterizam um conceito, fenômeno ou objeto em questão.

Núñez (2015) e Talízina (2009) destacam que as características da ação estão classificadas em primárias e secundárias. A primária - pertencente ao grupo das propriedades fundamentais como forma, grau de generalização, grau de detalhamento e grau de assimilação. Enfatizando que a ação primária formal se divide em: material ou materializada, ação mostrada ao aluno através de objetos reais ou esquemas, modelos e etc., ou seja, na forma materializada/perceptiva, ações que abordam os sentidos; verbal externa, ação produtiva por meio da linguagem ou escrita; mental, na qual o sujeito realiza a ação para si.

Enquanto que as secundárias são consequências da primária, ou seja, não tem formação direta, sendo de caráter razoável, consciente, abstrato e solidez. Através da forma da ação é possível caracterizar o nível de apropriação do aluno ao passar pelo processo de transformação externa (material) à interna (mental), em que a linguagem externa é uma etapa entre estas, ampliando as potencialidades para novos conhecimentos e atividades a serem aprendidas.

### **1.3 AS AÇÕES MENTAIS PARA CONDUZIR A APRENDIZAGEM**

Segundo Talízina citado por Rodrigues e Ferreira (2013) o processo de assimilação da ação mental de Galperin está relacionado à ação de orientação, execução e controle/correção, em síntese, as etapas apresentam as seguintes definições:

Etapa Motivacional – etapa zero, não há nenhum tipo de ação a ser executada e tem como objetivo preparar os alunos para assimilarem os novos conhecimentos.

Etapa da formação da BOA – constitui o modelo da atividade, o projeto de ação, situando-se entre o sujeito e o objeto da ação, tendo como principal objetivo mediar a relação entre a ação e a resolução da situação-problema, com ênfase no compreender.

Etapa de formação da ação no plano material ou materializado – nessa etapa, o aluno começa a realizar a ação no plano externo, de forma detalhada. Ele deve realizar as ações utilizando como apoio os esquemas da BOA e o professor tem a tarefa de controlar o cumprimento de cada uma das operações, enfatizando o saber fazer as ações.

Etapa de formação da ação no plano da linguagem externa – os elementos da ação são representados na forma verbal, não sendo mais utilizados apoios externos. O aluno deve operar com signos, refletindo e estabelecendo conexões completas e resolvendo tarefas teóricas complexas, sendo a ênfase dessa etapa no saber explicar.

Etapa de formação da ação no plano mental – a linguagem se transforma em função mental interna, cujos traços essenciais dos conceitos devem ser expressos sob a forma de signos, fomentando o processo de interiorização da atividade externa em interna, manifestando-se na habilidade de transferir as ações e objeto de estudo às novas situações.

É necessário lembrar que na etapa da formação da BOA, a realização de um diagnóstico para determinar os conhecimentos prévios dos alunos é indispensável, pois só a partir desse tornar-se-á possível um planejamento de uma proposta da atividade eficiente, identificando o nível de partida e potencialidade a ser alcançada, entrando em cena a importância da zona de desenvolvimento proximal na ação de intervenção pedagógica, para beneficiar e desencadear processos ainda não iniciados na aprendizagem de conhecimentos e atividades novas, mantendo sempre a motivação dos alunos através da resolução de problemas ou atividades que estimule e aguace a curiosidade na busca de solucionar as tarefas propostas.

**Nesta pesquisa, as Etapas Mentais consideradas para intervenção pedagógica foram:**

A Etapa zero: motivacional que é realizada a partir de problemas que despertem no aluno a busca pelo conhecimento para contribuir na resolução do problema; a Etapa 1 está na formação da BOA para problemas com números inteiros envolvendo as 4 operações básicas, no caso para levar o aluno a solucionar a tarefa; Etapa 2, a formação material/materializada da BOA mediada pela professora, para o aluno realizar as ações propostas conforme as

necessidades das tarefas planejadas; Etapa 3, a formação verbal externa voltada a desenvolver a habilidade de o aluno utilizar as ações da BOA com certa autonomia, na forma verbal ou escrita, ao explicar, sendo os erros e ações observados e regulados pelo mediador e aluno; e Etapa 4: formação da verbal externa para si – o aluno realiza ações da terceira etapa, de forma internalizada e autônoma, generalizando o conhecimento de números inteiros a novas situações, ou seja, transferindo o conhecimento.

Nas Atividades de Situação Problema (ASP), a proposta está constituída de quatro ações adaptadas de Mendoza e Delgado (2011), nos quais as ações originais são a: 1.<sup>a</sup> ação: compreender o problema, 2.<sup>a</sup> ação: construir o modelo matemático, 3.<sup>a</sup> ação: solucionar o modelo matemático e 4.<sup>a</sup> ação: Interpretar a solução do problema. Consideram-se as ações de orientações fundamentais para esse processo, pois através destas, serão conectadas as propriedades essenciais do conteúdo, a propriedade primária e secundária para a transformação de ações externas em internas de acordo com a passagem de uma Etapa Mental para a outra.

#### **1.4 O PROBLEMA DOCENTE**

Os fundamentos didáticos é uma área do conhecimento imprescindível à mediação entre teoria e prática do professor, pois só a prática em si não é suficiente para solucionar e compreender o problema docente (problema de ensino e aprendizagem) no cotidiano da sala de aula. É preciso que o professor saia de sua zona de conforto, buscando fundamentos teóricos e didáticos para promover ações de qualidade no processo de ensino, de forma que este reflita e compreenda os fenômenos envolvidos no ato de ensinar e aprender no ambiente histórico cultural de uma sociedade em constante transformação.

Majmutov (1983) em caráter geral dividiu os problemas docentes em três tipos: Problemas práticos – quando o professor desconhece os procedimentos para aplicar os conhecimentos em uma situação nova; Problemas científicos – quando se desconhece os princípios e conceitos da ciência necessários para solucionar um problema; e por fim, os problemas dos reflexos artísticos da realidade – quando se desconhece as formas e procedimentos emocionais metafóricos da ação.

Diante dessa perspectiva, os problemas docentes devem ser encarados como impulsores de investigação em uma reflexão da ação e prática, estando o professor sempre atento durante

o processo de ensino para identificar os problemas que estão causando obstáculos na aprendizagem dos alunos, de acordo com a tradução da didática de Majmutov (1983) os problemas docentes podem ser classificados a partir dos seguintes fundamentos:

a) de acordo com a esfera e o lugar de surgimentos – dividido em problemas intermediários dentro do espaço escolar e problemas extraclases no espaço externo a escola em experiências cotidianas;

b) de acordo com o papel que desempenha no processo de ensino – dividido em fundamentais, quando o professor levanta questões sobre um tema ou classe e particulares, em que é acessível às etapas de solução da questão;

c) em dependência da importância social e pedagógica – divide-se em docente-teóricos, docente-práticas, sociológico-práticos e científicos;

d) e de acordo com os procedimentos de organização do processo de solução, divide-se em frontal por grupos, onde a solução é realizada em grupo ou equipe e frontal individual, em que o aluno soluciona os problemas sem nenhuma ajuda.

Em relação aos tipos de situações problemas docentes, são constituídas a partir das bases diferentes de variedades de contradições entre o conhecido e o desconhecido, conforme relata Majmutov (1983) baseado na proposta de T. V. Kudriavtsev, elas surgem quando:

a) nos casos que se descobre a falta de correspondência entre os sistemas de conhecimentos que os alunos já têm e os requisitos que se planeja para solucionar uma nova tarefa docente;

b) se possibilita a criação de situações problemas que garanta ao aluno a selecionar e utilizar o sistema de conhecimentos necessários e único para solucionar a tarefa;

c) os alunos se encontram em condições práticas novas para utilizar os conhecimentos prévios;

d) existe a contradição entre a possibilidade teórica para resolver a tarefa e a impossibilidade prática do procedimento selecionado;

e) há na possibilidade de criar uma série de situações problemas especiais, durante a formação das representações de espaços, garantindo pelo fato de entre o aspecto exterior das

ideias técnicas esquemáticas com o caráter de princípio e apresentação construtiva de um dispositivo técnico concreto não existir uma correspondência;

f) no surgimento de uma série de situações problemas (assim o mesmo pode na esfera de operação das representações, das relações e das dependências de espaço) também pode ser assegurado pelo fato de muitas imagens esquemáticas estáticas exigirem, durante a sua leitura, a operação com imagens dinâmicas.

## **CAPÍTULO II: DIDÁTICA NO ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS**

### **2.1 O QUE SE ESPERA NA DIDÁTICA COM NÚMEROS INTEIROS**

Buscando proporcionar uma base cognitiva faz-se necessário utilizar metodologias de ensino a partir de atividades que envolvam situações problemas voltadas ao aprendizado de números inteiros, de forma que a intervenção pedagógica transforme os processos de assimilação externos em internos de conceitos, procedimentos e atitudes do desenvolvimento do pensamento numérico na resolução de problemas. Podendo ser exploradas de acordo com a BNCC (BRASIL, 2016, p.260-261) em situações de aprendizagem, de modo que o aluno desenvolva habilidades e objetos de conhecimento conforme no quadro 2.

Quadro 2 - Habilidades e Objetos de conhecimento

<b>Para o 7º ano A unidade temática números tem como:</b>	
<b>Habilidades</b>	<b>Objetos de conhecimento</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.</li> <li>• Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.</li> </ul>	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.

Fonte: organizado pela pesquisadora a partir da (BNCC, 2016)

Contemplando assim, segundo a Base Nacional Comum Curricular, a unidade temática números, a finalidade de desenvolver o pensamento numérico, de maneira a quantificar atributos de objetos, de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. Enquanto, no

processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática, que precisam ser construídas por meio de situações de ampliação e significação dos campos numéricos, envolvendo registros, usos, significação e operações (BRASIL, 2016, p.224).

Contudo, na orientação dos Parâmetros Curriculares Nacionais as primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações para ampliar o campo aditivo (BRASIL, 1998), que tenham como objetivo desenvolver o pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- Ampliar e construir novos significados para os números naturais, **inteiros** e racionais.
- Resolver situações-problemas envolvendo números naturais, **inteiros**, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.
- Identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e **inteiros**, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não matemáticos.

## 2.2 O CONTEÚDO DE NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos números inteiros é resultado da evolução da contagem e necessidade de se considerar, em transações comerciais, números menores que zero, ainda que de forma primitiva, uma representação de débito ou falta de uma determinada quantidade. Considerando além disso também que a divisão e subtração entre dois números naturais nem sempre é um número natural, sendo incorporado os números negativos, como ampliação dos números naturais. Portanto, o conjunto dos números inteiros é composto de quantidades positivas e negativas (CANDAL, 2015).

Segundo Alencar Filho (1981) com base na teoria elementar dos números, os inteiros são:

..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Cujo conjunto representa-se pela letra  $Z$ , isto é:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Destacando-se os seguintes subconjuntos:

- 1) Conjunto  $Z^*$  dos inteiros não nulos ( $\neq 0$ ):

$$Z^* = \{x \in Z / x \neq 0\} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

- 2) Conjunto  $Z_+$  dos inteiros não negativos ( $\geq 0$ ):

$$Z_+ = \{x \in Z / x \geq 0\} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

- 3) Conjunto  $Z_-$  dos inteiros não positivos ( $\leq 0$ ):

$$Z_- = \{x \in Z / x \leq 0\} = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$$

- 4) Conjunto  $z_+^*$  dos inteiros positivos ( $> 0$ ):

$$z_+^* = \{x \in Z / x > 0\} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- 5) Conjunto  $z_-^*$  dos inteiros negativos ( $< 0$ ):

$$z_-^* = \{x \in Z / x < 0\} = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

Alencar Filho (1981) ressalta ainda que, os inteiros positivos são também denominados inteiros naturais e por isso o conjunto dos inteiros positivos é habitualmente designado pela  $N$  ( $N = z_+^*$ ).

De modo que, a propriedade dos inteiros por sua vez tem no conjunto  $Z$  dos inteiros as operações de adição e multiplicação com as seguintes propriedades fundamentais, onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são inteiros quaisquer, isto é, elementos de  $Z$ :

1)  $a + b = b + a$

2)  $ab = ba$

3)  $(a + b) + c = a + (b + c)$

4)  $(ab) c = a (bc)$

5)  $0 + a = a$

6)  $1.a = a$

7)  $a - a = a + (-a) = 0$

8)  $-a = (-1) a$

9)  $a (b + c) = ab + ac$

10)  $0.a = 0$ , e se  $ab = 0$ , então  $a = 0$  ou  $b = 0$

Além dessas, há também as propriedades que apresentam a relação de ordem entre os inteiros, representada pelo sinal  $<$  (menor que), que possui as seguintes propriedades:

11) Se  $a \neq 0$ , então  $a < 0$  ou  $0 < a$

12) Se  $a < b$ , então  $a + c < b + c$

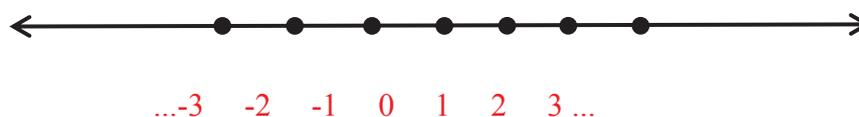
13) Se  $a < b$  e  $c < 0$ , então  $bc < ac$

14) Se  $a < b$  e  $b < c$ , então  $a < c$

15) Se  $a < b$  e  $0 < c$ , então  $ac < bc$

Conforme Candal (2015) além das operações de adição e multiplicação, os números inteiros permitem a inclusão da operação de subtração, a qual pode ser definida da seguinte maneira:  $a - b = c$ , ou seja, permite uma operação inversa fornecendo como resultado um terceiro número inteiro  $c$ , de tal maneira que  $a = b + c$ . Operação que não pode ser definida no conjunto dos número naturais, se  $b$  for maior que  $a$ , mas possível no conjunto dos inteiros.

Surgiu também com a inclusão dos números negativos o conceito de oposto ou simétrico de um número inteiro  $a$  indicado por  $-a$ , tal que  $a + (-a) = 0$ . Dessa maneira, podemos representar os números inteiros geometricamente como:



Exemplos: o oposto ou simétrico de 2 é -2 e o oposto ou simétrico de -2 é o 2, fazendo valer a operação  $3 + (-) = -3 + 3 = 0$ .

Os sinais (+ e -) também podem ser utilizados para indicar um sentido em relação à referência. Sendo por convenção usual os números positivos representado a direita do valor do zero (0), tido como referência na reta; e os números negativos representados a esquerda do zero.

Ainda nessa representação geometricamente, segundo Kmeteuk Filho (2005) a posição de um número, na reta, depende da sua distância em relação à origem ou referência, independe do sentido, assim sendo, quanto maior o valor numérico, mais afastado o ponto que o representa, sendo chamado essa distância de módulo ou valor absoluto.

**Sendo o valor absoluto (módulo) em  $Z$ :**

$$|a| = \begin{cases} a & \text{se } 0 \leq a \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

Para Candal (2015, p.47), o conjunto dos inteiros é fechado em relação a adição, multiplicação e subtração, isto é, em  $Z$ , a soma, o produto e a diferença de dois números inteiros resultam sempre um número inteiro; sendo ainda considerado todas as propriedades das operações em  $N$  válidas em  $Z$ . Dessa maneira na operação de:

- Adição em  $Z$ : quando os números têm o mesmo sinal basta conservar o sinal e adicionar os números; quando os sinais são contrários subtraímos o menor do maior, e o sinal que prevalece é do maior módulo dos números.

O sinal mais (+) antes de um parêntese não alterará o sinal do número que está entre parêntese, no entanto, quando o sinal antes do parêntese for de (-), alteramos o sinal do número que está entre parênteses.

Enquanto se não houver nenhum sinal antes do parêntese estará implícito que o sinal será o de mais (+).

- Multiplicação em Z: quando multiplicamos números inteiros de mesmo sinal obtemos sempre resultado positivo, enquanto que quando multiplicamos números de sinais contrários obtemos como resultado número negativos.
- Divisão em Z: a divisão de dois números inteiros nem sempre resulta um número inteiro. Exemplo:  $(-8) : (+2) = -4$  é possível em Z, enquanto  $(-7) : (+2) =$  não é possível em Z, mas sim em Q (números racionais).

Logo, no estudo com números inteiros serão considerados para a sequência didática com atividades de situações problemas, nesta pesquisa, como propriedades essenciais as concepções do conjunto de números inteiros e operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, no qual o aluno deve assimilar na medida que avançar nas etapas mentais na zona de desenvolvimento proximal, conforme as necessidades dos alunos no ensino problematizador, desenvolvendo as habilidades da BNCC no quadro 2.

Proporcionando ao aluno compreender que essas operações aritméticas ganham uma nova abordagem e significação a partir da utilização dos números negativos, além das mudanças na maneira de operar a adição, subtração, multiplicação e divisão.

### **2.3 A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COM NÚMEROS INTEIROS**

Nessa perspectiva, a metodologia de Atividade de Situações Problema (ASP) voltada à aprendizagem das operações com números inteiros é uma estratégia com grande potencial para atender as recomendações e orientações estabelecidas nos fundamentos psicológicos e didáticos para desenvolver o pensamento numérico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a ampliar e construir novos significados, resolver situações-problemas, interpretar e utilizar diferentes representações dos números inteiros no dia a dia.

No entanto, antes de planejar qualquer ação de intervenção pedagógica é imprescindível que o professor leve em consideração o nível de partida dos conhecimentos dos alunos para garantir uma intervenção mais eficaz na zona de desenvolvimento proximal entre o campo real e o potencial. No caso desta pesquisa, os instrumentos utilizados foram: uma prova de lápis e papel, uma autoavaliação e um questionário para diagnosticar os conhecimentos que os alunos apresentaram no nível de partida envolvendo números naturais nas operações de adição,

subtração, multiplicação e divisão, identificando obstáculos e potencialidades dos alunos. E assim, nortear o planejamento de ensino no processo de aprendizagem dos alunos participante, que pode ser alterado de acordo com a necessidade das avaliações durante os momentos de diagnóstico e de formação.

Nas situações-problemas, as ações podem ser orientadas com um conjunto de perguntas que direcionem o aluno a buscar e planejar as estratégias de soluções, sendo importante também trabalhar com os alunos em dupla ou em pequenos grupos, pois quanto mais experiências diferenciadas, mais questionamentos e estratégias poderão ser construídos.

Na adaptação das ações sugerida por Mendoza e Delgado (2011) para tratar das operações aritméticas com números inteiros as ações e operações ficaram com o seguinte efeito:

1.<sup>a</sup> ação: compreender o problema: ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos; estudar os dados e suas condições; e reconhecer os objetivos do problema.

2.<sup>a</sup> ação: construir uma expressão numérica com números inteiros: determinar os termos numéricos (positivo e negativo) para o modelo a ser construído; determinar as operações a ser utilizada; e montar as expressões numéricas.

3.<sup>a</sup> ação: Resolver a expressão numérica: identificar as prioridades das operações; realizar as operações; e verificar se o resultado é positivo ou negativo.

4.<sup>a</sup> ação: Interpretar a solução: interpretar o resultado em função dos objetivos; os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema; responder à pergunta do problema; explicar a solução do problema do ponto de vista conceitual.

Podendo ser aplicada conforme o exemplo a tarefa adaptado de um livro didático, observando a necessidade da proposta deste estudo, no qual as perguntas de orientação estão relacionadas ao objetivo de ensino, as ações e demais propriedades integradoras dessa ASP.

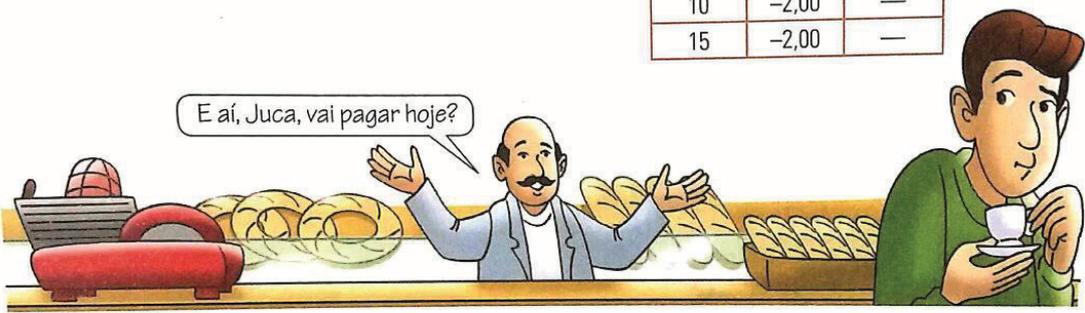
Quadro 3 - Exemplo de problema que contempla a ASP de números inteiros

<p><b>Objetivo de ensino:</b> resolver situações-problema envolvendo números inteiros de forma que a definição da multiplicação seja mais significativa para o aluno.</p>
---

**Conteúdo:** adição e multiplicação com números inteiros.

**Problema:** (adaptado de MORI, 2012) Seu Antônio é dono de uma padaria. Lá, Juca toma café da manhã e também almoça. Às vezes, ele paga na hora; outras vezes, “pendura”. Seu Antônio anota tudo em um caderno. Observe as anotações de seu Antônio e responda qual é o saldo de Juca na padaria?

Dia	Café	Almoço
3	-2,00	—
9	-2,00	—
10	-2,00	—
15	-2,00	—



Fonte: Adaptado pela pesquisadora (MORI, 2012)

A seguir, as perguntas de orientação de acordo com ações da ASP para o conjunto dos inteiros.

Nessa 1.<sup>a</sup> ação, o aluno, por meio de perguntas, é orientado a ler e perceber os elementos importantes conhecidos e desconhecidos, verificar os dados e condições e identificar o objetivo do problema.

Quadro 4 - Perguntas de orientação para 1.<sup>a</sup> ação

**1.<sup>a</sup> Ação compreender o problema:**

A tabela de anotação de seu Antônio se refere ao que Juca pagou ou pendurou? E o que ele consumiu?

Quantos dias estão anotados na tabela?

O que você precisa responder no problema?

Fonte: elaborado pela pesquisadora

As perguntas da 2.<sup>a</sup> Ação orientam o aluno selecionar os números positivos e negativos no sentido de organizá-los além da orientação de transferir seu conhecimento prévio de somar parcelas iguais à operação de multiplicação. Ou seja, o aluno está sendo orientado a fazer escolhas e estratégias para buscar a solução do problema.

Quadro 5 - Perguntas de orientação para 2.<sup>a</sup> ação

<b>2.<sup>a</sup> Ação construir uma expressão numérica com números inteiros:</b>
Quais os termos numéricos positivos e negativos do problema?
Qual operação você pode utilizar sem ser uma adição?
Qual é a sua expressão numérica para solucionar esse problema?

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Após a 2.<sup>a</sup> ação de construir da expressão numérica, o aluno é orientado na 3.<sup>a</sup> ação de realizar os cálculos e, para isso, terá que escolher um método, a partir das propriedades essenciais para garantir que seu resultado seja confiável, sendo ele, as regras de sinais, a reta numérica ou a própria definição das operações dentro dos conjuntos de números inteiros. Para posterior confirmação com o uso do símbolo de (+) ou (-) se os resultados são positivos ou negativos, tendo também a possibilidade de identificar um possível erro e corrigi-lo.

Quadro 6 - Perguntas de orientação para 3.<sup>a</sup> ação

<b>3.<sup>a</sup> Ação Resolver a expressão numérica:</b>
Agora realize seu cálculo.
Solução: $(-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$ ou $4 \cdot (-2) = -8$
O resultado é positivo ou negativo?

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Na 4.<sup>a</sup> ação, a orientação é de que o aluno interprete o saldo de Juca a partir de -8, reconhecendo que Juca estava devendo a padaria com um saldo negativo de R\$ 8,00 reais,

determinando, em seguida, -8 como resultado significativo a ser utilizado em um novo cálculo de  $-8 + 5 = ?$  Ou  $(-8) + (5) = ?$  Para resolver o segundo objetivo da tarefa, considerando encontrar o saldo de Juca na padaria em uma nova situação em que ele pagasse a seu Antônio uma parte da dívida com uma nota de R\$ 5, 00 reais, respondendo, então, que o saldo de Juca continua negativo em -3. Finalizando com a explicação de como chegou à solução.

Quadro 7 - Perguntas de orientação para 4.<sup>a</sup> ação

<b>4.<sup>a</sup> Ação de interpretar a solução</b>
<p>Qual é o saldo de Juca? E o que significa esse saldo?</p> <p>Agora qual seria o novo saldo de Juca na padaria se ele pagasse a seu Antônio uma parte da dívida com uma nota de R\$ 5, 00 reais?</p> <p>Para finalizar a tarefa descreva todas as ações que você fez para chegar à solução dessa tarefa, inclusive, a realização do cálculo.</p>

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

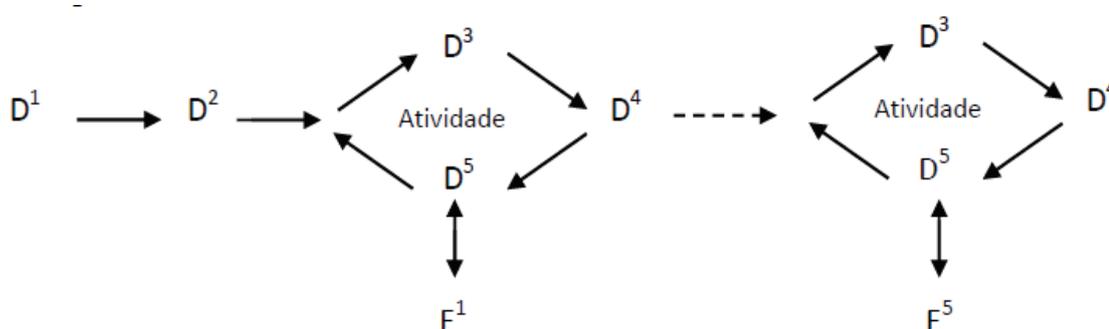
Todavia esse tipo de atividade requer tempo e planejamento, pois não é encontrado com facilidade em livros didáticos. Lembrando que sempre em algum momento, o aluno irá precisar de auxílio, principalmente, no conhecimento teórico do conteúdo a ser contemplado na atividade. Atenção! Dependendo do tipo de problema e objetivo de ensino, nem sempre todas as ações serão utilizadas, como será demonstrado nas próximas linhas através da simulação de uma situação hipotética.

## **2.4 A DIREÇÃO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COM NÚMEROS INTEIROS**

Na direção da atividade de situações-problema com números inteiros, o professor deve ter como objetivo de ensino a orientação dos alunos para assimilação de ações externas em internas na aprendizagem com números inteiros na resolução de problemas, de forma criativa e reflexiva a partir da atividade psíquica real desse aluno. Ficando atento ao processo de feedback manifestada durante as atividades no momento de formação, ou seja, a retroalimentação; e sempre que necessário fazer as correções que garantam o objetivo de ensino.

Sendo, então, a direção de ensino cíclica, conforme Talízina (1988), pois essa direção possibilitará uma constante relação entre: objetivo de ensino ( $D^1$ ), o estado de partida da atividade psíquica do aluno ( $D^2$ ), programação de assimilação ( $D^3$ ), a retroalimentação ( $D^4$ ) e a correção ( $D^5$ ), que de acordo com as sequências de ensino vão mediando a passagem dos alunos pelas 5 etapas de formação das ações mentais ( $E^1$  a  $E^5$ ).

Figura 1 - A direção cíclica do ensino



Fonte: Mendoza (2009)

Compreende-se, assim, que: no ( $D^1$ ) o objetivo de ensino é que aluno desenvolva a habilidade de resolver atividade de situações-problemas envolvendo as quatro operações aritméticas com números inteiros; ( $D^2$ ) estabelecer o nível de partida (conhecimento prévio envolvendo as operações aritméticas com números naturais) através de uma avaliação diagnóstica, a autoavaliação e questionário; ( $D^3$ ) planejamento da BOA a partir dos conhecimentos de partida do aluno para assimilação de conceitos e operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros; ( $D^4$ ) avaliar o que foi planejado na BOA; e ( $D^5$ ) é a fase de corrigir e reajustar o que não deu certo nesse planejamento ou em qualquer uma das fases do processo de assimilação.

Portanto, nesta proposta, o problema docente é de caráter didático de acordo com o papel desempenhando no processo de ensino, pois parte a existência da contradição entre “o conhecido” que são as operações com números positivos na resolução de problema; e o “desconhecido” que são as novas significações incorporadas a partir dos números negativos na realização das operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Residindo nessa contradição, uma impossibilidade teórica e prática de o aluno solucionar os problemas ou

tarefas somente a partir do conceito de números naturais, já que existem situações em que os números nem sempre são somente positivos.

Nas atividades de situações problemas de formação, as abordagens didáticas para os números inteiros devem ser diversificadas envolvendo o estudo dos conjuntos dos números inteiros com a utilização de reta, abordagem da história dos números inteiros, abordagens de situações concretas e do cotidiano de forma a contemplar os mais variados significados de números inteiros, tais como: módulo ou valor absoluto, de números opostos e simétricos; temperatura; saldo bancário, saldo de jogo; nível de altitude; fuso horário e outros, conforme a necessidade da turma.

Exemplo de uma situação hipotética envolvendo temperatura:

Observe o quadro com temperaturas máximas e mínimas registradas em algumas localidades representadas por letras.

Tabela 1 - Situação hipotética com temperatura

Cidade	Temperatura máxima	Temperatura mínima
A	-1 °C	-19 °C
B	3 °C	-20 °C

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Nessa situação, vários questionamentos podem ser levantados pelo professor, tais como: no Brasil, é possível haver cidades com esse tipo de variação de temperatura, e por quê? E assim gerar debates e pesquisas sobre o assunto. No entanto, se o objetivo do problema agora fosse: determine a diferença na variação das temperaturas das cidades apresentadas na tabela.

Apesar de ser um objetivo direto e de nível fácil, com certeza, nesse momento, muitos alunos ficariam se perguntando, e agora o que faço? Ou utilizaria seus conhecimentos sobre números naturais para resolver o que o levaria a uma solução não correta, já que as propriedades essenciais envolvendo números negativos são diferentes, embora parecida em alguns aspectos lógicos com números positivos.

Nesse tipo de situação, esse conflito pessoal poderia estar diretamente relacionado a um aluno que já estudou operações com números inteiros, mas não assimilou, de forma correta ou por completo, o conceito e suas propriedades para resolver o objetivo do problema envolvendo números negativos. Ou ainda, não foi exposto a situações ou tarefas com números inteiros negativos, no caso dos alunos do 6.º ano que serão expostos somente no 7.º ano, no que concerne a um problema docente, pois os alunos em questão, encontram-se em um nível de impossibilidade de alcançar o objetivo do problema pela contradição entre o conhecido e desconhecido, envolvendo operações aritméticas com números positivos e negativos.

Dessa forma, faz-se necessário uma intervenção de natureza didática que leve em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, estabelecendo atividades de ensino na formação por etapas das ações mentais, envolvendo a assimilação da incorporação de números negativos de forma orientada para ser trabalhado na zona de desenvolvimento proximal e assim, possibilitar a iniciação da construção de uma ponte ou pontos entre o conhecimento “real” e “potencial” do aluno na dimensão cognitiva.

Voltando a situação hipotética do exemplo: a orientação está relacionada a:

2.ª ação: construir uma expressão numérica com números inteiros, na qual o aluno deve determinar a operação a ser realizado, por se tratar de diferença, entre os termos numéricos inteiros e assim, construir as expressões: para a cidade A=  $(-1) - (-19)$  e para cidade B=  $(3) - (-20)$ .

3.ª ação: Resolver a expressão numérica:

Nessa fase, o aluno pode ter total liberdade em escolher o método que achar mais viável para realizar as operações necessárias envolvendo os números inteiros. Como o exemplo do cálculo da expressão numérica para a cidade A.

Resolvendo a expressão numérica da cidade A, o aluno precisa ser orientado que nas propriedades e conceitos com números inteiros já expostos, a diferença significa somar o minuendo ao oposto do subtraendo, ou seja,  $(-1) - (-19) = (-1) + (+19)$ . No momento da orientação da solução, é bom o professor conhecer mais de uma forma de realizar o cálculo tendo vista a diversidade e dificuldade do aluno com os métodos.

### SOLUÇÃO - 1

Apresentando-se:  $(-1) + (+19) = 18$ , a diferença de variação entre a temperatura máxima e mínima da cidade A é de  $18^\circ \text{C}$  e levando em consideração que a intersecção de distância entre essas duas parcelas ao grau zero é de 1 grau celsius.

### SOLUÇÃO - 2

Outra forma de resolver essa mesma expressão numérica seria utilizar a regra de sinal abordando que  $(-1) + (+19)$  na soma de uma parcela negativa a outra parcela positiva, subtrai os módulos (também chamado valor absoluto) dos números inteiros  $(19 - 1) =$  e preserva-se o sinal do maior módulo, tendo então  $(-1) + (+19) = +18$ .

### SOLUÇÃO - 3

Nessa solução, a sugestão é a utilização da reta numérica para demonstração da temperatura abaixo ou acima de zero e demonstração da adição  $(-1) + (+19)$ . Sendo a primeira parcela fixada na reta como referência no deslocamento, e a segunda parcela, a representação da quantidade de unidades a ser somadas, na reta, e o sinal que o acompanha o direcionamento para esquerda se for negativo ou para direita se for positivo.

Figura 2 - Reta numérica



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

$$(-1) + (+19) = 18$$

Após a fixação da primeira parcela na reta (-1) é realizado o deslocamento de acordo com a segunda parcela (+19) que representa as unidades a serem somadas, no entanto, por ser positivo, direciona a soma das unidades para direita até contar 19 unidades que chegará ao número 18, sendo o resultado (soma ou total) da expressão numérica.

É oportuno lembrar que as propriedades essenciais se apresentam de acordo com as necessidades dos problemas e realizações das ações. Sendo a oportunidade para o professor orientar e expor os conteúdos ou métodos a serem utilizados sempre que o aluno solicite sua ajuda, nessa atitude também se espera que o aluno consiga ver mais a matemática como um conhecimento importante na busca de solução dos problemas propostos em sala de aula, ou vivenciados na vida.

Enfatiza-se, nessas linhas, que a sugestão não representa a solução de todos os problemas da sala de aula, mas um desafio a ser desbravado na direção de “pontos de luz” no caminho do túnel do processo estruturado e cognitivo de como pode acontecer aprendizagem matemática. Entretanto, não se trata de um desafio apenas para o aluno, mas, sobretudo para o professor que precisa refletir e transformar suas ações externas em interna para conhecer e integrar conhecimentos filosóficos, psicológicos e didáticos na investigação e práxis na compreensão da aprendizagem, implica-se dizer ir além do domínio dos conteúdos e aulas ministradas de forma tradicional.

## **CAPÍTULO III: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

### **3.1 CONTEXTO DA PESQUISA**

A pesquisa foi realizada na escola Estadual Fernando Grangeiro de Menezes tendo como sujeitos os alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental, por meio de instrumentos de coleta de dados, objetivos e habilidades planejados na BOA tipo três e apresentados na ASP a partir do diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos, estabelecendo as conexões com o contexto teórico, didático e metodológico abordados na pesquisa.

A escola Estadual Fernando Grangeiro foi criada em 15/02/2002 tendo vista as reivindicações dos moradores do bairro Caraná, União, Jardim Caraná e Cauamé, ofertando o Ensino Fundamental II na modalidade regular do 6.º ao 9.º ano, constituída no período da intervenção por 350 alunos no turno matutino e 250 no turno vespertino. Com espaço físico constituído por: 12 salas de aula, 04 banheiros, biblioteca, sala de leitura, laboratório de informática, pátio coberto, quadra de esporte coberta, refeitório, sala de professores, secretaria, sala de coordenação pedagógica, orientação pedagógica e sala da direção. O Projeto Político Pedagógico apresenta a missão de contribuir para formação de um cidadão capaz de construir

seu conhecimento por meio da possibilidade que a escola proporciona, levando o aluno a interagir com o meio físico e social, a fim de aprimorar os conceitos sobre si e sobre o mundo em que vive desenvolvendo-se integralmente à medida que aprende.

### **3.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA**

A metodologia usada foi a pesquisa-ação por ser uma forma planejada de intervenção didática e metodológica para melhorar a prática de ensino e aprendizagem na unidade de estudo com números inteiros, considerando a direção cíclica de Talízina na possibilidade de uma constante relação entre: objetivo de ensino, o nível de partida psíquica do aluno, programação de assimilação, a retroalimentação e a correção.

Com enfoque principal na análise qualitativa, e suporte quantitativo em parte da análise de dados. Foi selecionado uma turma do 7.<sup>a</sup> Ano, por ser o ano em que os alunos iniciam o estudo com o conteúdo de números inteiros. A análise da aprendizagem da amostra foi de 15 alunos entre brasileiros e venezuelanos do 7.º ano o Ensino Fundamental II que participaram, da pesquisa no período de 09/03 a 26/07 em 2018, conforme o consentimento dos responsáveis que assinaram um termo de livre esclarecido consentimento, após a liberação da pesquisa pelo Conselho de Ética da UERR.

A coleta de dados aconteceu por meio de provas de lápis e papel – organizado segundo as etapas mentais de Galperin, com a direção de Talízina e ações da ASP proposta por Mendoza e Delgado – utilizando como instrumentos: guia de observação, questionários, prova de lápis e papel e anotações. Sendo as provas de lápis e papel: diagnóstica, formativa, final e pós-teste para analisar o processo de assimilação e mediação estabelecido nessa pesquisa.

Em sequência, os resultados foram demonstrados por meio da descrição individual e coletiva de acordo com o acompanhamento e instrumentos da pesquisa. As aulas foram expositivas e dialogada com a participação ativa dos alunos em todo o processo, por meio de uma dinamização de questionamentos que os levaram a pensar e a fazerem ações necessárias para solucionarem problemas a partir da estratégia de ensino de resolução de problemas.

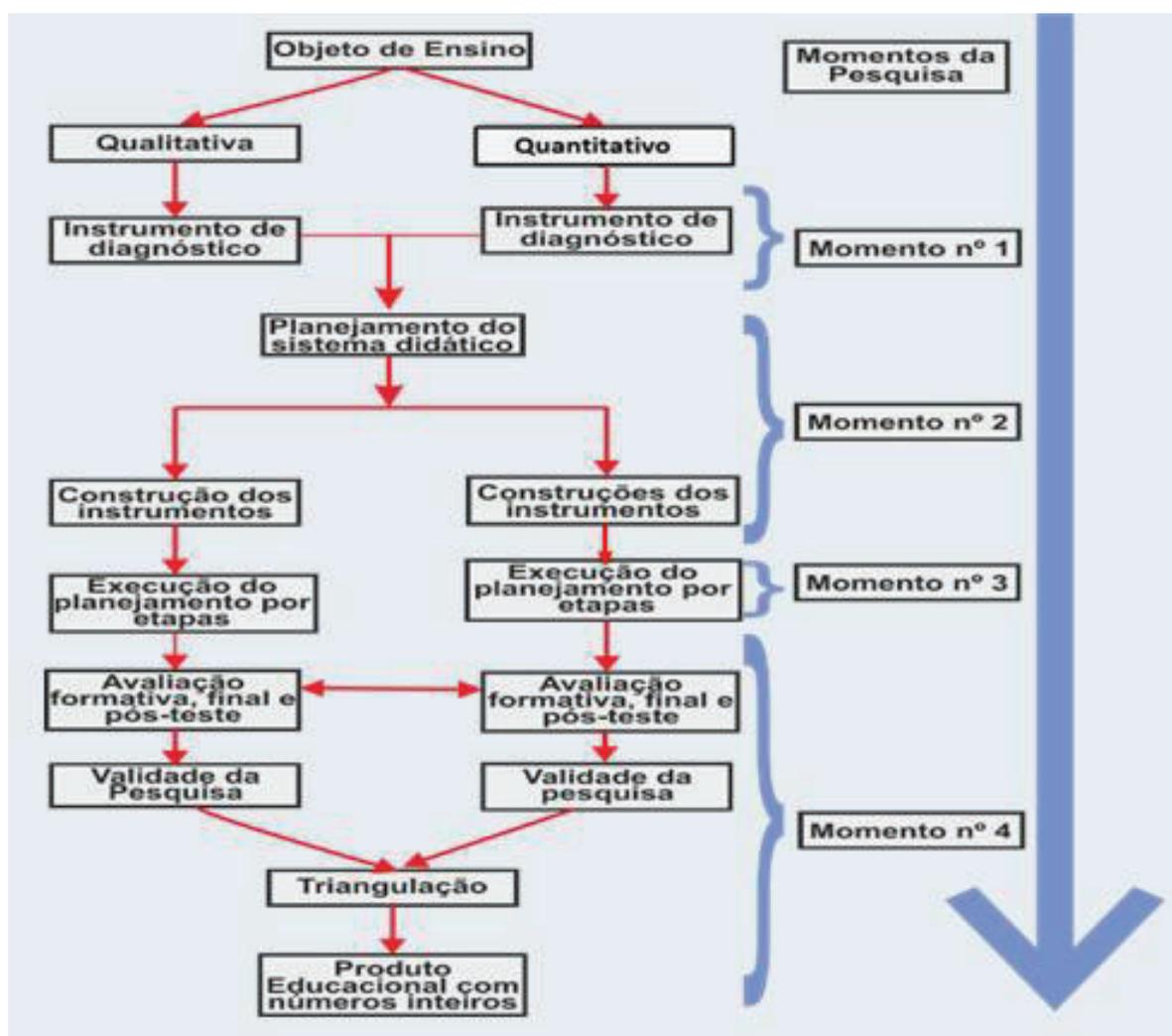
### **3.3 SEQUÊNCIA DA PESQUISA**

A BOA construída foi do tipo três, segundo a classificação de Talízina (1988), ou seja, com estrutura completa, relacionando as propriedades: essenciais, primárias e secundárias, a

partir de um problema docente de caráter didático. Com apresentação preparada de ações e operações para mediar uma classe de alunos. Também caracterizada por rapidez e ausência de erros durante a orientação de formação das ações, no sentido de ser mediada com métodos já definidos nas propriedades, para garantir a qualidade e estabilidade na realização das ações. Tratando o conhecido como números positivos, e o desconhecido como números negativos nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Nessa perspectiva, os procedimentos metodológicos foram realizados de acordo com a figura 3, a seguir, organizada em momentos segundo Sampieri et. al. (2013) com transposições que atendam os fundamentos já estabelecidos, apresentando as seguintes formas:

Figura 3 – Procedimentos Metodológicos Misto da Pesquisa



**Primeiro momento:** identificar a situação problema da aprendizagem: o professor diante, do problema docente, deve conhecer o contexto onde se realiza a aprendizagem, considerando os conhecimentos prévios dos alunos (diagnóstico inicial) a partir de resolução de problema subsidiado por um questionário e, assim, gerar categorias, temas e hipóteses sobre o nível de aprendizagem dos estudantes segundo os objetivos.

**Segundo momento:** deve-se elaborar um plano por Etapas Mentais utilizando a resolução de problemas com números inteiros, com objetivos, estratégias definidas, as ações, os recursos e a programação de tempo para a execução do plano como metodologia de ensino que estão relacionadas à coleta de dados (diagnóstico inicial).

**Terceiro momento:** execução do planejamento por Etapas Mentais e avaliar a resolução de problema como metodologia de ensino. Significa aplicar a ASP com números inteiros e avaliar por meio de prova formativa, com finalidade de fazer a retroalimentação, corrigir o processo de assimilação e, conseqüentemente, ajustar a resolução de problemas como metodologia segundo as etapas do processo de assimilação.

**Quarto momento:** retroalimentação da Atividade Situações Problemas na aprendizagem com números inteiros nas quatro operações aritméticas como metodologia de ensino, voltando a avaliar com seminário a formação verbal externa. Retroalimentando novamente para finalmente aplicar a avaliação final e determinar em que etapa mental os alunos se encontram ao final da sequência didática. Encerrando a pesquisa na escola com aplicação da prova pós-teste, depois de três meses de encerramento da intervenção em sala de aula, comparando os resultados desta prova com as demais provas para analisar a contribuição da Sequência Didática com números inteiros na aprendizagem como produto educacional.

### 3.4 PESQUISA MISTA – QUALITATIVA E QUANTITATIVA

#### 3.4.1 Categoria qualitativa de análise e variáveis

Os problemas foram relacionados por meio de perguntas as ações e operações para atividade de situação problema com números inteiros. Portanto, as ações e operações apresentam a seguinte caracterização:

**1.<sup>a</sup> ação:** compreender o problema - a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos; b) estudar os dados e suas condições; e c) reconhecer os objetivos do problema.

**2.<sup>a</sup> ação:** construir uma expressão numérica com números inteiros - a) determinar os termos numéricos (positivo e negativo) para o modelo a ser construído; b) determinar as operações a ser utilizadas; e c) montar as expressões numéricas.

**3.<sup>a</sup> ação:** Resolver expressões numéricas com números inteiros - a) identificar as prioridades das operações aritméticas; b) realizar as operações corretamente – cálculo; e c) verificar se o resultado é positivo ou negativo, confirmando com a utilização dos símbolos de + ou – no resultado.

**4.<sup>a</sup> ação:** Interpretar a solução do problema - a) interpretar o resultado em função dos objetivos; b) determinar os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema; c) responder à segunda pergunta do problema; e d) explicar a solução das situações problemas a partir das concepções de números inteiros e ações da ASP.

Nesta pesquisa a Etapa motivacional foi realizada a partir de problemas que despertassem no aluno a buscar pelo conhecimento para contribuir com a resolução da situações problemas das tarefas; consistindo a intervenção da Etapa 1 na formação da BOA, a partir do planejamento e esquema da BOA para problemas com números inteiros envolvendo as 4 operações básicas, proporcionando ao aluno a compreender as ações; a intervenção da Etapa 2 na formação material/materializada mediada pela professora, para o aluno realizar as ações; a intervenção da Etapa 3 na formação verbal externa voltada ao aluno utilizar as ações da BOA com certa autonomia, desenvolvendo a explicação na forma verbal escrita e oral, ao explicar como chegou a solução da tarefa; sendo os erros e ações acompanhados e regulados pelo

mediador e aluno; e a intervenção da Etapa 4 formação verbal externa para si, realizando o aluno as ações da ASP e propriedades essenciais de números inteiros, de forma internalizada e autônoma, generalizando o conhecimento de números inteiros a novas situações, ou seja, transferindo conhecimento.

Realizadas com a caracterização das ações dos alunos e professor por Etapas Mentais adaptada para atividades de situações problemas com números inteiros nas operações aritméticas a partir do modelo de CHIRONE (2016) no quadro 8:

Quadro 8 - Ações do professor e Estudante com a ASP para números inteiros

ETAPAS	AÇÕES DO PROFESSOR	AÇÕES DO ESTUDANTE
1.ª Etapa BOA (compreender)	Após o diagnóstico orienta conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais em operações com números inteiros na resolução de problemas (BOA);  Promove a participação ativa dos estudantes.	a) Depende da orientação do professor; b) Tem pouca consciência das operações; c) Conhece o significado dos números inteiros; d) Busca compreender as ações orientadas pelo professor; participa da construção da BOA.
2.ª Etapa MATERIAL OU MATERIALIZADA (Fazer)	Utilizar recursos materiais para abordar os conceitos e definições de números inteiros.  Avaliar o cumprimento dos objetivos das etapas com guia de observação, prova e autoavaliação;  Professor e estudante devem atuar juntos.	a) Realizar as ações com muitos detalhes;  b) Utilizar corretamente os números inteiros.  c) Desenvolver corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo professor;  d) Realizar as operações com a ajuda de outro estudante e/ou do professor.
3.ª Etapa VERBAL EXTERNA (Explicar)	Promover apresentações orais ou escritas entre os estudantes na solução de problemas.  Avaliar o cumprimento dos objetivos das etapas com guia de observação;	a) Explicar de forma oral e/ou escrita as ações;  b) Realizar as ações em várias situações orientadas pelo professor;  c) Realiza as ações com detalhes;  d) Desenvolve as ações consciente e razoavelmente independentes;

		e) O estudante atua mais que o professor.
4. <sup>a</sup> Etapa LINGUAGEM EXTERNA PARA SI (Transferir)	Organizar novas situações de acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal; Atuar quando for solicitado pelo estudante durante a resolução do problema. Acompanhar os avanços conforme o guia de observação e promover a prova final e auto avaliação do aluno para determinando em que etapa se encontra os alunos.	a) Realizar as ações de forma generalizada aplicando o conceito e ações a novas situações; b) Realizar as ações parcialmente abreviadas e autônomas; c) Resolver as situações problemas com pouca intervenção do professor. d) Realizar a autoavaliação.

Fonte: Adaptado de (CHIRONE, 2016)

Com a utilização das propriedades primárias para determinar as etapas mentais dos alunos ao final da sequência didática conforme o quadro 9. Na perspectiva do desenvolvimento do aluno na forma material/materializada e mental/interna tendo em vista a constituição do nível de generalização, nível explanado, nível assimilado e nível independente a partir da análise das ações e conceitos envolvendo os números inteiros, à medida que o aluno avançar nas etapas durante os momentos de formação.

Quadro 9 - Propriedades Primárias das Ações para determinar as etapas mentais

Categorias	1. <sup>a</sup> Etapa	2. <sup>a</sup> Etapa	3. <sup>a</sup> Etapa	4. <sup>a</sup> Etapa	5. <sup>a</sup> Etapa
Forma	Material/Perceptiva	Material/Perceptiva	Verbal-Externa	Verbal-Interna	Interna
Generalizado	Pouco	Pouco	Médio	Alto	Alto
Explanado	Alto	Alto	Médio	Pouco	Pouco
Assimilado	Pouco	Pouco	Médio	Alto	Alto
Independente	Pouco	Pouco	Médio	Alto	Alto

Fonte: Adaptado do Grupo de Pesquisa de Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática na UERR.

As propriedades secundárias foram utilizadas para determinar a qualidade das ações da ASP na análise de desempenho do aluno conforme Quadro 10, em consequência das primárias, envolvendo níveis “consciente” relacionada a realização das ações e assimilação das propriedades essenciais do conteúdo; níveis de “abstração”, na medida em que essas ações vão se transformando em ações mentais e apresentando alto grau de generalização com as mesmas; da “categoria razoável”, na medida em que o for se habituando a utilizar a BOA tipo três para resolver problemas com números inteiros no decorrer desse processo.

Quadro 10 - Propriedades Secundárias para determinar a qualidade das ações

Categoria	Caraterística	Escala
Consciente	Cumprimento eficaz da etapa verbal por escrito e oral	Pouca - média – Alta
Abstrato	Alto grau de Generalização	Pouco - médio – Alto
Razoável	Utilização da BOA 3 na RP	Pouca - média – Alta

Fonte: Adaptado do Grupo de Pesquisa de Didática da Resolução de Problemas em Ciências e Matemática na UERR.

E assim, a partir das propriedades primárias no quadro 9 e secundária no quadro 10, determinar as Etapas Mentais que se encontra os alunos conforme os parâmetros de classificação no quadro 11 ao final da sequência didática de atividade de situações problemas com inteiros:

Quadro 11 - Parâmetros de classificação das Etapas Mentais

Categorias	Zona Desenvolvimento Proximal				
	1.ª Etapa	2.ª Etapa	3.ª Etapa	4.ª Etapa	5.ª Etapa
Forma	Material/Perceptiva	Material/Perceptiva	Verbal-Externa	Verbal-Interna	Interna
Caráter Generalizado. O Aluno apresenta:	Pouco nível do caráter razoável, abstrato e consciente.	Médio nível do caráter razoável e consciente; c/ pouco nível no caráter abstrato.	Alto nível do caráter razoável e consciente; e médio nível no caráter abstrato.	Alto nível do caráter razoável, consciente e abstrato.	Alto nível do caráter razoável, consciente e abstrato.

Caráter Explanado. Realiza as ações da ASP:	Alto nível de detalhamento.	Alto nível de detalhamento.	Médio nível de detalhamento.	Pouco nível de detalhamento (automatizado).	Pouco nível de detalhamento (automatizado).
Caráter Assimilado. O Aluno Demonstra:	Pouco nível de assimilação.	Pouco nível de assimilação.	Médio nível de assimilação.	Alto nível de assimilação.	Alto nível de assimilação.
Caráter Independente.	Pouco nível de independência.	Pouco nível de independência.	Médio nível de independência.	Alto nível de independência.	Alto nível de independência.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

### 3.4.2 Categoria quantitativa de análise e variáveis

As ações da Atividade de Situações Problemas são convertidas em categorias de análises na pesquisa qualitativa e em variáveis na pesquisa quantitativa. A análise quantitativa através da estatística nos orienta a pesquisa qualitativa.

No enfoque quantitativo Y1, Y2, Y3 e Y4, representam as ações convertidas em variáveis e as operações são indicadores por (a, b, c, d) das variáveis e as pontuações são conforme a escala de 1 a 5, critério estabelecidos na tabela 1. Nas situações problemas das provas, as tarefas foram indicadas por (T1, T2, ...) e o aluno representado com os termos A1, A2, ..., A16. Sendo em cada variável definida um indicador essencial.

Tabela 2 - Parâmetros, variáveis e indicadores quantitativos e qualitativos.

Ações	Indicadores	Indicador Essencial	Pontuação total a ser alcançada
Y1 Compreender o problema	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	c	1-5
	b) estudou os dados e suas condições.		
	c) reconheceu os objetivos do problema.		
Y2 Construir uma	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído (em números positivos e negativos).	c	1-5

<b>expressão numérica</b>	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.		
	c) construiu as expressões numéricas corretamente.		
<b>Y3</b> <b>Resolver a expressão numérica</b>	a) resolveu os calculos na sequência de prioridades das operações e parenteses.		
	b) resolveu as expressões numéricas corretamente.	b	1-5
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo - confirmando c/ os simbolos de (+ ou -) os resultados.		
<b>Y4</b> <b>Interpretar a solução</b>	a) interpretou o resultado em função dos objetivos		
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.		
	c) respondeu à pergunta do problema	c	1-5
	d) explicou como chegou à solução do problema.		

**Escala de Pontuação de 1 a 5: 1 ponto - se todos os indicadores estiverem incorretos; 2 pontos – se apenas um ou mais indicadores não essenciais estiverem correto; 3 pontos – se somente o indicador essencial estiver correto; 4 pontos – se o indicador essencial estiver correto mais outro indicador não essencial estiver correto; 5 pontos – se todos indicadores estiverem corretos.**

Fonte: Elaborada pela pesquisadora

Através da escala de pontuação descrita no final da tabela 1, foi possível determinar uma pontuação a cada aluno para apresentar em tabelas e gráficos em uma análise individual e de grupo na estatística descritiva dos resultados. Enquanto que o agrupamento segue uma escala de quatro a vinte (4-20) pontos, com a formação de quatro níveis de desempenho, estabelecidos por intervalos de: (4-7, 8-11, 13-15 e 16-20) a partir dos resultados totais (Y) das médias das ações comparadas. A partir dos intervalos são realizadas análises qualitativas em profundidade.

### 3.5 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Na busca por um diagnóstico mais eficaz possível, foi realizada a aplicação de diferentes instrumentos de coleta de informações. Combinando os dados qualitativos na perspectiva de uma melhor análise dos resultados quantitativos acerca dos conhecimentos do nível de partida dos alunos. Sendo assim, além da avaliação de lápis e papel também foi realizado com o aluno, por escrito, uma autoavaliação e questionário. Além desses instrumentos, na fase formativa, também realizamos anotações, em um guia de observação (acompanhamento), relacionando às

ações da ASP e algumas propriedades primárias e secundárias realizadas pelos alunos para determinar em que etapas se encontravam cada um.

### 3.5.1 Instrumento de Diagnóstico (prova de Lápis e papel)

Por meio da prova diagnóstica informações importantes foram detectadas sobre o nível de partida dos participantes acerca da habilidade em resolver situações problemas envolvendo as quatro operações aritméticas com números naturais, possibilitando um melhor planejamento da Base Orientadora da Ação para proporcionar o estudo com números negativos.

Nessa perspectiva, as questões, a seguir, foram utilizadas na prova diagnóstica para determinar os conhecimentos prévios dos alunos relacionados ao conjunto dos números naturais na solução dos problemas matemáticos, que foram fundamentais no planejamento do plano de ensino e ASP da sequência didática da pesquisa.

#### Situação problema da tarefa T1 na avaliação diagnóstica elaborada pela pesquisadora:

*Resolva as expressões numéricas:*

$$a) (3 + 2) \cdot (5 - 1) + 4 =$$

$$b) 20 - 10 + 7 \cdot 3 + 40 : 8 =$$

$$c) 16 + 10 - (18 : 3 + 2) + 5 =$$

$$d) 3 + 2 \cdot 5 - 1 + 4 =$$

Responda: *Quais as operações com prioridades em cada expressão numérica?*

A tarefa T1 está relacionada à categoria 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, com o objetivo de verificar se o aluno resolvia as expressões numéricas demonstrando, conhecimento sobre as operações aritméticas e prioridades destas, além da importância, prioridade e diferença dos parênteses ao realizar os cálculos, como no caso da questão “a” e “d”, embora os algoritmos sejam os mesmos, os resultados não serão iguais, devida a prioridade do parêntese.

#### Situação problema da tarefa T2 na avaliação diagnóstica elaborada pela pesquisadora:

*Um comerciante compra, na feira do produtor, alguns cachos de banana para revender em seu comércio. O custo, ou seja, investimento de cada palma de banana é de R\$ 3,00. Na terça-feira, vendeu 18 palmas cada uma por R\$ 6,00. Na quarta-feira, vendeu as últimas 12 palmas. Mas, como as bananas já estavam bastante maduras, correndo o risco de estragar, teve de reduzir o preço e vendeu-as a R\$ 2,00 cada.*

*Você sabia que lucro é a diferença entre o quanto o comerciante arrecadou, pelo custo que teve com a compra das bananas na feira, enquanto o prejuízo significa dizer que o comerciante gastou mais do que arrecadou em seu comércio.*

*Que tal, interpretarmos e descobrimos se o comerciante teve lucro ou prejuízo!*

*Se o comerciante teve um custo de R\$ 3,00 reais com cada palma de banana e vendeu, na terça-feira, 18 palmas por R\$ 6,00; e 12 palmas por R\$ 2,00, na quarta-feira. Então, ele vendeu ao todo 30 palmas de bananas em seu comércio e arrecadou:  $(18 \cdot 6) + (12 \cdot 2) = 132$ , ou seja, R\$ 132,00 reais do seu investimento foi de R\$ 90,00 reais, pois, 30 palmas de bananas compradas na feira por R\$ 2,00 reais é igual a:  $30 \cdot 3 = 90$ . Portanto, o comerciante teve um lucro de R\$ 42,00 reais, já que a arrecadação foi maior do que o custo, afinal:  $132 - 90 = 42$ .*

*Agora é sua vez!*

*E se na terça-feira, o comerciante houvesse vendido 9 palmas, cada uma por R\$ 6,00 e na quarta-feira vendido 21 palmas por R\$ 2,00 reais. Esse comerciante continuaria tendo lucro ou teria prejuízo? De quanto?*

Na tarefa T2 a categoria de análise foi a 4.<sup>a</sup> ação interpretar a solução, com o objetivo de verificar se o aluno apresentava habilidade em ler o problema extraíndo o custo que o comerciante teve com a compra de bananas, na feira do produtor, e arrecadação em seu comércio, refazendo a 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação para construir uma expressão numérica com as operações de adição, subtração e multiplicação para calcular, interpretar os resultados em função dos objetivos para responder à pergunta relacionada à 4.<sup>a</sup> ação. E assim, chegando à resposta que o comerciante continua tendo lucro já que não teve perda do valor que investiu.

### **Situação problema da tarefa T3 na avaliação diagnóstica elaborada pela pesquisadora:**

*Reginaldo produz salgados para festas infantis. Para certa festa, ele recebeu uma encomenda de 200 esfirras, 120 empadas e 80 minipizzas. Sabendo que ele já produziu 168 esfirras, 95 empadas e 72 minipizzas. Determine a quantidade de cada salgado que Reginaldo precisa produzir para completar a encomenda.*

Responda:

*Qual é a encomenda que Reginaldo recebeu para cada salgado?*

*Quanto de esfirras, empadas e minipizzas já têm prontas?*

*O que você precisa responder no problema?*

*Qual operação será necessária utilizar?*

*Qual é a sua expressão numérica para solucionar esse problema?*

*Realize os cálculos necessários.*

*Responda:*

*Qual a quantidade de cada salgado que Reginaldo precisa produzir? E se Reginaldo tivesse pronto apenas 20 salgados, quantos salgados ao todo, ainda teria que fazer para atender ao pedido?*

Nessa tarefa T3, as categorias de análise foi a 1.<sup>a</sup> ação de compreender o problema; 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica; 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica e 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, estão presente por meio de perguntas de orientação com o objetivo de verificar se o aluno apresentava habilidade em ler o problema e extrair todas as informações conhecidas e objetivo da situação problema da tarefa necessários para construir uma expressão numérica e resolvê-la para realizara subtração e adição, interpretando a solução tanto em função do objetivo do problema que é determinar a quantidade de cada salgado a ser feito. Quanto utilizar na determinação e interpretação de resultados significativos para refazer os cálculos para responder a segunda pergunta (a ser pontuada na análise da tabulação) correspondente à ampliação da interpretação da solução da ação Y4 ao mesmo problema.

**Situação problema da tarefa T4 na avaliação diagnóstica elaborada pela pesquisadora:**

*Douglas quer fazer uma viagem cerca de 288 km. A capacidade do tanque de gasolina do carro é de 50 litros e faz em média 12 km com um litro de gasolina. Quantos litros de gasolina o tanque deve ter, no mínimo, para que ele possa fazer essa viagem? E se ao invés de viajar 288 km Douglas precisasse viajar 2400 km, quantas vezes ele precisará encher o tanque para realizar essa viagem?*

Por fim, na tarefa (T4) não foi estabelecido perguntas de orientação para o aluno das categorias, embora, fosse relacionado à 1.<sup>a</sup> ação compreender o problema; 2.<sup>a</sup> ação construir uma expressão numérica; 3.<sup>a</sup> ação resolver a expressão numérica e 4.<sup>a</sup> ação interpretar a solução. Por meio dessa, o objetivo foi verificar se o aluno apresentava, sem orientação, habilidade em

ler o problema extraindo a informação conhecida de que a viagem é 288 km e que um litro de gasolina corresponde a 12 km rodados para construir uma expressão numérica e resolver utilizando a operação de divisão e multiplicação. Então, chegando à resposta que o tanque do carro precisa de, no mínimo, 24 litros de gasolina. Sendo o aluno levado também a ampliar sua interpretação quando questionado sobre quantas vezes ele precisará encher o tanque para realizar uma nova viagem de 2400 km (pergunta a ser pontuada na análise da tabulação) e, assim, chegar ao resultado de que serão necessário 4 litros, pois,  $2400 : (50 \cdot 12) = 4$ .

### 3.5.2 Instrumento de Diagnóstico (Autoavaliação)

A Autoavaliação foi utilizada nos momentos de diagnóstico e formação, sendo mais um instrumento a contribuir com a veracidade e enriquecimentos de informações desta pesquisa, além de oferecer dados mais particulares de como esse aluno estava pensando na correção, evolução e consciência no processo. Sendo o aluno um participante crítico do desenvolvimento das suas práxis.

Após a correção coletiva das tarefas na prova diagnóstica a autoavaliação foi aplicada para contribuir com a ratificação dos dados coletados de cada um dos alunos. Oportunizou ao aluno momentos de reflexão e verificação das tarefas que acertou e/ou errou, justificando ou expondo possíveis dificuldades ao realizar a prova.

#### **Alternativas das dificuldades para T1 na autoavaliação elaboradas pela pesquisadora:**

*Marque as alternativas de acordo com suas dificuldades, ou seja, marque quantas alternativas forem necessárias:*

*Quais foram suas dificuldades na situação **Problema T1** para resolver as expressões numéricas?*

- a) Não sabe as prioridades das operações para resolver uma expressão numérica ( )*
- b) Não sabe: somar ( ), subtrair ( ), multiplicar ( ), dividir ( )*
- c) não teve dificuldades, pois resolveu corretamente todas as expressões numéricas ( )*
- d) outros: \_\_\_\_\_*

*Explique por quê?*

A estrutura, a seguir, é a mesma para as situações problemas T2, T3 e T4, por isso não serão repetidas novamente.

**Alternativas das dificuldades para T2, T3 e T4 na autoavaliação elaboradas pela pesquisadora:**

*Quais foram suas dificuldades na situação **Problema 2**?*

- a) Identificar e retirar do texto as informações importantes ( )*
- b) Determinar as operações para fazer o cálculo ( )*
- c) Construir a expressão numérica para o problema ( )*
- d) Não soube calcular ( )*
- e) Você tem dificuldade para ler textos ( )*
- f) Tem dificuldade de interpretar problemas ( )*
- g) não teve dificuldades, pois calculou e acertou todos os objetivos do problema ( )*
- h) outros: \_\_\_\_\_*

*Explique por quê?*

### **3.5.3 Instrumento de Diagnóstico (Questionário)**

No questionário, o foco da análise foi as perguntas objetivas de múltiplas escolhas, porém foram deixados espaços para que o aluno, explicasse sua opinião ou resposta. Logo, o objetivo do questionário foi coletar informações sobre o hábito ou não de resolver problemas nas disciplinas ofertadas na escola, para comparar com os resultados da prova diagnóstica. Identificando se as dificuldades estão relacionadas à ausência de exposições dos alunos a situações que os façam pensar e tomar decisões para solucionarem um problema envolvendo as operações aritméticas.

Antes de aplicar o questionário, foi necessário explicar aos alunos a diferença entre um problema e exercício, então, intervir com a explicação necessária para esclarecer tais diferenças aos que ainda não sabiam. Ressaltando que alguns alunos ainda desconhecem essas diferenças.

Sendo assim, a questão foi trabalhada com a turma de forma coletiva antes da aplicação do questionário e identificada como questão zero Q-0.

**Questão Q-0 elaborada pela pesquisadora para explicar a diferença entre problema e exercício:**

*Você alguma vez se perguntou se existe diferença entre exercício e problema?*

*João, com olhar investigativo de um detetive, resolveu pesquisar na internet tal dúvida. Em sua pesquisa, João chegou à seguinte conclusão: que existe sim uma diferença entre exercício e problema. No exercício não é necessário um contexto e o caminho para resolver é informado previamente como, por exemplo: Resolva a expressão numérica  $20 + 15 \cdot 3 - 8 =$  ; então, João chega ao resultado de 57, ou seja, é uma atividade de treinamento e reprodução, onde João faz uso de procedimentos conhecidos e aprendidos. No entanto, no problema, simular um contexto ou utilizar um contexto real é fundamental para significação do problema e para resolver é necessário envolver compreensão, interpretação, criação, tomada de decisão, estabelecer estratégias que leve ao resultado. Exemplo: Comprei uma Cama Box por R\$ 600,00. Dei R\$ 120,00 de entrada e o resto será pago em 3 prestações mensais iguais. Qual é o valor de cada prestação?*

*Embora o problema seja fácil, João ainda precisará pensar (raciocinar logicamente) e buscar maneiras de encontrar o caminho que leve ao resultado: que cada prestação será de R\$ 160,00.*

*Agora vamos imaginar outra situação hipotética:*

*E se o professor de João tivesse explicado e resolvido uma questão igual à que João acabou de resolver ou mudado apenas os números. Essa questão seria um problema ou só mais um exercício? Explique, por quê?*

<i>Respostas dos alunos</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>( ) um problema ( ) exercício</i>	<i>Se os alunos disserem um problema, mostra que ainda não entenderam a diferença. Sendo necessário explicar mais.</i>

Já as próximas questões foram respondidas de acordo com a opinião de cada aluno.

Na questão Q1 a Q3, a seguir, o objetivo destas foram levar os alunos a responder às perguntas relacionadas ao hábito ou não de resolver problemas nas aulas de matemática e demais disciplinas lecionadas na escola. Verificando se os alunos tinham contato com situações problemas em matemática, ou em outras disciplinas. Além, de apresentar ou não estratégias para resolver problemas.

**Questão Q1 elaborada pela pesquisadora:**

*Marque apenas uma alternativa para cada questão.*

*Você resolve problemas na disciplina de Matemática? Explique por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>Al</i>	<i>( ) sim ( ) não ( ) às vezes</i>	_____

**Questão Q2 elaborada pela pesquisadora:**

*Você resolve problemas em outras disciplinas? Qual disciplina? Explique, por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta.</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>Al</i>	<i>( ) sim ( ) não ( ) às vezes</i>	_____

**Questão Q3 elaborada pela pesquisadora:**

*Você tem alguma estratégia para resolver problemas? Se sim, explique qual? Se não, então, como você resolve?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta.</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>Al</i>	<i>( ) sim ( ) não</i>	_____

Objetivo da questão Q4, a seguir, foi verificar se o aluno ao resolver um problema consegue ou não responder sozinho, demonstrando autonomia ou dificuldade em tomar as decisões necessárias para buscar e planejar estratégias de solução a situações problemas.

**Questão Q4 elaborada pela pesquisadora:**

*Quando responde um problema, você resolve:*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta</i>	<i>Explique, por quê?</i>
<i>Al</i>	( ) com ajuda de um colega ( ) Individual ( ) com ajuda do professor.	_____

Objetivo da próxima questão Q5: verificar se o aluno apresentou dificuldades na prova diagnóstica, explicando quais dificuldades e o “porquê”. Fazendo com que o professor tenha conhecimento se as dificuldades são de níveis pessoais ou de elaboração do problema.

**Questão Q5 elaborada pela pesquisadora:**

*Você teve alguma dificuldade em resolver os problemas da prova? Se sim, quais e por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta</i>	<i>Explicação do aluno</i>
<i>Al</i>	( ) sim ( ) não	_____

O objetivo das questões de Q6 a Q9 foram verificar se o aluno apresenta Hábito (costume) ou não na utilização das 4 (quatro) ações da ASP como: compreender o problema; construir uma expressão numérica; resolver a expressão numérica e interpretar a solução, de forma inconsciente.

**Questão Q6 elaborada pela pesquisadora:**

*Ao resolver os problemas em matemática, você “costuma” retirar do problema as informações importantes? Explique, por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>Al</i>	( ) sim ( ) às vezes ( ) não	_____

**Questão Q7 elaborada pela pesquisadora:**

*Ao resolver os problemas em matemática, você “costuma” construir uma expressão numérica para resolver o problema? Explique, por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>Al</i>	( ) sim ( ) às vezes ( ) não	_____

**Questão Q8 elaborada pela pesquisadora:**

*Ao resolver a expressão numérica você identifica as prioridades das operações? Explique, por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta.</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>A1</i>	<i>( ) sim ( ) às vezes ( ) não</i>	_____

**Questão (Q9) elaborada pela pesquisadora:**

*Você “costuma” explicar como chegou à solução do problema sem a solicitação do professor? Quando faz, tem alguma dificuldade? Explique, por quê?*

<i>Aluno (a)</i>	<i>Resposta.</i>	<i>Explicação do aluno (a)</i>
<i>A1</i>	<i>( ) sempre ( ) às vezes. ( ) não, só se o professor pedir.</i>	_____ _____

**3.5.4 Instrumento na Formativa (prova de lápis e papel)**

Segundo Perrenoud (1999, p. 78) a avaliação formativa se caracteriza como “toda prática de avaliação contínua que pretende contribuir para melhorar as aprendizagens em curso, qualquer que seja o quadro e qualquer que seja a extensão concreta da diferenciação do ensino”. Assim, foi aplicada a prova formativa pretendendo-se conhecer e monitorar a aprendizagem dos alunos, identificando dificuldades, avanços e o nível de cada um para realizar correções de erros significativos, sintetizando ideias centrais, reforçando os objetivos propostos e realizando ajustes na BOA, em uma perspectiva progressiva no desenvolvimento cognitivo por etapas na zona de desenvolvimento proximal do aluno.

Considerando a análise da contribuição da Base Orientadora das Ações no estudo realizado com a resolução de atividades de situações problemas com as quatro operações aritméticas envolvendo números inteiros, conforme a direção cíclica de ensino de Talízina.

A tarefa T5 da prova formativa de acordo com as ações da ASP foi relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, com o objetivo de observar as habilidades de desempenho dos alunos conforme os indicadores: b) determinar os resultados significativos que tenham relação com os objetivos; c) responder as perguntas da tarefa corretamente; e d) explicar

como chegou à solução da tarefa. Exceto o indicador “a” de interpretar o resultado em função do objetivo, pois para isso seria necessária outra pergunta na tarefa que tratasse desse indicador, o que não foi o caso. Portanto na tabela referente aos procedimentos da tarefa T5 todos os alunos receberão “n” no indicador “a”.

Ao observar se o aluno demonstrava encontrar o resultado significativo de 8000 mil resultante da adição de imigrantes que entraram em Roraima do dia 1.º ao dia 25 de janeiro, contido no texto entre outros resultados, refazendo os cálculos envolvendo a divisão para encontrar a solução de que, em média, entram pela fronteira terrestre de Pacaraima 320 venezuelanos, finalizando com a explicação de como chegou à solução da tarefa.

**Situação problema da Tarefa T5 na prova formativa elaborada pela pesquisadora a partir do (<https://g1.globo.com/rr/roraima/noticia>):**

*1. Os venezuelanos que buscam refúgio em Roraima fogem, principalmente, da fome. Mas não é só isso, eles também querem escapar da severa escassez de remédios, da instabilidade política e de uma inflação galopante de 700% na Venezuela, que corrói a moeda e faz com que cada vez mais pessoas busquem comida no lixo.*

*Na fuga da fome, o fluxo é desordenado e a imigração ocorre até a pé. Há venezuelanos que, sem dinheiro algum para custear passagens de vinda para o Brasil, decidem, no auge do desespero, caminhar e contar com a sorte de conseguir carona para percorrer os 218 km da BR-174 que separam Pacaraima e Boa Vista.*

Figura 4 - Venezuelanos no posto de fiscalização da PF em Pacaraima



Fonte: <http://bit.ly/2GkoP66>

*De 1.º a 25 de janeiro de 2018, 8 mil imigrantes entraram pela fronteira terrestre de Pacaraima, município vizinho à cidade venezuelana de Santa Elena de Uairén. No mesmo período, foram 5.952 fazendo o caminho de volta para o país natal, gerando um saldo que pode ser de 2 mil venezuelanos a mais em Roraima. Não é possível afirmar com precisão porque uma mesma pessoa pode ter entrado ou saído do país várias vezes. Nesse período do dia 1.º a 25 de janeiro qual foi a média diária de imigrantes que entraram pela fronteira terrestre de Pacaraima-RR? Explique como você chegou à solução?*

Na tarefa T6, o objetivo foi verificar as habilidades do aluno nas quatro ações ASP de compreender o problema, construir expressão numérica a partir dos elementos conhecidos, desconhecidos e condições dos dados, resolver corretamente a expressão numérica construída, interpretar a solução do problema com a interpretação dos resultados significativos para o primeiro objetivo, determinando os resultados significativos a ser utilizado para reconstruir outra expressão numérica, refazendo cálculos que resolva o segundo objetivo da tarefa a partir de novas informações.

Analisando assim com as perguntas de orientações, se o aluno compreendia o problema extraíndo que a família juntou R\$ 1600,00 e R\$ 1200,00 para pagar um pacote de viagem de R\$ 3500,00 considerando as condições dos dados de encontrar a diferença entre o valor que a família dispõe e o valor a ser pago pelo pacote de viagem, determinando o saldo da família com agência ao pagar o pacote.

Em seguida, construir, na sequência, a expressão numérica  $(+1600 +1200 -3500)=$  com termos numéricos positivos e negativo envolvendo operações aritméticas, resolvendo com cálculos de adição e subtração, confirmando com o uso do sinal o resultado -700 para interpretar que a família ainda precisa de R\$ 700,00 reais para quitar o pagamento com a agência, determinando -700 como resultado significativo na construção de outra expressão numérica  $(900 +1600 +1200 -3500)=$  e/ou refazer os cálculos  $(-700 +900)=$  considerando uma nova situação de um desconto de R\$ 900,00 no pacote de passagens, respondendo assim, o segundo objetivo da tarefa, finalizando com a explicação de como chegou na solução da tarefa.

**Situação problema da Tarefa T6 na prova formativa elaborada pela pesquisadora:**

2. A família da Ana Vitória juntou R\$ 1.600,00 no primeiro trimestre e R\$ 1.200,00 no segundo trimestre para uma viagem de férias. Ao contratarem uma agência de turismo, fecharam um pacote de R\$ 3.500,00. Como ficou o saldo da família com agência?

*Perguntas de Orientação:*

**1.ª Ação Compreender o problema:**

*Quanto a família conseguiu juntar e quanto terá que pagar pelo pacote de viagem?*

Figura 5 - Pessoas viajando



Fonte: <http://bit.ly/2KAFh6B>

*Existe algum elemento desconhecido no problema?*

*Quais são as condições dos dados?*

*O que você precisa responder no problema?*

**2.ª Ação Construir uma expressão numérica:**

*Quais são os termos numéricos a serem utilizados?*

*Qual é a operação que você irá utilizar?*

*Qual é a sua expressão numérica para solucionar esse problema?*

**3.ª Ação Resolver a expressão numérica:**

*Qual é a operação com prioridade?*

*Calcule a sua expressão numérica:*

**4.ª Ação Interpretar a solução:**

*Imagine, agora, qual seria o saldo da família com a agência se a família tivesse ganhado um desconto de R\$ 900,00 no pacote de viagem?*

*O que os resultados encontrados representam?*

*E qual resultado você irá usar para responder as perguntas do problema?*

*Responda as perguntas do problema agora explique como chegou à solução do problema.*

A situação da tarefa T7 teve como o objetivo verificar a habilidade do aluno em elaborar um problema para expressão numérica pronta e realizar a 3.<sup>a</sup> ação da ASP por meio dos indicadores: a) identificando as prioridades das operações entre parênteses e fora dos parênteses; b) realizando os cálculos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão corretamente, e c) verificando se o resultado é positivo ou negativo, confirmando com o uso do símbolo (-) o resultado de -3.

### **Situação problema da Tarefa T7 na prova formativa elaborada pela pesquisadora:**

*3. Escreva um problema e resolva a expressão numérica  $50 : 10 + (40 - 12 \cdot 3) - 6 = ?$*

*Mas, antes de resolver a expressão numérica responda:*

*Qual operação você irá resolver primeiro e por quê?*

A tarefa T8 a seguir da prova formativa de acordo com as ações da ASP relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, teve o objetivo de verificar o desempenho dos alunos conforme os indicadores a) interpretar o resultado em função dos objetivos; b) determinar os resultados significativos que tenham relação com os objetivos; c) responder as perguntas da tarefa corretamente; e d) explicar como chegou à solução da tarefa. Diferente da T5 conta apenas um objetivo, enquanto na tarefa T8 dois objetivos deverão ser resolvidos pelos alunos, considerando então a interpretação do resultado do primeiro objetivo e continuarem realizado os demais procedimentos para resolver o segundo objetivo.

Resolvendo, então, a tarefa, considerando que a idade da professora é igual ao módulo de -18 adicionado ao módulo do seu antecessor, calculando  $18 + 19 = + 37$ , responde, assim, o primeiro objetivo por meio da interpretação de que a professora tem 37 anos de idade, refazendo em seguida, o cálculo com  $65 - 37 = + 28$  ou  $65 - (18 + 19) = + 28$  para responder que a

professora ainda precisa trabalhar 27 anos até se aposentar, finalizando a 4.<sup>a</sup> ação com a explicação de como chegou a solução da tarefa.

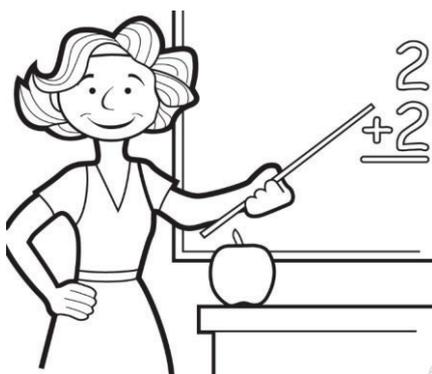
**Situação problema da Tarefa T8 na prova formativa elaborada pela pesquisadora:**

*4. A idade da professora Francisma é igual ao módulo de -18 adicionado ao módulo do antecessor desse número.*

*Responda:*

*a) Qual é a idade da professora?*

Figura 6 - Professora



Fonte: <http://bit.ly/2UlgUti>

*b) Sabendo que a professora pretende se aposentar com 65 anos, quantos anos ela ainda tem que trabalhar para poder se aposentar?*

*Explique como chegou à solução.*

### **3.5.5 Instrumento da Formativa e Final (guia de observação)**

O Guia de observação, no apêndice 1, é de caráter estruturado, pois foi elaborado para atender critérios estabelecidos na pesquisa com parâmetros das ações da ASP, propriedade primária e secundária, apresentando como objetivo acompanhar o desempenho dos alunos durante a formação com estudo dos inteiros nas atividades de situação problemas em aulas e provas, observando os cumprimentos dos objetivos de ensino para fazer retroalimentações e correções de acordo com as necessidades de cada aluno. Sendo também utilizado para confirmar

as qualidades de ações nas provas que deixaram dúvidas, devido à ausência de realização de algum indicador das ações ou oscilação de comportamentos durante a resolução das tarefas.

### 3.5.6 Instrumento de Avaliação Final (prova de lápis e papel)

A prova final teve como objetivo avaliar o cumprimento dos objetivos de ensino e fazer uma verificação das qualidades das ações, determinando em que etapa mental os participantes chegaram após a utilização da Sequência Didática, Atividade de Situações Problemas na aprendizagem com números inteiros nas operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Demonstrando, por tabelas e gráficos, como os alunos avançaram ou não em direção aos objetivos planejados na BOA, com a proposta a partir da estratégia de ensino resolução de situações problemas envolvendo essas quatro operações aritméticas com números inteiros.

Dessa maneira, a tarefa T9 teve como objetivo verificar as habilidades do aluno nas quatro ações da ASP de compreender o problema, construir expressão numérica a partir dos elementos conhecidos, desconhecidos e condições dos dados, resolver corretamente a expressão numérica construída, interpretar a solução do problema com a interpretação dos resultados significativos para o primeiro objetivo, determinando os resultados a ser utilizado para reconstruir outra expressão numérica, refazendo cálculos que resolva o segundo objetivo da tarefa a partir de novas informações.

Sendo esperado que o aluno demonstrasse compreender o problema extraindo que Paulo perdeu 3 e 6 pontos e Flávia perdeu 4 e 6, e com os dados vermelhos Paulo ganhou 6 e 4 e Flávia ganhou 5 e 1, estudando as condições dos dados de juntar os pontos das faces de cima para obter o saldo de pontos, construindo na 2ª ação uma expressão numérica  $(-3 - 6 + 6 + 4) =$  e  $(-3 - 6 + 6 + 4) =$  com números inteiros negativos e positivos para determinar os saldos individuais de Paulo e Flávia.

Para tanto, aplicou-se a operação de adição e subtração na 3.ª ação, encontrando o saldo de +1 para Paulo e -4 para Flávia, confirmando a verificação do resultado usando os símbolos de (+ e -), interpretando que Paulo ficou com uma pontuação maior que Flávia, determinando os resultados para refazer os cálculos com  $+1 - 4 = -3$ , considerando Paulo e Flávia de uma

mesma equipe, respondendo ao segundo objetivo de que a equipe deles ficará com uma pontuação de -3, finalizando a 4ª ação com a explicação de como chegou à solução.

**Situação problema da Tarefa T9 na prova final adaptada pela pesquisadora de (DANTE, 2015):**

1. *Paulo e Flávia brincam com dois dados: um vermelho e outro verde. Com o dado vermelho, eles ganham pontos e com o verde, perdem pontos. Em cada rodada, jogam os dois e juntam os pontos das faces de cima e obtêm o saldo de pontos da rodada. Vamos ver o que acontece em duas jogadas.*

Figura 7 - Dados



Fonte: Imagem adaptado pela pesquisadora

*Qual é o saldo de pontos individual de Flávia e Paulo? E o que esses saldos significam?*

*Agora, em outra situação, qual seria o saldo final considerando dessa vez que Paulo e Flávia são parte de uma equipe só?*

Na tarefa T10, o objetivo foi verificar as habilidades do aluno nas quatro ações da ASP de compreender o problema, construir expressão numérica a partir dos elementos conhecidos, desconhecido e condições dos dados, resolver corretamente a expressão numérica construída, interpretar a solução do problema com a interpretação dos resultados significativos para o primeiro objetivo, determinando os resultados a ser utilizado para reconstruir outra expressão numérica, refazendo cálculos que resolva o segundo objetivo da tarefa a partir de novas informações.

Sendo esperado que o aluno demonstrasse compreender o problema extraindo da tarefa T10 que Patrícia ao somar os gastos da semana obteve um resultado de R\$ 800,00 considerando a soma por engano de duas vezes o valor da conta do supermercado, e outro de R\$ 496,00 sem somar nenhuma vez a conta do supermercado, reconhecendo o primeiro objetivo de encontrar o valor da despesa do supermercado de Patrícia em uma semana.

Para, então, construir uma expressão numérica, por exemplo, com  $(800 - 496) : 2 =$  envolvendo as operações de subtração e divisão na 2.<sup>a</sup> ação. Resolvendo através de cálculos na 3.<sup>a</sup> ação a expressão numérica para encontrar o quociente de 152 a ser interpretado na 4.<sup>a</sup> ação como o valor da conta do supermercado de Patrícia, refazendo os cálculos envolvendo a operação aritmética, por exemplo, de adição:  $152 + 496 = 648$  e, assim, resolver o segundo objetivo de determinar o gasto de R\$ 648,00 reais como a despesa de Patrícia na semana, finalizando com a explicação de como chegou à solução.

#### **Situação problema da tarefa T10 na prova final elaborada pela pesquisadora:**

*2: Patrícia é gerente em uma loja do Pátio Roraima Shopping. Ao somar todos os gastos da semana, Patrícia somou, por engano, duas vezes o valor da conta do supermercado, o que resultou num gasto total de R\$ 800,00. Porém, se ela não tivesse somado nenhuma vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R\$ 496,00. Considerando essa situação qual foi à despesa do supermercado de Patrícia em uma semana?*

*Agora que você já encontrou a despesa do supermercado, determine o gasto total da semana de Patrícia.*

A situação da tarefa T11 teve como objetivo verificar a habilidade do aluno em elaborar um problema para expressão numérica pronta e realizar a 3.<sup>a</sup> ação da ASP por meio dos indicadores: a) identificando as prioridades das operações depois de eliminar os parênteses, b) realizando os cálculos das operações de adição e subtração corretamente; e c) verificando se o resultado é positivo ou negativo, confirmando com o uso do símbolo (+) o resultado de +308, utilizando o resultado para responder o objetivo do problema elaborado.

**Situação problema da Tarefa T11 na prova formativa elaborada pela pesquisadora:**

3. *Elabore um problema para expressão numérica  $(420) + (-310) + (-8) =$  depois calcule a expressão numérica e responda à pergunta do problema que você formulou.*

A tarefa T12 de acordo com as ações da ASP relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, apresentou como objetivo verificar o desempenho dos alunos conforme os indicadores: a) interpretar o resultado em função dos objetivos; b) determinar os resultados significativos que tenham relação com os objetivos; c) responder as perguntas da tarefa corretamente; e d) explicar como chegou à solução da tarefa.

Esperado que o aluno determinasse o saldo significativo de R\$ 80,00 extraído do texto como resultado da movimentação bancária de Ricardo na segunda e terça feira, utilizando na construção de uma expressão numérica, por exemplo, de  $80 - 2 \cdot 75 = -70$  ou  $(-850 + 550 + 380) - 2 \cdot 75 = -70$ , resolvendo o objetivo de uma nova situação de movimentações bancárias de Ricardo, referente às contas de energia, respondendo que o saldo não será suficiente para pagar o débito de energia e nem sobrar crédito para ele realizar um saque considerando que após os cálculos o novo saldo será de R\$ -70,00, finalizando a 4.<sup>a</sup> ação com a explicação de como chegou a solução.

**Situação problema da Tarefa T12 na prova formativa elaborada pela pesquisadora:**

4. *Ricardo é cliente do Banco do Brasil e sua conta bancária, na segunda-feira, estava com um saldo -850,00 reais, sendo creditado, na terça-feira, 550,00 e 380,00 como pagamentos referente aos trabalhos de pintura que havia realizado na semana passada, fazendo com que o saldo da conta bancária ficasse em 80,00 reais. No entanto, deixou ainda agendado dois débitos iguais de 75,00 reais da energia para quinta-feira, evitando, assim, mais um dia de fila para pagar somente essas contas. Diante dessa nova situação de movimentações bancárias de Ricardo, podemos dizer que o saldo será suficiente para pagar o débito de energia e ainda sobrar crédito para ele realizar um saque? Explique como chegou à solução.*

### 3.5.7 Instrumento no Pós-Teste (prova de lápis e papel)

Enquanto isso o objetivo da prova pós-teste foi verificar avanços ou não na aprendizagem após dois meses de finalizada a intervenção desenvolvida com a proposta didática, identificando se houve mudanças nos níveis de desempenho quantitativo, comparando com resultados da prova final para refletir sobre a contribuição da sequência didática com números inteiros na aprendizagem como produto educacional, considerando que cada turma tem uma personalidade, cada aluno sua individualidade e nível de partida para aprender.

Assim, a tarefa T13 apresentou como objetivo verificar o desempenho do aluno nas quatro ações da ASP de compreender o problema, construir expressão numérica a partir dos elementos conhecidos, desconhecidos e condições dos dados, resolver corretamente a expressão numérica construída, interpretar a solução do problema com a interpretação dos resultados significativos para o primeiro objetivo, determinando os resultados a ser utilizado para reconstruir outra expressão numérica, refazendo cálculos que resolva o segundo objetivo da tarefa a partir de novas informações.

Sendo esperado que o aluno demonstrasse compreender o problema extraindo do texto que a dívida será dividida em quatro partes iguais entre João, Marcos, Alfredo e Ryandra, reconhecendo o primeiro o objetivo de determinar o valor de cada sócio para pagar ao banco do Brasil, considerando o adiantamento de R\$ 5.000,00 reais de João, construindo uma expressão numérica na 2.<sup>a</sup> ação para resolver o primeiro objetivo, determinando corretamente os termos numéricos e operações aritmética de divisão e subtração a ser utilizado, por exemplo, de  $-36000 : 4 =$  Para encontrar a parte de três sócios e de  $-36000 : 4 + 5000 =$  Para encontrar a parte de João.

Ao se realizar os cálculos na 3.<sup>a</sup> ação priorizando a divisão para encontrar os resultados de -9000 para três sócios, e com a divisão e subtração encontrar -4000 para João, respondendo que cada um dos três sócios terá que contribuir com -9000 e João com -4000, refazendo os cálculos com  $-36000 : 3 =$  e  $-36000 : 3 + 5000 =$  Para resolver o segundo objetivo de uma nova situação, considerando três sócios: João, Ryandra e Marcos, respondendo que o valor da dívida de cada um seria de: -7000 para João, -12000 para Ryandra e -12000 para Marcos, finalizando com explicação de como chegou à solução da tarefa.

**Situação problema da tarefa T13 na prova pós-teste elaborada pela pesquisadora:**

*1: Com a crise econômica, diversas empresas se viram obrigadas a ajustar ou paralisar suas produções, em casos mais sérios, algumas decidiram fechar e outras resolveram fatiar as dívidas entre os sócios para continuar funcionando. Um mercado do bairro com quatro sócios, João, Marcos, Alfredo e Ryandra tem uma dívida de R\$ 36.000,00 reais com o banco do Brasil. Portanto, cabe a cada sócio a responsabilidade de assumir uma parte da dívida, em partes iguais. Porém, um dos sócios, João já adiantou R\$ 5.000,00 reais de sua parte. Quanto falta para cada sócio pagar ao Banco do Brasil ainda?*

*E se, ao invés de quatro sócios, na empresa, houvesse apenas três sócios João, Ryandra e Marcos, quanto cada um dos sócios assumiria da dividida nessa nova situação para pagar ao banco?*

Na tarefa T14 também teve como objetivo verificar o desempenho do aluno nas quatro ações da ASP de compreender o problema, construir expressão numérica a partir dos elementos conhecidos, desconhecidos e condições dos dados, resolver corretamente a expressão numérica construída, interpretar a solução do problema com a interpretação dos resultados significativos para o primeiro objetivo, determinando os resultados a ser utilizado para reconstruir outra expressão numérica, refazendo cálculos que resolva o segundo objetivo da tarefa a partir de novas informações.

Nessa tarefa, o esperado era que o aluno demonstrasse compreender o problema, extraíndo todas as despesas de Poliana de 12 reais, de 29 reais, de 287 reais, de 12 reais, de 30 reais e de 11 reais, considerando o recebimento de 130 reais de sua amiga e a quantia de 425 reais que Poliana levava em sua carteira, reconhecendo que o primeiro objetivo de encontrar a quantia que sobrara na carteira de Poliana, construindo na 2.<sup>a</sup> ação uma expressão numérica envolvendo adição de números inteiros positivos e negativos, por exemplo, de  $+ 425 + 130 - 12 - 29 - 287 - 12 - 30 - 11 =$  Resultando em: +174 por meio dos cálculos na 3.<sup>a</sup> ação.

De fato, comprovando que sobrara ainda na carteira de Poliana 174 reais, refazendo o cálculo, por exemplo, com  $+ 174 - 254 = - 80$  ou outra expressão numérica, por exemplo, de  $+ 425 + 130 - 12 - 29 - 287 - 12 - 30 - 11 - 254 = - 80$  para resolver o segundo objetivo, considerando uma nova informação de que o saldo bancário estava em -254 reais, respondendo

que o saldo bancário de Poliana ficara em -80 reais depois depositar toda a quantia que sobrara em sua carteira, finalizando com a 4ª ação com explicação de como chegou à solução.

**Situação problema da tarefa T14 na prova pós-teste elaborada pela pesquisadora:**

*2: Ao sair de casa pela manhã, Poliana levava em sua carteira 425 reais. Na padaria, gastou 12 reais. Depois foi à farmácia e comprou um remédio de 29 reais. No supermercado, seu gasto foi de 287 reais. Encontrou-se com Maria e recebeu dela 130 reais, relativos a um empréstimo que havia feito à amiga quando estava passando por dificuldades financeiras. Mais tarde, tomou um lanche e lá se foram 12 reais. Parou no posto e colocou 30 reais de combustível em seu automóvel. Numa banca de jornal, comprou algumas revistas num total de 11 reais. Com tantas despesas, quanto ainda sobrara na carteira de Poliana?*

*Porém, alguns minutos depois Poliana passou num caixa eletrônico e viu que o saldo no banco estava negativo em 254 reais, decidiu, então, depositar em sua conta bancária toda a quantia que lhe sobrara na carteira. Qual seu saldo bancário depois de efetuar o depósito?*

Na situação da tarefa T15 teve como objetivo verificar a habilidade do aluno em elaborar um problema para uma das expressões numéricas encontrada nas linhas, colunas ou diagonais e realizar a 3.ª ação da ASP por meio dos indicadores: a) identificando prioridades das operações; b) realizando o cálculo de pelo menos uma das expressões numéricas do quadro mágico envolvendo a operação de adição de números inteiros, por exemplo, na linha:  $-1 + 0 + (-5) = -6$ ,  $-6 + (-2) + 2 = -6$ ,  $1 + (-4) + (-3) = -6$ ; coluna:  $-1 + (-6) + 1 = -6$ ,  $0 + (-2) + (-4) = -6$ ,  $-5 + 2 + (-3) = -6$  ou diagonais:  $-1 + (-2) + (-3) = -6$  e  $-5 + (-2) + 1 = -6$ ; e c) verificando se o resultado é positivo ou negativo, através da confirmação com o uso do símbolo (-) o resultado de -6, utilizando o resultado para responder o objetivo do problema elaborado.

**Situação problema da tarefa T15 na prova pós-teste adaptada pela pesquisadora de (MORI, 2012):**

3. *Quadrado mágico é um quadro dividido em vários quadrados menores nos quais se escrevem números. A soma dos números que estão nas linhas deve ser igual à soma dos números que estão nas colunas e também nas diagonais. Nesse quadrado mágico, a soma é menos seis e os números que estão nele são números inteiros. Encontre os números inteiros e confirme com a construção e o cálculo das expressões numéricas, se realmente você encontrou os números certos?*

		-5
1		-3

*Agora, escolha uma expressão numérica que você construiu e elabore um problema e responda.*

A tarefa T16 de acordo com as ações da ASP relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, teve o objetivo de observar o desempenho dos alunos conforme os indicadores: a) interpretar o resultado em função dos objetivos; b) determinar os resultados significativos que tenham relação com os objetivos; c) responder as perguntas da tarefa corretamente; e d) explicar como chegou à solução da tarefa.

Esperado que o aluno interprete o resultado -20 como a distância que Matheus poderia ser encontrado na primeira situação da tarefa para determinar esse como resultado significativo na análise do segundo objetivo, após refazer os cálculos, por exemplo, com  $-7 \cdot 2 + 10 + 3 = -1$  a partir da nova situação, responder que Matheus poderia ser encontrado mais perto da superfície na segunda situação, considerando que dentro do mar: -20 metros são mais distantes da superfície do que -1 metro, ou seja, na segunda situação ele estava um metro de distância da superfície, enquanto na primeira está em uma profundidade maior de 20 metros dentro do mar, mais distante da superfície, finalizando a 4.<sup>a</sup> ação com a explicação de como chegou à solução.

***Situação problema da tarefa T16 na prova pós-teste elaborada pela pesquisadora:***

*4. Matheus foi mergulhar no mar da Ilha de Margarita na Venezuela usando equipamentos de mergulho. Desceu 25 metros, subiu 11 metros e voltou a descer 6 metros, podendo assim, depois de algumas horas, ser encontrado a -20 metros da superfície.*

Figura 8 - Homem mergulhando



Fonte: <http://bit.ly/2IwaDbM>

*Vamos analisar agora se, em uma nova situação, Matheus tivesse apenas descido 7 metros duas vezes, subindo em seguida 10 metros, voltado a subir novamente mais 3 metros, em qual das situações Matheus poderia ser encontrado mais perto da superfície?*

## **CAPÍTULO IV: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS**

### **4.1 RESULTADOS COLETADOS COM A PROVA DIAGNÓSTICA**

A análise descritiva dos resultados desta amostra foi realizada com o uso dos dados coletados na avaliação diagnóstica com quatro situações problema elaborados de acordo com as ações da ASP, com e sem perguntas de orientações, descrevendo e exibindo o desempenho dos alunos nas tarefas por tabelas e gráficos. Desta forma, os resultados dos dados estão representados por tabelas e gráficos através da análise de indicadores (operações) realizados ou não das ações representados nas tabelas por “s” e “n”, e os gráficos com uma análise de padrões de pontuação na escala de 1 a 5 de desempenho da amostra, que serão complementados na sequência também com os resultados da autoavaliação e questionário.

Na Tabela 3, é possível observar qualitativamente de forma individual e coletiva os procedimentos de cálculos feitos pelos os alunos na 3.<sup>a</sup> ação (resolver a expressão numérica), em que a maioria dos alunos demonstrou um desempenho insatisfatório na tarefa T1, considerando que não conseguiu realizar com sucesso os cálculos envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão seja por dificuldades nos cálculos ou confusão nas prioridades hierárquicas dessas operações aritméticas.

Tabela 3 - Desempenho por ações na prova diagnóstica na tarefa T1

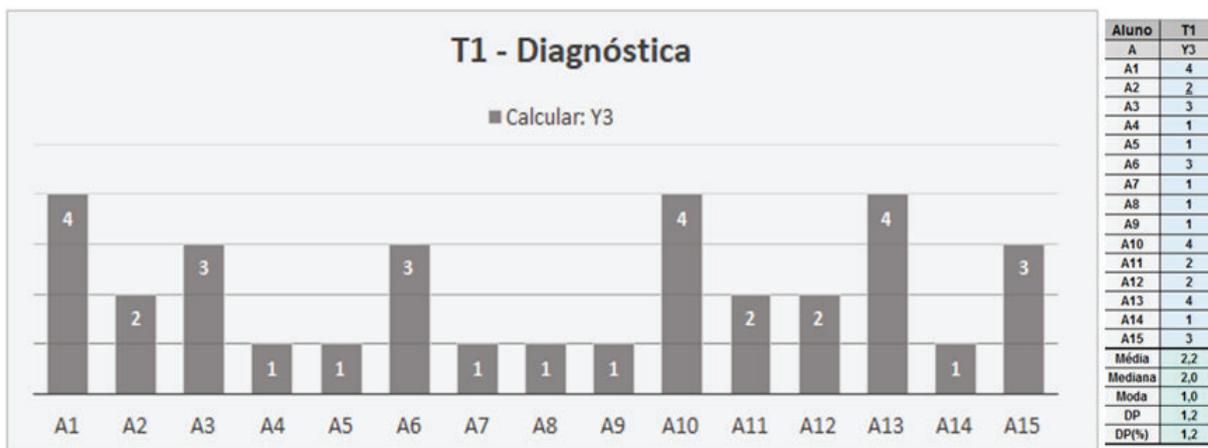
Tarefa 1 – Diagnóstica																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	s	n	n	n	n	n	n	n	s	s	s	s	n	n
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	s	n	s	n	n	s	n	n	n	s	n	n	s	n	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	4	2	3	1	1	3	1	1	1	4	2	2	4	1	3

Fonte: Provas diagnósticas aplicadas aos alunos

A seguir, na imagem 1 com o gráfico, observa-se quatros padrões em que: os alunos (A1, A4, A13) identificaram as prioridades das operações aritmética, realizando os procedimentos de cálculo corretamente de duas expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão, pontuando 4 pontos; os alunos (A3, A6, A15) calcularam corretamente apenas uma das expressões numéricas envolvendo as operações aritméticas, demonstrando dificuldades em identificar as prioridades hierárquicas das operações aritméticas ou realizar procedimentos de cálculo corretamente, pontuando 3 pontos.

Enquanto os alunos (A2, A11, A12) apesar de não terem realizados os cálculos corretamente das expressões aritméticas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão demonstraram por meio das sequências de seus cálculos algum conhecimento de hierarquia das prioridades dessas operações, pontuando 2 pontos; enquanto os alunos (A4, A5, A7, A8, A9, A14) apresentaram dificuldades nos procedimentos de cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão ou erram na sequência hierárquica das prioridades dos cálculos, pontuando 1 ponto.

Imagem 1 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T1



Fonte: Provas diagnósticas aplicadas aos alunos

Contudo, na análise quantitativa geral, a amostra na tarefa T1 apresentou uma média de 2,2 com uma variação de distanciamento da média de 1,2 para mais ou menos nos resultados de pontuação conforme a tabela que acompanha a Imagem 1.

Tabela 4 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T2

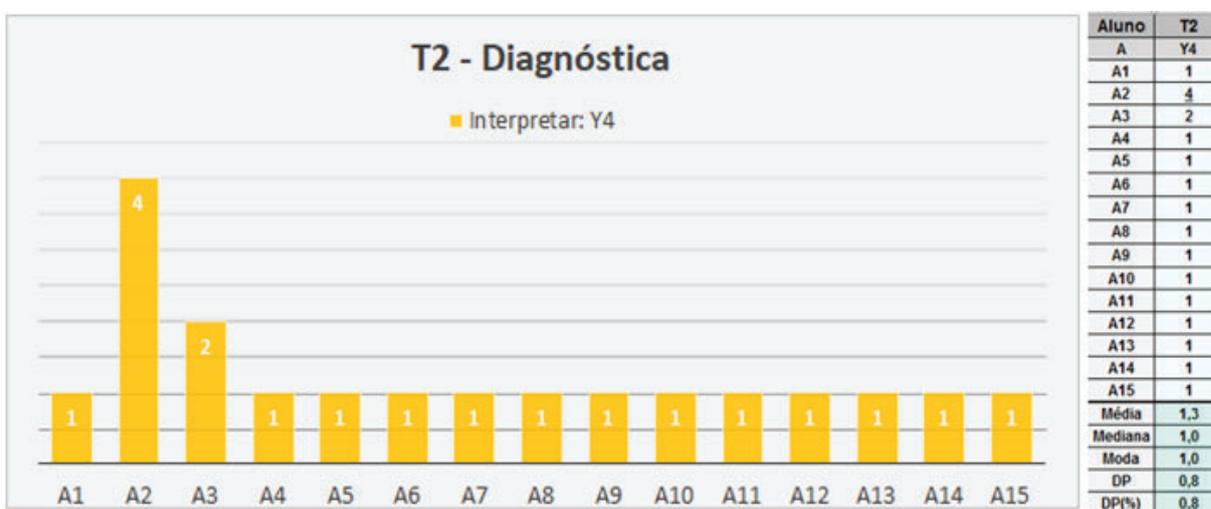
Tarefa 2 - Diagnóstica																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	s	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) respondeu à pergunta do problema corretamente</b>	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Provas diagnósticas aplicadas aos alunos

Na análise qualitativa da Tabela 4, é possível inferir que a maioria dos alunos participante da pesquisa apresentou dificuldades na 4.<sup>a</sup> ação da T2 no que se diz referente à aprendizagem da interpretação da solução de problemas, conforme os indicadores (operações) com a letra “s”, os alunos deixaram de interpretar, determinar os resultados significativos em função do o objetivo do problema e responder a pergunta corretamente da tarefa; exceto o A2 que realizou com mais sucesso a 4 ação, embora tenha deixado de explicar como chegou a solução do problema.

Reforçando com o gráfico na Imagem 2, a seguir, somente o aluno A2 com uma pontuação de 4 pontos, conseguiu interpretar a solução do problema, extraindo o custo do texto e arrecadação que o comerciante teve com a compra de bananas em uma nova situação, refazendo os cálculos com as operações de adição, subtração e multiplicação, interpretando e determinando os resultados significativos para responder que o comerciante continuava tendo lucro sem perda do valor que investiu.

Imagem 2 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T2



Fonte: Provas diagnósticas aplicadas aos alunos

Já o aluno A3 conforme o gráfico na Imagem 2 acima, apesar de extrair o custo, arrecadação e construído uma nova expressão numérica não conseguiu refazer o cálculo corretamente para responder se o comerciante teve lucro ou prejuízo em seu comércio em uma nova situação; enquanto treze alunos (A1, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) com 1 pontos, deixaram em branco a tarefa ou apresentaram dificuldades na interpretação da solução do problema. Apresentado essa amostra na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução a média de 1,3 com uma variação de distanciamento da média de 0,8 nos resultados de pontuação conforme a tabela na Imagem 2.

Na tarefa T3, de acordo com os procedimentos exibido, na Tabela 5 a seguir, em que foram analisadas as quatro ações da Atividade de Situações Problema, nenhum aluno conseguiu um ótimo desempenho, realizando todas as ações da ASP corretamente, pois os mesmos em sua maioria demonstraram um desempenho decrescente ao passar de uma ação a outra,

principalmente a partir da 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica a 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução. Somente o aluno A2 demonstrou compreender o problema, construiu e calculou corretamente a expressão numérica envolvendo adição e subtração representado por “s” nos três indicadores dessas ações, chegando mais perto de um desempenho satisfatório, porém cometeu imprecisões e não concluiu a 4.<sup>a</sup> ação de interpretar o problema.

Tabela 5 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T3

Tarefa 3 - Diagnóstica																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
1A	a) Ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos	n	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	b) Estudou os dados e suas condições	n	s	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) Reconhece os objetos do problema</b>	n	s	n	n	s	n	n	n	s	n	n	n	n	s	n
	<b>Total</b>	1	5	2	2	5	2	2	2	2	4	2	2	2	4	2
2A	a) Determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído	n	s	s	n	s	s	s	s	s	n	s	n	n	n	n
	b) Determinou corretamente as operações a ser utilizada	n	s	s	s	s	s	n	n	s	n	n	s	n	n	n
	<b>c) Construiu as expressões numéricas corretamente</b>	n	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	n
	<b>Total</b>	1	5	2	2	2	2	2	2	2	5	1	2	2	1	1
3A	a) Identificou as prioridades das operações	n	s	n	n	s	s	s	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>b) Realizou as operações (cálculo) corretamente</b>	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	c) Verificou se o resultado é positivo ou negativo	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>Total</b>	1	5	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
4A	a) Interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) Determinou os resultados significativo que tenham relação com os objetivos do problema	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) Respondeu à pergunta do problema corretamente</b>	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) Explicou como chegou à solução do problema	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>Total</b>	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

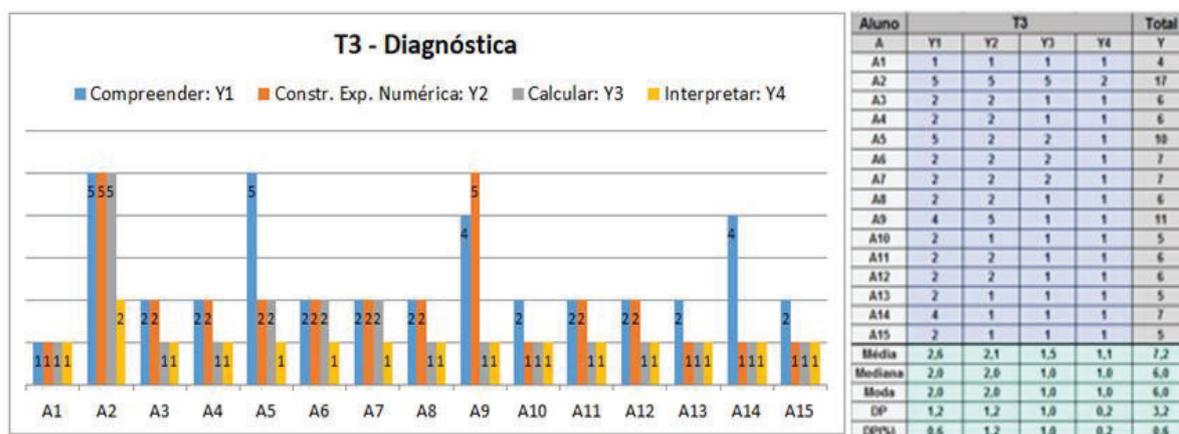
Fonte: Provas diagnósticas aplicadas aos alunos

Sendo assim, os resultados no gráfico da Imagem 3 a seguir, confirmam-se que, com as orientações na tarefa apenas o aluno A2 apresentou um melhor desempenho com uma pontuação de 5 pontos na 1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação: compreendendo o problema, determinando a quantidade de cada salgados que havia pronto, identificando o primeiro objetivo do problema que era determinar a quantidade de cada salgados que ainda deveria ser feito; determinando as operações aritméticas de subtração e os termos numéricos a ser utilizados na expressão numérica; construindo e calculando uma expressão numérica para o primeiro objetivo da tarefa;

porém na ação Y4 de interpretação da solução, apesar de ter feito o outro cálculo com adição e subtração para o segundo objetivo do problema não respondeu corretamente a segunda pergunta.

Na sequência, observa-se na Imagem 3 a seguir, os alunos A9 e A14 que compreenderam o problema (Y1) com 4 pontos, por ter: determinando a quantidade de cada salgado que havia pronto, a quantidade de cada salgado encomendado e identificando o primeiro objetivo do problema que era determinar a quantidade de cada salgado que ainda deveria ser feito com a encomenda. Na segunda ação, (Y2) diferente do A14, o A9 obteve 5 pontos, pois determinou as operações aritméticas de adição, subtração e os termos numéricos a ser utilizados, construindo uma expressão numérica corretamente. No entanto, apresentou dificuldades na execução dos cálculos (Y3), principalmente, com a subtração, prejudicando em consequência a interpretação do problema (Y4).

Imagem 3 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T3



Fonte: provas diagnósticas aplicadas aos alunos

Enquanto o aluno A5 de acordo ainda com o gráfico na Imagem 3 acima, apresentou um melhor resultado apenas na ação compreender o problema (Y1) com uma pontuação de 5 pontos, por ter conseguido retirar do texto a informação da quantidade de cada salgado que havia pronto e identificando, a quantidade da encomenda e a quantidade de cada salgado que ainda deveria ser feito, ou seja elementos conhecidos e desconhecidos do problema. Embora não tenha concluído a construção e nem resolvido uma expressão numérica corretamente, ainda conseguiu determinar os termos numéricos, a operação de subtração e prioridades dessa na

realização dos cálculos soltos, justificando sua pontuação de 2 pontos na 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação e 1 ponto na 4.<sup>a</sup> ação.

E por fim onze alunos (A1, A3, A4, A6, A7, A8, A10, A11, A12, A13 e A15) conforme a pontuação no gráfico da Imagem 3, apesar das perguntas de orientação na tarefa, apresentaram dificuldades para extrair informações conhecidas, desconhecidas e identificar o objetivo da situação problema que era determinar a quantidade de cada salgado que ainda faltava ser feito para completar a encomenda; e assim construir uma expressão numérica com a subtração e adição, dando sequência com ampliação da interpretação da solução, encontrando os resultados significativos em função da segunda pergunta, refazendo os cálculos considerando não mais a quantidade de 65 salgados, mas sim 380 salgados ao todo para Reginaldo atender o pedido, ficando com uma pontuação de 1 pontos em todas as ações.

Dessa maneira, na tarefa T3 conforme a tabela na imagem 3, a maior média ficou na 1.<sup>a</sup> ação de 2,6 com uma variação de 0,6 por apresentar uma razoável pontuação, enquanto apresentou uma menor média na 4.<sup>a</sup> ação de 1,1 com uma variação de 0,2 onde a maioria obteve a menor pontuação.

Enquanto isso, na tarefa T4 exibido na Tabela 6 a seguir, a situação dos procedimentos representada pela letra “n” em todas as operações das ações, demonstram um baixo desempenho em: compreender o problema, construir uma expressão numérica para o problema, resolver a expressão numérica construída e interpretar a solução do problema. Sendo possivelmente um reflexo da ausência de perguntas de orientação na tarefa 4, fazendo com que os alunos apresentem bem mais suas dificuldades na resolução de situações problema.

Tabela 6 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na tarefa T4

Tarefa 4 - Diagnóstica																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) estudou os dados e suas condições.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) reconheceu os objetivos do problema.</b>	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) construiu as expressões numéricas corretamente</b>	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3A	a) identificou as prioridades das operações.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>b) realizou as operações (cálculo) corretamente.</b>	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	<b>c) respondeu à pergunta do problema corretamente</b>	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: provas diagnósticas aplicadas aos alunos

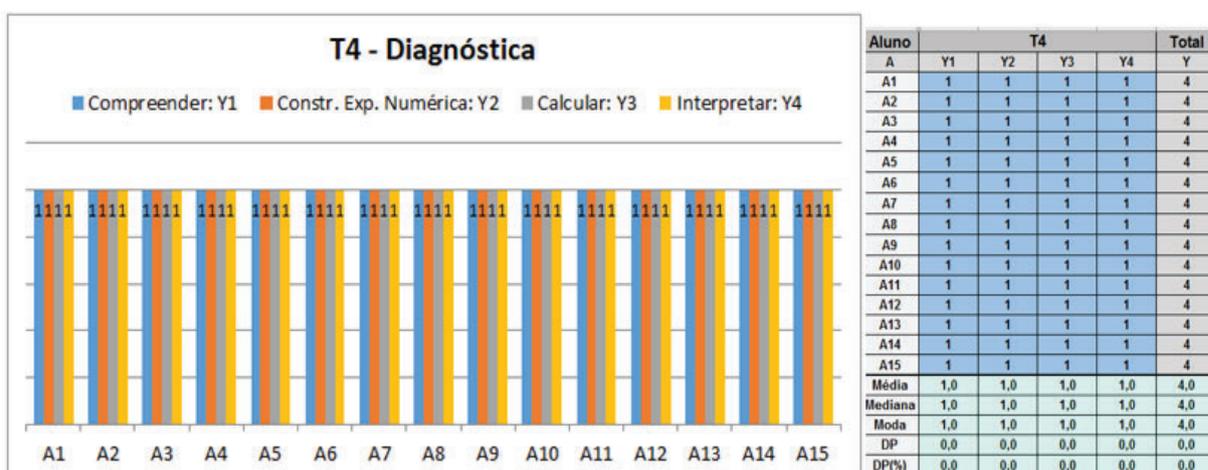
Observa-se, então, conforme os resultados quantitativos da T4 no gráfico exibido na imagem 4, que apesar de algumas tentativas na realização da tarefa, nenhum dos alunos conseguiu realizar as ações da ASP na T4, registrando-se a tarefa com pior desempenho. Deixando mais evidente as dificuldades em compreender o problema, construir uma expressão numérica, resolver as expressões numéricas com operações de divisão e multiplicação e ausência de estratégias dos alunos para resolver problemas.

Ressaltando que os mesmos não apresentaram habilidade em extrair a informação que: a viagem era 288 km, a capacidade do carro era de 50 litros e que um litro de gasolina nesse carro correspondia a 12 km rodados, tendo como primeiro objetivo determinar a quantidade mínima de gasolina que Douglas deveria ter para realizar a viagem; determinando os termos

numéricos e a operação de divisão para construir uma expressão numérica para esse primeiro objetivo; resolvendo a expressão construída para responder que o carro teria no mínimo 24 litros.

Ao refazer os cálculos com uma nova expressão numérica com a operação de divisão e multiplicação para determinar por meio do segundo objetivo do problema quantas vezes deveria encher o tanque para realizar uma nova viagem de 2400 km, ou seja, interpretando o problema.

Imagem 4 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na tarefa T4



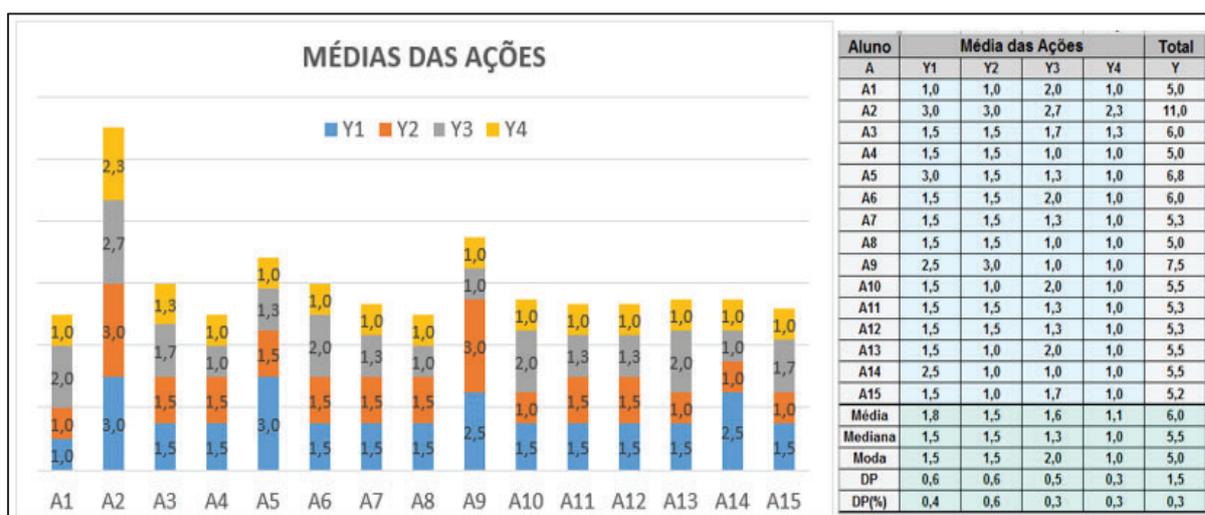
Fonte – provas diagnósticas aplicadas aos alunos

A amostra apresenta desempenho insatisfatório com a pontuação mínima na tarefa T4, deixando a média em 1 em todas as ações, conforme a tabela da Imagem 4 acima sem variação em torno da média.

Portanto, de acordo com os resultados das médias das ações da ASP da prova diagnóstica exibidos na Imagem 5 a seguir, reforça que os desempenhos dos alunos são insatisfatórios na resolução de problemas envolvendo as operações aritméticas com números naturais, pois apontam dificuldades em identificar e retirar do texto as informações importantes, determinar as operações para fazer o cálculo, construir expressões numéricas, calcular e, principalmente, interpretar a solução do problema, fundamentais no desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas. Afinal apenas o aluno A2 se destaca com um desempenho entre 2 e 3 pontos em todas ações.

Verificando-se entre as médias das ações, uma maior média na primeira ação compreender o problema e uma menor média na quarta ação interpretação da solução do problema, exibido na tabela da Imagem 5.

Imagem 5 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos por média das ações

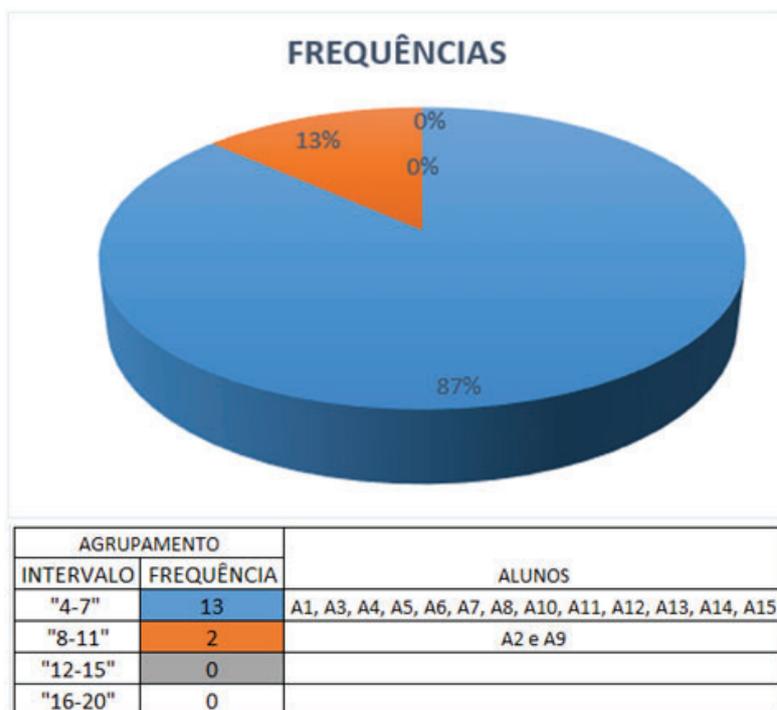


Fonte: dados da prova diagnóstica aplicadas aos alunos

Sinalizando a necessidade de uma retroalimentação das operações aritmética com números positivos (naturais) a partir de ações que estimulem e oriente o aluno a compreender, pensar e desenvolver estratégias que solucionem os problemas, antes do estudo com números negativos.

Dessa forma, a frequência por agrupamento, conforme o gráfico e tabela, na Imagem 6 a seguir, realizado segundo a escala de quatro a vinte pontos a partir dos resultados total (Y) das médias das ações, é possível observar a frequência da maioria dos alunos no menor nível de desempenho em uma representação de 87%, e dois alunos (A2 e A9) no segundo nível em uma representação de 13%. Determinando assim, o menor nível entre 4-7 pontos, como nível de partida para o planejamento da Base Orientadora das Ações em Atividade de Situações Problema, envolvendo as operações aritméticas com números inteiros. Incluindo, sempre que necessário, atividades extras para os dois alunos entre o nível 8-11 pontos para ir além do nível em que se encontram.

Imagem 6 - Frequência de desempenho por média das ações da amostra.



Fonte – banco de dados da pesquisadora

Para exemplificar a análise realizada com mais detalhe sobre a categoria da Atividade de Situação Problema foi utilizado os resultados de um aluno em cada um dos grupos de intervalo como exemplo.

✓ Exemplo 1: Aluno A6 representante do grupo com menor desempenho

Na solução realizada para tarefa T1, exibida na imagem 7 a seguir, o aluno A6 demonstrou ter dificuldades em realizar os cálculos com as operações com números naturais, por falta de domínio em realizar os cálculos de acordo com as prioridades hierárquicas das operações aritméticas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão com números positivos entre parêntese e fora do parêntese, o que acabou levando-o ao erro da solução das expressões numéricas a, c, d, acertando apenas a alternativa “b”.

Observando-se, assim, os erros nas operações de subtração e multiplicação na alternativa “a” na imagem 7: quando somou o cinco que estava entre parêntese ( $5 - 1$ ) com outro cinco de ( $3 + 2$ ) ao invés de subtrair cinco menos um e multiplicar com cinco de ( $3 + 2$ ), desconsiderando a prioridade da multiplicação depois dos cálculos adição e subtração entre

parênteses. E apresentou erros nas prioridades hierárquica de cálculos entre a multiplicação e adição na alternativa “d”: quando realizou primeiro o cálculo com adição de  $3 + 2$  ao invés de multiplicar primeiro os fatores 2 e 5. No entanto, na autoavaliação o aluno atribuiu seus erros apenas às dificuldades com a divisão e não com as prioridades hierárquicas das operações aritméticas.

Imagem 7 - solução do A6 para T1 na prova diagnóstica

1) Resolva as expressões numéricas:

a)  $(3+2) \cdot (5-1)+4 = 25 - 10 + 4 = 9$  ✗  $20 - 10 + 7 \times 3 + 40 : 8 = 36$  ✓

b)  $20 - 10 + 7 \times 3 + 40 : 8 = 10 + 21 + 5 = 36$

c)  $16 + 10 - (18 : 3 + 2) + 5 = 16 + 10 - 8 + 5 = 23$  ✗

d)  $3 + 2 \cdot 5 - 1 + 4 = 3 + 2 = 5 \times 5 = 25 - 1 = 24 + 4 = 28$  ✗

Pergunta  
Quais as operações com prioridades nessas expressões?

a) do componente c) soma  
 b) prioridades e subtração d) soma

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A6

Imagem 8 - Solução do A6 para tarefa T2 na prova diagnóstica

Agora é sua vez!

E se na terça-feira, o comerciante houvesse vendido 9 palmas, cada uma por R\$ 6,00 e na quarta-feira vendido 21 palmas por R\$ 2,00 reais. Esse comerciante continuaria tendo lucro ou teria prejuízo? De quanto?

$(9 \cdot 6) + (21 \cdot 2) = 15$  ✗

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A6

Na situação T2 conforme a Imagem 8 acima, o aluno A6 apresentou dificuldades para extrair o custo que o comerciante teve com a compra de bananas na feira do produtor presente na solução do primeiro objetivo que já estava respondido no texto, tendo apenas que refazer a 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação, construindo outra expressão numérica envolvendo adição, subtração e

multiplicação com os termos numéricos da nova arrecadação que o comerciante teve em seu comércio, e assim, resolver a expressão construída para responder a segunda pergunta, relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema. No qual o aluno apenas construiu uma expressão numérica envolvendo a multiplicação com os termos numéricos da arrecadação de terça e quarta entre parêntese e adição, encontrando um valor que não correspondia à expressão construída, deixando sem resposta à pergunta da situação problema da tarefa T2.

Entretanto, na autoavaliação, o aluno justificou que teve dificuldades em determinar as operações aritméticas a ser utilizadas e de construir a expressão numérica para o problema, complementando por escrito que também teve dificuldades em compreender o problema devido ao tamanho do texto, pois ao final da leitura não se lembrava mais do que havia lido no início.

Na tarefa T3, exibido na Imagem 9 a seguir, o aluno A6 respondeu que Reginaldo recebeu uma encomenda apenas de 200 esfirras, deixando de incluir as quantidades de empadas e mini pizzas; modificando o primeiro objetivo do problema reescrevendo que a pergunta que deveria responder era “produzir para completar a encomenda”; continuando na quarta pergunta de orientação, que iria utilizar a subtração para solucionar o problema; construindo em seguida três operações de subtração que poderia ter ajudado a determinar a quantidade de cada salgado.

Na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica novas expressões numéricas envolvendo a multiplicação e termos numéricos que não estavam no texto da situação da tarefa T3, o aluno incorreu em erros dos cálculos, deixando, tanto o primeiro objetivo sem resposta quanto o segundo objetivo relacionado à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, no qual deveria construir e resolver uma expressão numérica com a subtração e adição de  $200+120+80-20=$  para uma nova situação.

Dessa maneira, na tarefa T3, o aluno A6 apresentou erros nas respostas das perguntas de orientações das ações e deixou algumas respostas incompletas, quando deveria ler o problema e extrair todas as informações importantes, como: elementos conhecidos, desconhecidos e objetivo, necessários para construir uma expressão numérica envolvendo adição e subtração ao invés de realizar a multiplicação, procedimentos que podem ser conferidas na imagem 9 abaixo. Segundo a justificativa na autoavaliação, o insucesso na tarefa tem a ver com as dificuldades em interpretar problemas, construir expressões numéricas e não saber calcular.

Imagem 9 - Solução do A6 para tarefa T3 na prova diagnóstica

**Perguntas**

Qual é a encomenda que Reginaldo recebeu para cada salgado?  
 200 esfirras ✗

Quanto de esfirras, empadas e minipizzas já têm prontas? 520 esfirras, 200 empadas  
 80 Minipizzas ✗

O que você precisa responder no problema?  
 Produzir para completar a encomenda

Qual operação será necessária utilizar? Subtração ✓

Qual é a sua expressão numérica para solucionar esse problema?  
 ele vai ter que pegar  $200 - 168$ , das esfirras,  $120 - 95$   
 das empadas e  $88 - 72$  das minipizzas. ✓

Resolva suas expressões numéricas:  
 $2 \times 500 = 200$ ,  $2 \times 60 = 120$ ,  
 $240 = 80$  ✗

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A6

Imagem 10 - Solução do A6 para tarefa T4 na prova diagnóstica

4) Douglas quer fazer uma viagem cerca de 288 km. A capacidade do tanque de gasolina do carro é de 50 litros e faz em média 12 km com um litro de gasolina. Quantos litros de gasolina, o tanque deve ter, no mínimo, para que ele possa fazer essa viagem? E se ao invés de viajar 288 km Douglas precisasse viajar 2400 km, quantas vezes ele precisará encher o tanque para realizar essa viagem? ele  
 vai gastar 100 R\$ de gasolina e vai abastecer 8 vezes

$2 \times 50 = 100$       $2 \times 4 = 8$  ✗

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A6

Em relação à solução da tarefa T4, exibida na Imagem 10 acima, permite observar que o aluno A6 na 1.ª ação de compreender o problema, apresentou erros de interpretação por não

conseguir identificar a informação de que a viagem era de 288 km, e que um litro de gasolina corresponde a 12 km rodados e que a primeira pergunta (objetivo) do problema era determinar a quantidade de litros de gasolina a ser utilizada para a viagem de 288 km, e não o valor de R\$ 100,00 reais a ser gasto com a gasolina, resposta do aluno.

Na 2.<sup>a</sup> ação de construção de expressão numérica o aluno A6 utilizou apenas um dos termos numéricos que estavam no texto e a operação de multiplicação, ou seja, operações individualizadas, que indicam não ter conseguido identificar todos os termos numéricos e nem a operação de divisão da tarefa, conseqüentemente dificultou a construção das expressões numéricas, implicando em erros nos cálculos da 3.<sup>a</sup> ação, pois não corresponderam à solução.

Portanto na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, o aluno A6 também apresentou dificuldades de interpretação respondendo as duas perguntas (objetivos) da tarefa como uma só, de forma errada. Sendo assim, devida às dificuldades encontradas nas ações anteriores, não conseguiu resultados significativos, tão pouco refazer os cálculos corretamente, pois novamente não soube utilizar a operação aritmética de divisão e multiplicação e termos numéricos corretamente para solução da segunda pergunta que era determinar quantas vezes Douglas precisaria encher o tanque para realizar uma nova viagem de 2400 km e, assim, chegar ao resultado de que seriam necessário encher 4 vezes, pois,  $2400 : (50 \cdot 12) = 4$ .

De acordo com a autoavaliação do aluno para a tarefa T4, o insucesso nessa tarefa está relacionado às dificuldades de interpretar problemas, de construir uma expressão numérica e realizar cálculos com divisão e multiplicação, acrescentando que achou a tarefa muito difícil. Indicando a partir desses resultados, uma necessidade do aluno com uma retroalimentação (revisão e reforço) nos cálculos envolvendo as operações aritméticas com números positivos, atendo as prioridades hierárquica das operações e parêntese.

Agora, em sequência, seguem as soluções do aluno A2 na avaliação diagnóstica, exemplo 2, representante do segundo grupo entre 8-11 em desempenho.

No desempenho do aluno A2 na tarefa T1, exibido na Imagem 11 a seguir, observar-se que apesar de não encontrar os resultados corretos das expressões numéricas (a, b, c, d) devido aos cálculos errados envolvendo adição, multiplicação e divisão, o mesmo demonstra ter conhecimentos da hierarquia das prioridades das operações aritméticas entre parênteses e fora

dos parênteses em todas alternativas por meio das sequências de seus cálculos, embora na autoavaliação tenha atribuído os erros somente as dificuldades com as prioridades.

Imagem 11 - Solução do A2 para tarefa T1 na prova diagnóstica

a)  $(3+2) \cdot (5-1) + 4 =$  ~~24~~  $3+2=5 \times (5-1)=41=20+4=34$   $\checkmark$   $\times$   
 b)  $20-10+7 \times 3+40:8=$   $20-10=10+7=(7 \times 3=51+40:8=56)$   $\times$   
 $R=56$   
 c)  $16+10-(18:3+2)+5=26+(18:3+2+5)$   $\times$   
 $R=23$   
 d)  $3+2 \cdot 5-1+4=$   $5 \times 4$   $\times$

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A2

Desse modo, os erros do aluno A2 na tarefa T1 podem ser visualizados na solução realizada conforme a Imagem 11 acima na adição da alternativa “a”: quando o aluno não conseguiu registrar a soma correta de  $20 + 4$  pedindo, ao entregar a prova, para considerar apenas a soma de 34; sendo, assim, desconsiderado o resultado da soma de 24, embora fosse o correto para solução da expressão numérica “a”. Apesar de demonstrar uma sequência nos cálculos considerando as prioridades das operações entre parênteses, realizando com sucesso adição de  $(3 + 2)$ , a subtração de  $(5 - 1)$  e a multiplicação desses resultados, encontrando o produto de 20.

Já na Multiplicação e divisão, exibido na Imagem 11 acima, os erros estão no produto e quociente da solução da alternativa “b”, quando o aluno realiza os cálculos da multiplicação de  $7 \times 3$  e da divisão de  $40 : 8$ ; apesar de mais uma vez realizar os cálculos atendendo as prioridades. Infelizmente nas alternativas “c” e “d” os cálculos por estarem incompletos limitaram a análise. Indicando necessidades de retroalimentação (revisão) nos cálculos envolvendo as operações aritméticas já citadas com números positivos.

Imagem 12 - Solução do A2 para tarefa T2 na prova diagnóstica

Agora é sua vez!

E se na terça-feira, o comerciante houvesse vendido 9 palmas, cada uma por R\$ 6,00 e na quarta-feira vendido 21 palmas por R\$ 2,00 reais. Esse comerciante continuaria tendo lucro ou teria prejuízo? De quanto? *lucro de 6 reais* ✓

$$9 \times 6 = 54 + 21 \times 2 = 42$$

Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A2

Na tarefa T2, o melhor desempenho entre os demais alunos foi do A2, observa-se conforme a Imagem 12 acima que o aluno conseguiu encontrar a arrecadação que o comerciante teve em seu comércio em uma nova situação, refazendo os cálculos utilizando a multiplicação de  $(9 \times 6 + 21 \times 2)$  e adição  $(54+42)$  para encontrar arrecadação de R\$ 96,00 referente às terças-feiras e às quartas-feiras, subtraindo desse valor, o custo que o comerciante teve com as compras das bananas para vender em seu comércio de R\$ 90,00 reais, contido no texto da resolução do primeiro objetivo apresentado no problema, chegando, então, a solução que o comerciante continuava com lucro apesar de ser R\$ 6,00. De acordo com o aluno os cálculos da adição e subtração não estão explícito porque foram feitos de cabeça.

Assim, podemos inferir na análise da solução do aluno A2 conforme a Imagem 12 acima, que o mesmo demonstrou sucesso na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, refazendo a 2.<sup>a</sup> ação de construção de expressões numéricas e alguns indicadores da 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, considerando as operações aritméticas soltas e parte dos cálculos mental, para solucionar o segundo objetivo para interpretar os resultados em função dos objetivos e determinar os resultados significativos respondendo se o comerciante continuava tendo lucro ou prejuízo. Na autoavaliação, o aluno justificou ter dificuldades em construir a expressões numéricas e interpretar problemas, esclarecendo ainda que deixou de explicar como chegou à solução, porque é muito difícil escrever em matemática.

Na solução da tarefa T3, exibida na Imagem 13 a seguir, observa-se que o aluno A2, com o auxílio das perguntas de orientações, na 1.<sup>a</sup> ação de compreender o problema extraiu todas as informações importantes e o primeiro objetivo da situação problema, considerando que

a encomenda era de 200 esfirras, 120 empadas e 80 minis pizzas, contando com a condição que já havia prontas 168 esfirras, 95 empadas e 72 minis pizzas, tendo que determinar como primeiro objetivo a quantidade de cada salgado que Reginaldo ainda deveria fazer para completar a encomenda. Realizando, em seguida, a construção de operações de subtração para determinar a quantidade de cada salgado, referente à 2.<sup>a</sup> ação de construção de expressão numérica, resolvendo os cálculos corretamente relacionados à 3.<sup>a</sup> ação.

Imagem 13 - Solução do A2 para tarefa T3 na prova diagnóstica

**Perguntas**

Qual é a encomenda que Reginaldo recebeu para cada salgado? *200 esfirras, 120 empadas e 80 minipizzas* ✓

Quanto de esfirras, empadas e minipizzas já têm prontas? *168 esfirras, 95 empadas e 72 minipizzas prontas* ✓

O que você precisa responder no problema? *quantos salgados ainda faltam para completar a encomenda* ✓

Qual operação será necessária utilizar? *subtração* ✓

Qual é a sua expressão numérica para solucionar esse problema? *ele vai ter que fazer 200 - 168 das esfirras, 120 - 95 das empadas e 80 - 72 minipizzas* ✓

Qual a quantidade de cada salgado que Reginaldo precisa produzir? e se Reginaldo tivesse pronto apenas 20 salgados, quantos salgados ao todo, ainda teria que fazer para atender ao pedido? *32 esfirras, 25 empadas e 8 minipizzas*

200	120	80	
-168	-95	-72	400
32	25	8	-20
			380

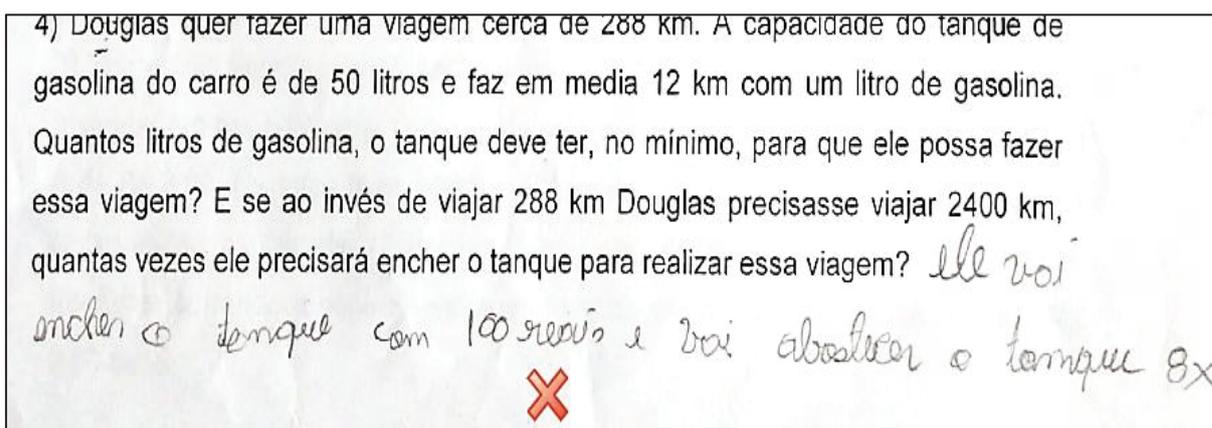
Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno

O aluno A2 encontrou a solução para o primeiro objetivo do problema de que ainda deveria ser feito 32 esfirras, 25 empadas e 8 minis pizzas, continuando a 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema para a solução do segundo objetivo, refazendo os cálculos com a condição de 20 salgados prontos na nova situação. Decorrendo na soma de 400 por meio do cálculo mental da adição de  $(200+120+80)$ , subtraindo dessa os 20 salgados prontos, resultando na diferença de 380 salgados que não foi utilizado para responder a pergunta, de acordo com o aluno ele teve dificuldades em elaborar as duas respostas, preferindo responder apenas uma ao invés das duas. Por fim, na autoavaliação, o aluno destaca que as dificuldades nessa tarefa T3

foram a construção de expressão numérica e interpretação de problemas, ressaltando novamente que não explicou por escrito a solução porque acha muito difícil.

Em relação à solução da tarefa T4, observar-se na Imagem 14 a seguir, que o aluno A2 na 1.<sup>a</sup> ação, assim como o A6, apresentou dificuldades de interpretação e não conseguiu identificar a informação de que a viagem era de 288 km, e que um litro de gasolina corresponde a 12 km rodados e que a primeira pergunta (objetivo) do problema era determinar a quantidade de litros de gasolina a ser utilizada para a viagem de 288 km, e não o valor de R\$ 100,00 reais a ser gasto com a gasolina.

Imagem 14 - Solução do A2 para a tarefa T4 na prova diagnóstica



Fonte: prova diagnóstica aplicada ao aluno A2

O aluno A2 apresentou ausências da construção e cálculos da expressão numérica (2.<sup>a</sup> ação e 3.<sup>a</sup> ação), supondo resultados com cálculos mentais que não corresponde à solução do segundo objetivo da tarefa que refletiram no insucesso da 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, respondendo as duas perguntas (objetivos) da tarefa como uma só, de forma errada.

Observa-se então, que o aluno A2 não soube utilizar a operação aritmética de divisão, multiplicação e termos numéricos corretamente para solução da segunda pergunta que era determinar quantas vezes Douglas precisaria encher o tanque para realizar uma nova viagem de 2400 km, e assim encontrar o resultado de que seriam necessário encher 4 vezes, em vez de 8, pois,  $2400 : (50 \cdot 12) = 4$ . Segundo os registros, na autoavaliação, os erros na tarefa são consequência das dificuldades de interpretar problemas e construir expressões numéricas para

solução. Indicando as dificuldades do aluno A2 necessidades de revisar as operações aritméticas com números naturais.

#### 4.2 RESULTADOS COLETADOS COM A AUTOAVALIAÇÃO NO DIAGNÓSTICO

A autoavaliação possibilitou aos alunos o desenvolvimento da autonomia e reflexão sobre suas dificuldades e erros na resolução das tarefas, ao se questionar sobre o que aprendeu e ainda precisa progredir nas habilidades e conhecimentos de resolver problemas e expressões numéricas aritméticas, o “erro” foi colocado como um suporte construtivo da aprendizagem para reflexão e busca de atitudes nas ações de compreenderem o problema (Y1), construir uma expressão numérica (Y2), resolver a expressão numérica envolvendo a adição, subtração, multiplicação e divisão (Y3) e interpretar a solução de problemas (Y4). Nessa perspectiva a autoavaliação foi constituída com perguntas objetivas com múltiplas alternativas de respostas, na qual cada um dos alunos poderia marcar várias alternativas e acrescentar outras, de acordo com sua necessidade.

Tabela 7 - Respostas dos alunos para as dificuldades nas Tarefas T1 na autoavaliação

<i>Quais foram suas dificuldades na situação T1 para resolver as expressões numéricas?</i>		
Alunos	Respostas	Total
A1, A2, A4, A5, A7, A8, A10, A11, A13, A15	<i>Não sabe as prioridades das operações para resolver uma expressão numérica</i>	10
A4, A8	<i>Não sabe: subtrair</i>	2
A5, A6, A7, A8, A9, A12, A13, A14, A15	<i>Não sabe: dividir</i>	9
A3	<i>Outros: justificando a falta de atenção</i>	1

Fonte: autoavaliação do diagnóstico aplicado aos alunos

Conforme Tabela 7 acima, na autoavaliação da tarefa T1 do diagnóstico, observou-se que dez alunos marcaram a alternativa: “não sabe as prioridades das operações para resolver uma expressão numérica”; dois marcaram a alternativa: “dificuldades em subtrair”; e nove

optaram em: “dificuldades em divisão”; e um aluno marcou a opção “outros” justificando a falta de atenção. Confirmando o rendimento observado nos resultados da prova, pois alguns alunos conseguiram resolver uma ou duas expressões numéricas, referente à ação de resolver expressão numérica (Y3). Através das respostas a maioria dos alunos reconheceram terem dificuldade para determinar as prioridades hierárquicas de realizar os cálculos das operações aritméticas, e, dificuldades no cálculo da divisão.

Tabela 8 - Respostas dos alunos para as dificuldades das Tarefas T2, T3 e T4 na autoavaliação:

<i>Quais foram suas dificuldades na situação <b>Problema</b>?</i>			
<b>Tarefas</b>	<b>Alunos</b>	<b>Respostas</b>	<b>Total</b>
T2	A1, A4, A12	<i>Identificar e retirar do texto as informações importantes</i>	14
T3	A4, A8, A12, A13		
T4	A1, A4, A7, A8, A11, A12, A13,		
T2	A1, A4, A6, A8, A9, A10, A15	<i>Determinar as operações para fazer o cálculo</i>	13
T3	A4, A7, A10, A15		
T4	A4, A9, A10		
T2	A2, A4, A6, A8, A10, A11, A12,	<i>Construir a expressão numérica para o problema</i>	19
T3	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A11,		
T4	A1, A2, A3, A4, A6, A7		
T2	A5, A10, A11, A13,	<i>Não soube calcular</i>	16
T3	A4, A5, A6, A8, A9, A10, A11		
T4	A1, A4, A5, A6, A8, A11, A12,		
T2	A4, A7	<i>Você tem dificuldade para ler textos</i>	3
T3	A1		
T4	-		
T2	A1, A4, A8, A9, A14	<i>Tem dificuldade de interpretar problemas</i>	19
T3	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8		
T4	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8,		
T2	A3	<i>Não teve dificuldades, pois calculou e acertou todos os objetivos do problema.</i>	1
T3	-		
T4	-		

Fonte: Autoavaliação do diagnóstico aplicado aos alunos

Sendo observado na autoavaliação das tarefas T2, T3, T4, exibida na Tabela 8 acima, as seguintes justificativas: 14 marcações em: “dificuldades de identificar e retirar do texto as informações importantes”; 13 marcações em: “dificuldade em determinar as operações para fazer o cálculo”; 19 em “dificuldade de construir a expressão numérica para o problema”; 16 marcações em “não soube calcular”; 19 em “dificuldade de interpretar problemas”; 3 em “dificuldade para ler textos”; e 1 “não teve dificuldades”. Evidenciando dificuldades coerentes com os resultados de desempenho já explanados nos gráficos e tabelas das tarefas da prova

relacionada às ações compreender o problema, construir uma expressão numérica, resolver a expressão numérica e de interpretar a solução do problema.

### 4.3 RESULTADOS COLETADOS COM O QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

A seguir serão explanados os resultados diagnósticos por meio de um questionário com análise apenas das perguntas objetivas, a relação das dificuldades encontradas dos alunos com ausência de experiências e estratégias de resolução de problemas, construção e cálculos de expressões numéricas envolvendo as operações aritméticas vivenciadas na escola.

Tabela 9 - Resultados do questionário Q1, Q2, Q3

Questionário do Diagnóstico			
Questões	Alunos	Respostas	Total
Q1 – Você resolve problemas na disciplina de matemática?	A3, A4, A5, A10, A11, A13	Sim	6
	A7	Não	1
	A1, A2, A6, A8, A9, A12, A14, A15	Às vezes	8
Q2 – Você resolve problemas em outras disciplinas?	A1, A5, A6, A8, A10, A11, A14, A15	Sim	8
	A4, A7, A9, A12, A13	Não	5
	A2, A3	Às vezes	2
Q3 – Você tem alguma estratégia para resolver problemas?	A1, A5, A9, A11, A13, A14	Sim	6
	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A10, A12, A15	Não	9

Fonte: Questionário do diagnóstico aplicado aos alunos

Conforme os resultados na Tabela 9 acima com os resultados das questões Q1 e Q2, observa-se que a maioria dos alunos respondeu resolver problemas tanto em matemática quanto em outra disciplina, mesmo que alguns só esporadicamente. Considerando que na questão Q1 seis alunos disseram “sim” e oito “às vezes”, um “não”; e na Q2 oito alunos disseram “sim” e dois “às vezes”, apenas cinco “não”, demonstrando que as dificuldades encontradas não estão relacionadas à ausência das exposições dos alunos as situações problema em matemática ou em outras disciplinas. Além disso, na questão Q3, é possível ainda verificar que nove alunos disseram “não” ter nenhuma estratégia para resolver problemas; enquanto, seis alunos afirmam ter, por marcarem a alternativa “sim”, apesar de não saberem justificarem como realizam tais estratégias.

Em virtude desses resultados e rendimento na prova, é possível inferir que as dificuldades encontradas talvez estejam mais relacionadas às estratégias metodológicas utilizadas em sala de aula, que não foram eficazes para o desenvolvimento das habilidades em solucionar problemas ou superar as dificuldades demonstradas pelos alunos, envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números positivos.

Havendo então, uma confirmação da necessidade de mudança nas práticas didáticas e metodológicas desenvolvidas em sala com esses alunos que considere o ritmo e nível de partida de cada um em uma zona de desenvolvimento proximal e por etapas mentais exploradas nessa pesquisa.

Tabela 10 - Resultados do questionário Q4 e Q5

Questionário do Diagnóstico			
Questões	Alunos	Respostas	Total
Q4 – Quando responde um problema, você resolve?	A1, A2, A3, A4, A6, A8, A9	C/ ajuda do colega	7
	A11, A12, A15	Individual	3
	A5, A7, A10, A13, A14	C/ ajuda do professor	5
Q5 – Você teve alguma dificuldade em resolver os problemas da prova?	A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A11, A13	Sim	10
	A5, A10, A12, A14, A15	Não	5

Fonte: Questionário do diagnóstico aplicado aos alunos

Agora, nos resultados da questão Q4 na tabela 10 acima, observa-se que sete alunos responderam precisar da ajuda do colega e cinco precisar da ajuda do professor para resolver um problema, tendo apenas três alunos com afirmação de que prefere resolver individualmente. Indicando que a maioria dos alunos demonstra ausência de autonomia ou apresentam dificuldades em tomar as decisões necessárias para buscar e planejar estratégias de solução para situações problema.

Segundo a questão Q5, ainda exibida na Tabela 10, a maioria dos alunos confirmou ter tido dificuldades em resolver as tarefas da prova diagnóstica, levando em conta que dez alunos marcaram que sim, e cinco que não, porém, a maioria alegou em suas justificativas que as

dificuldades foram de caráter pessoal e não de elaboração do problema, descartando preocupações com a elaboração dos problemas propostos.

Tabela 11 - Resultados do Questionário Q6 e Q7

Questionário do Diagnóstico			
Questões	Alunos	Respostas	Total
Q6 – Ao resolver os problemas em matemática, você “costuma” retirar do problema as informações importantes?	A2, A6, A10, A11,	Sim	5
	A13, A15	Não	2
	A1, A3, A4, A5, A7, A8, A9, A14	Às vezes	8
Q7 – Ao resolver os problemas em matemática, você “costuma” construir uma expressão numérica para resolver o problema?	A3, A11, A12, A13, A14	Sim	5
	A1, A2, A4, A7, A10	Não	5
	A5, A6, A8, A9, A15	Às vezes	5

Fonte: Questionário do diagnóstico aplicado aos alunos

Na Tabela 11 acima da questão Q6, verificou-se que somente cinco alunos, uma minoria, relata realizarem com frequência a operação de extrair do problema informações importantes, considerando que oito alunos marcaram “às vezes” e dois alunos marcados “não”. Sinalizando uma necessidade de se trabalhar com a maioria a importância dessa operação na ação de compreender um problema para melhorar o desempenho dos mesmos na resolução de problemas, pois se o aluno apresenta dificuldades nessa ação dificilmente obterá sucesso nas demais. Ressaltando que por meio dessa ação de compreender que o aluno determina os elementos conhecidos e desconhecidos do texto, estuda as condições do problema e determina os objetivos a serem resolvidos.

De acordo com a questão Q7, na Tabela 11, verificou-se que cinco alunos apenas, afirmaram realizarem habitualmente a construção de expressões numéricas para resolver o problema, contra seis alunos que marcaram “não”, e cinco alunos que marcaram “às vezes”. Evidenciando que poucos alunos realizam com frequência a construção de expressões numéricas, devido à falta de hábito ou dificuldades na construção em determinar os termos numéricos e operações presentes no texto ou condição do problema.

Na explanação da Tabela 12 a seguir, que se refere à ação Y3, nota-se que 10 alunos ao resolverem uma expressão numérica identificam as prioridades hierárquicas das operações aritméticas na sequencias de realizarem os cálculos, pois marcaram sim, enquanto dois marcaram não e três alunos, às vezes, evidenciando que a maioria reconhece a importância das

prioridades ao iniciar a resolução de uma expressão numérica, embora segundo a prova diagnóstica e autoavaliação, ainda com dificuldades.

Tabela 12 - Resultados do Questionário Q8 e Q9

Questionário do Diagnóstico			
Questões	Alunos	Respostas	Total
Q8 - Ao resolver a expressão numérica você identifica as prioridades das operações?	A1, A3, A5, A6, A9, A10, A11, A12, A13, A14	Sim	10
	A2, A4	Não	2
	A7, A8, A15	Às vezes	3
Q9 – Você “costuma” explicar como chegou à solução do problema sem a solicitação do professor?	-	Sempre	-
	A1, A5, A6, A8	Às vezes	4
	A2, A3, A4, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15	Não, só se o professor pedir.	11

Fonte: Questionário do diagnóstico aplicado aos alunos

Já na questão Q9 apresentada na Tabela 12 acima, observa-se que onze alunos, incluindo os quatro que marcaram a alternativa “às vezes”, confirmaram não terem o hábito de explicar como chegou à solução problema, tendo completado suas respostas justificando que não fazem porque é difícil e outros porque não sabem, realizando assim, somente mediante a solicitação do professor. Ressaltando que incluir o indicador “d” na ação de interpretar a solução do problema pode ajudar o aluno revisar suas estratégias durante a explicação da solução, refletindo as ações realizadas e corrigindo erros, além de preparar o aluno para etapa da formação verbal externa.

Portanto, em uma breve síntese das análises dos resultados conforme a Imagem 5 com o gráfico e tabela de desempenho dos alunos por média das ações da prova diagnóstica apresentado anteriormente, ficaram evidentes as dificuldades e necessidade da maioria dos alunos em desenvolver as habilidades de resolver problemas, considerando que de acordo com a tabela na Imagem 6 ainda apresentaram 13 alunos no menor nível entre 4-7 de desempenho, e 2 alunos no segundo nível entre 8-11 de desempenho. Indicando dessa forma, uma necessidade de melhorar o rendimento dos alunos antes de introduzir o estudo com números negativos, através da retroalimentação (revisão e reforço) com tarefas envolvendo as quatro operações aritméticas com números naturais.

#### 4.4 O PLANEJAMENTO APÓS O DIAGNÓSTICO

Conforme o plano da unidade diagnóstica no apêndice 2, após a determinação do nível de partida dos alunos, através da análise dos instrumentos de diagnósticos, as demais unidades do plano de ensino foram construídas, considerando as ações e nível de partida dos alunos, realizando, assim, a retroalimentação das operações aritméticas com números naturais, pré-requisito para iniciar o estudo com números inteiros negativos.

Também nesse planejamento considerei importante incluir nas tarefas que envolvesse somente a 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, a elaboração de situações problemas propostos segundo a BNCC (2016) para desenvolver a habilidade de elaborar problemas que envolvam as operações com números inteiros, considerando que nas ações da ASP, essa habilidade não foi contemplada como indicadores (operações) em nenhuma das ações.

##### 4.4.1 Retroalimentação das Operações Aritméticas

Na retroalimentação envolvendo as quatro operações aritméticas com números naturais, além do reforço no horário oposto, conforme o plano no apêndice 2 foram realizadas algumas horas de aula como revisão, amparadas por explicações expositivas dialogadas e atividades envolvendo exercícios e situações problemas, tratando de cálculos e alguns significados das operações, tais como: adição no sentido de quantificar, reunir, juntar e acrescentar; subtração no sentido de operação inversa da adição, de retirar e diferença na comparação; multiplicação no sentido de adições de parcelas iguais, multiplicativo e combinação; e a divisão no sentido de operação inversa da multiplicação, repartir em partes e determinar quantidades em agrupamentos. Considerando ainda a hierarquia das operações aritméticas e símbolos ( ), [ ], { } para estabelecer organização ou ordem de se realizar os cálculos.

Sendo, então, elaborado a Base Orientadora da Ação do tipo 3 classificada segundo Talízina (1988) no quadro 1 já exibido: generalizada, completa e elaborada independente. Contemplando as habilidades e objetos de conhecimento da BNCC (Brasil, 2016) que pode ser conferido no quadro 2. Organizado no plano de ensino por unidade de conteúdo hierárquico dos números inteiros, objetivos, tipos de atividades, e etapas mentais da assimilação que serão exibidas de acordo com a explanação da sequência didática aplicada.

#### 4.5 FORMAÇÃO DA BASE ORIENTADORA DA AÇÃO

Na etapa da formação da BOA, de acordo com o plano de ensino no Quadro 13 do apêndice 3, seguindo a direção de estudo de Talízina, etapas mentais de assimilação e ensino problematizador. As aulas foram iniciadas organizando a turma em duplas, considerando uma aula expositiva com a resolução de situação problema do livro de Dante (2015) a partir da abordagem sobre o saldo de gols entre alguns times, na qual a professora e alunos estabeleceram diálogos, discussões de alguns significados relacionados aos números negativos, comum no dia a dia das pessoas; como esses números foram sendo construído e utilizados ao longo da história e outros.

Em seguida, iniciou-se o estudo com as abordagens do conjunto dos números inteiros, operações de adição e subtração, e apresentação das ações da ASP aos alunos durante as aulas práticas envolvendo a resolução de problemas nas tarefas, com explicações passo a passo, tanto no quadro, quanto de mesa em mesa, conforme iam surgindo as dúvidas e dificuldades das duplas. Ressaltando que, nessa etapa, o aluno deve compreender o sistema de ações da ASP, dependendo da orientação do professor, por apresentar pouca consciência dos indicadores (operações) das ações, sendo dessa maneira as ações compartilhadas, detalhada e não generalizada.

A partir desse momento a professora combinou com os alunos a utilização das ações da ASP sempre que a tarefa envolvesse uma resolução de problemas ou um exercício com expressões numéricas, pois foi colado nos cadernos dos alunos, uma cópia do esquema das ações (BOA) para ser consultado de acordo com a necessidade de cada um.

Ressalta-se que para os alunos venezuelanos da turma, foi necessário disponibilizar também um dicionário de maneira, quem precisasse poderia consultá-lo lembrando que alguns ainda apresentavam dificuldades de compreender a Língua Portuguesa devido ao pouco tempo que estavam no Brasil.

Outra orientação foi que eles escrevessem juntamente com os elementos desconhecidos as palavras que não conheciam, podendo, então, perguntar ou tirar a dúvida com os colegas, professora ou dicionário. Sendo necessário ainda adaptações nas situações problemas para contextualizar as tarefas para esses também, além de diálogos que combatessem o Bullying em

sala de aula, devido às rotineiras atribuições ruins que outros alunos faziam aos colegas imigrantes.

Nessa etapa, o ponto negativo de trabalhar com as atividades de situações problemas foi com o tempo, pois os alunos dificilmente conseguiam realizar a tempo mais de duas tarefas, devido às dificuldades em matemática e em compreender como deveria realizar as ações, mesmo utilizando o esquema da BOA colado nos cadernos, porque no início tudo parecia muito difícil para o aluno por ainda não saber as ações, e também para a professora que era chamada constantemente ao mesmo tempo por todos os grupos.

No entanto, depois de duas ou três aulas, observou-se uma cumplicidade maior entre os grupos com ajuda mútua ou de concorrência, podendo a professora dá mais atenção aos grupos com mais dificuldades, tirar dúvidas, fazer correções e acompanhar o cumprimento de todos os indicadores de cada ação.

#### **4.6 FORMAÇÃO MATERIAL/MATERIALIZADA**

Na formação da etapa material/materializada conforme o plano de ensino no plano unidade 2 do apêndice 4, foram continuadas as mediações com a aula expositiva e práticas na forma materializada com tarefas envolvendo a multiplicação e divisão, dialogando com a turma as novas significações dessas operações aritméticas no conjunto dos números inteiros, utilizando as ações da ASP na resolução das situações problemas, no sentido de o saber fazer.

Na forma material, a professora utilizou como exercício um jogo com dois dados, proporcionando disputas entre duplas a cada rodada trabalhando a 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica e a 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, tendo como objetivo exercitar as operações aritméticas envolvendo os números inteiros com os algarismos de 1 a 6 nas faces dos dados.

Na primeira rodada, trabalhou-se a adição e subtração com três dados, um azul e dois amarelos; e na segunda, com dois dados, um azul e outro amarelo para trabalhar a multiplicação com a exigência de realizar a operação inversa utilizando um dos fatores como divisor e o produto da multiplicação como dividendo.

E como critério de desempate, vencia a primeira dupla que resolvesse corretamente a expressão numérica, construída e resolvida no quadro branco por um dos alunos de cada dupla

na disputa, que se revezavam a cada rodada, envolvendo os termos numéricos dos dados, considerando os Algarismos do Dado Azul números positivos e os Algarismos de Dois Dados Amarelos números negativos.

O interessante nessa dinâmica de exercício, foi que ao final de cada disputa a maioria dos colegas acabava colaborando para fazer as correções e orientação de quem errou, às vezes, não sendo necessário nem a professora explicar, apenas observar para confirmar ou não o resultado em certo.

Nas atividades materializadas, o papel da professora foi de realizar o acompanhamento do processo com orientações, fazendo correções sempre que necessário, garantindo que as ações fossem realizadas pelo aluno na resolução de situações problemas. Proporcionando ao aluno que exercitasse por meio das tarefas, tanto as ações da ASP quanto às operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros, observando com os parâmetros estabelecidos na qualidade das ações dos alunos que devem ser consciente compartilhada, detalhada e não generalizada, realizando então a prova formativa, avaliando para corrigir e reajustar a BOA seguindo a direção cíclica de ensino.

#### **4.7 RESULTADOS DA PROVA FORMATIVA**

Na Tabela 13 a seguir, referente à tarefa T5 para realizar a 4.ª ação, é possível conferir os procedimentos de interpretar a solução realizada pelos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9) com o indicador (operação) “b” de determinar o resultado significativo de 8000 mil, relacionado ao objetivo do problema entre outros resultados que havia na tarefa; enquanto os alunos (A6, A8, A10, A11, A12, A13, A14, A15) não conseguiram determinar esse resultado; desses apenas os alunos (A1, A3, A4, A7) continuaram realizando de maneira correta o indicador “c” de responder corretamente o objetivo da tarefa, deixando de realizar o indicador “d” de explicar como chegaram à solução.

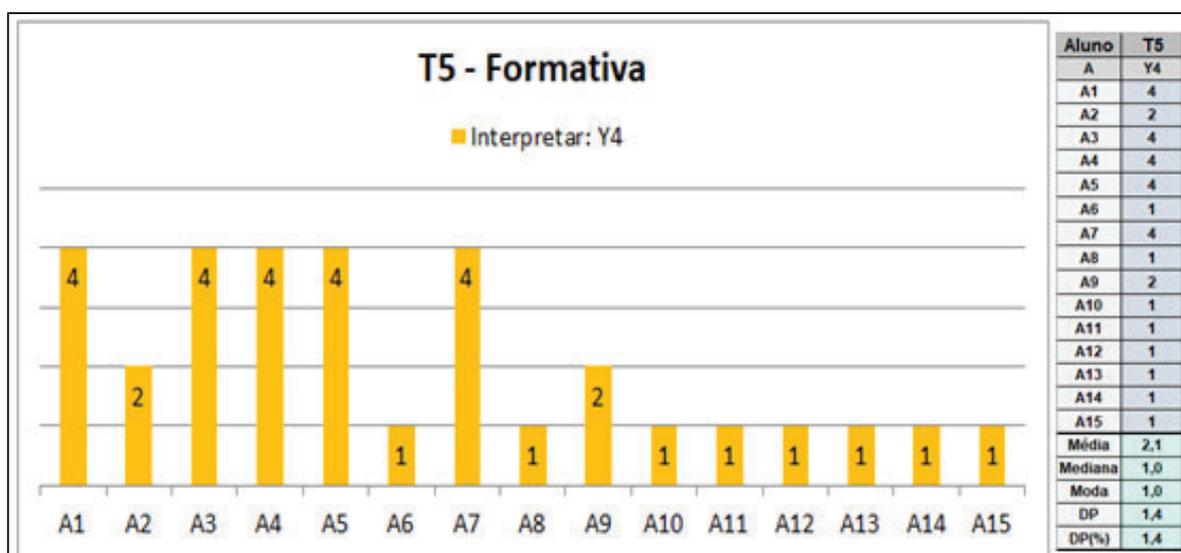
Tabela 13 - Desempenho por indicadores dos alunos na T5

Tarefa T5 - Formativa																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	n	n	n	n	n	n
	<b>c) respondeu à pergunta do problema corretamente</b>	s	n	s	s	s	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
Total		4	2	4	4	4	1	4	1	2	1	1	1	1	1	1

Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Observando-se conforme os resultados da tarefa T5, exibido na Imagem 15 a seguir, cinco alunos (A1, A3, A4, A5, A7) obtiveram o melhor desempenho na interpretação da solução por demonstrarem determinar o resultado significativo de 8000 mil resultantes da adição de imigrantes que entraram em Roraima do dia 1º ao dia 25 de janeiro, contido no texto. Refazendo os cálculos envolvendo a divisão para encontrar a solução de que em média entram pela fronteira terrestre de Pacaraima-RR 320 venezuelanos segundo o G1 notícia, exceto o A1 e A5, os demais alunos desse grupo da sua maneira até tentaram explicar como chegou a solução da tarefa, porém nenhum escreveu com detalhe ou clareza os procedimentos realizados até o final da solução da tarefa.

Imagem 15 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T5



Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Enquanto isso, ainda na Imagem 15 acima, os alunos A2 e A9 determinaram o resultado significativo de 8000 mil, resultante da adição de imigrantes que entraram em Roraima do dia 1º ao dia 25 de janeiro e refizeram os cálculos envolvendo a divisão para encontrar o quociente de 320, porém não responderam à pergunta do problema. Em seguida é possível observar oito alunos (A6, A8, A10, A11, A12, A13, A14, A15) que obtiveram o menor desempenho por apresentarem dificuldades em determinar os resultados significativos ou realizar os cálculos apesar de alguns ensaios.

A amostra apresentou na 4.ª ação de interpretar a solução da T5 a média de 2,1 com uma variação de distanciamento da média de 1,4 nos resultados de pontuação conforme a tabela na Imagem 15.

Tabela 14 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T6

Tarefa T6 - Formativa																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
	b) estudou os dados e suas condições.	n	s	s	s	n	n	s	s	s	s	s	s	n	s	s
	c) reconheceu os objetivos do problema.	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s
	Total	2	5	5	5	2	4	5	5	5	5	5	5	2	5	5
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.	s	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s
	c) construiu as expressões numéricas corretamente	n	n	s	n	n	s	n	s	s	s	s	n	n	s	s
	Total	2	2	5	2	2	5	2	5	5	5	5	2	1	5	5
3A	a) identificou as prioridades das operações.	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	1	4	4
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	s	s	s	n	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	s	n	n	n	s	n	n	n	s	n	n	n	s	s
	Total	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2

Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Na tarefa T6, de acordo com os procedimentos exibido na Tabela 14 a acima, relacionado às quatro ações da Atividade de Situações Problema, observa-se que os alunos (A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) compreenderam o problema, pois realizaram com sucesso todos os indicadores da 1.<sup>a</sup> ação, exceto A6 que perdeu ponto no indicador “b” por escrever as condições diferentes do que estava na tarefa, embora nos demais procedimentos isso seja corrigido. A maioria desse grupo Continuou com sucesso a realizações de todos os procedimentos na 2.<sup>a</sup> ação de construir a expressão numérica, excetos os alunos (A2, A4, A7, A12, A13) que realizam alguns indicadores ou nenhum como o aluno A1.

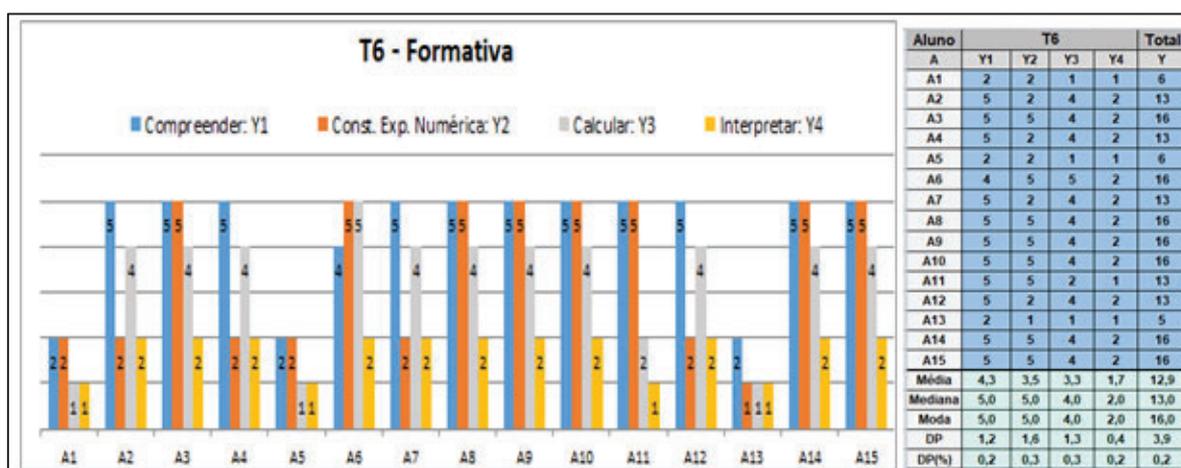
Sendo assim, ainda na Tabela 14 acima, os procedimentos da 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, observa-se os alunos (A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15) que deixam de realizar apenas o indicador “c” de confirmar a verificação do resultado em positivo ou negativo utilizando os símbolos de (+) ou (-), realizando com sucesso os demais indicadores entre esses o indicador principal “b” de resolver as expressões numéricas corretamente.

Contudo, nos procedimentos da 4.<sup>a</sup> ação nenhum aluno realiza corretamente o indicador principal “c” de responder a pergunta do problema corretamente; realizando com sucesso os alunos (A2, A6, A10, A14, A15) os demais indicadores (a, b, d), enquanto os alunos (A3, A4, A8, A9, A12) realizam de forma correta apenas dois indicadores (a, b) que podem ser conferido na Tabela 14 exibida acima.

Confirmando-se na Imagem 16 a seguir com o gráfico, que os alunos (A3, A6, A8, A9, A10, A14, A14) compreenderam o problema, extraindo que a família de Ana juntou R\$ 1600,00 no primeiro trimestre e R\$ 1200,00; no segundo trimestre para pagarem um pacote de viagem de R\$ 3500,00 considerando que de acordo com as condições dos dados deveriam encontrar a diferença entre o valor positivo que a família dispõe e o valor negativo referente ao pacote de viagem para determinar o saldo da família com agência ao pagar o pacote. Construindo a expressão numérica com termos numéricos e operações aritméticas entre os números inteiros ( $1600 + 1200 - 3500$ ); resolvendo com cálculos de adição de  $(1600 + 1200)$  para realizar a subtração  $(3500 - 2800)$ , porém esquecendo-se de verificar o sinal da diferença que deveria ser de -700, negativos e não 700.

Todavia na tarefa T6 conforme o desempenho na Imagem 16 a seguir, os alunos (A3, A6, A8, A9, A10, A14, A14) ao realizarem a interpretação desse resultado os mesmos reconhecem que a família de Ana ainda precisa de R\$ 700,00 para quitar o pagamento com a agência; deixando de realizar os cálculos para responder o segundo objetivo da tarefa que seria encontrar o saldo da família com a agência considerando um desconto de R\$ 900,00 em uma nova situação correspondente à 4.ª ação de interpretar a solução do problema, tendo os alunos A8 e A9 apenas explicado como chegou ao resultado do primeiro objetivo, deixando incompleta a realização do indicador de explicar como chegou à solução da tarefa, por não ter realizado o segundo objetivo.

Imagem 16 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T6



Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

O aluno A11 demonstrou compreender o problema extraíndo que a família de Ana juntou R\$ 1600,00 e R\$ 1200,00 reais para pagar a agência de viagem por um pacote de R\$ 3500,00 considerando a condição dos dados de encontrar a diferença entre o valor positivo que a família dispõe e o valor negativo referente ao pacote de viagem para determinar o saldo da família com a agência ao pagar o pacote. Construindo a expressão numérica com termos numéricos e operações aritméticas entre os números inteiros ( $1600 + 1200 - 3500$ ); realizando o cálculo de adição de  $(1600 + 1200)$  com sucesso, apresentando erro na subtração  $(3500 - 2800)$  com a diferença de  $-1300$ . Prejudicando a sua interpretação do resultado e deixando de refazer os cálculos para encontrar a solução da nova situação, objetivo da interpretação da solução do problema.

Os alunos (A2, A4, A7, A12) conforme o desempenho na Imagem 16 exibida anteriormente demonstrou compreender o problema extraíndo que a família de Ana juntou \$ 1600,00 e R\$ 1200,00 para pagar um pacote de viagem de R\$ 3500,00 considerando que de acordo com as condições dos dados deveriam encontrar a diferença entre o valor positivo que a família dispõe e o valor negativo referente ao pacote de viagem para determinar o saldo da família com agência ao pagar o pacote.

Entretanto (A2, A4, A7, A12) apesar da ausência ou confusão na construção da expressão numérica de  $3500 - (1600 + 1200) =$  desconsiderando o termo numérico  $-3500$  como um número inteiro negativo por se tratar de uma dívida da família com a agência, referente à 2.<sup>a</sup> ação, os mesmos conseguem realizar a 3.<sup>a</sup> ação com cálculos de adição de  $(1600 + 1200)$  e subtração  $(3500 - 2800)$  encontrando a diferença de 700. Resultado esse utilizado para explicar que a família ficou devendo a agência, deixando de refazer os cálculos para encontrar a solução do segundo objetivo. Entretanto, nesse grupo, somente o aluno A12 ainda tentou explicar como chegou à solução do primeiro objetivo, não pontuando no indicador “d” de explicar como chegou à solução por deixar de concluir o segundo objetivo.

Em relação à construção da expressão numérica de  $3500 - (1600 + 1200)$  apresentando por alguns desse grupo foi justificado na autoavaliação como consequência, de dificuldades em utilizar os números negativos na representação ou realização das operações de subtração, sendo assim ao invés de realizar operações com números inteiros, utilizaram o conhecimento que tem com números naturais para operações que deveria ser realizada com números inteiros, lembrando que esse é o conjunto de estudo.

Observa-se que os alunos A1, A5, A13 apenas extraíram do texto da tarefa T6 que a família de Ana juntou \$ 1600,00 e R\$ 1200,00 para pagar um pacote de viagem de R\$ 3500,00 demonstrando dificuldades em concluir a 1.<sup>a</sup> ação de compreender o problema por deixar de determinar corretamente os objetivos da tarefa e estudar as condições dos dados. Na 2.<sup>a</sup> ação de construção da expressão numérica, somente os alunos A1 e A5 continuaram indicando os termos numéricos a ser utilizados, porém demonstram dificuldades e erros para construir uma expressão numérica com números inteiros na 2.<sup>a</sup> ação. Apresentando erros de cálculos na 3.<sup>a</sup> ação e de interpretação da solução para explicar que a família ficou devendo a agência, sem

refazer os cálculos para encontrar a solução do segundo objetivo de: qual seria o saldo da família com a agência se a família tivesse ganhado um desconto de R\$ 900,00 no pacote de viagem.

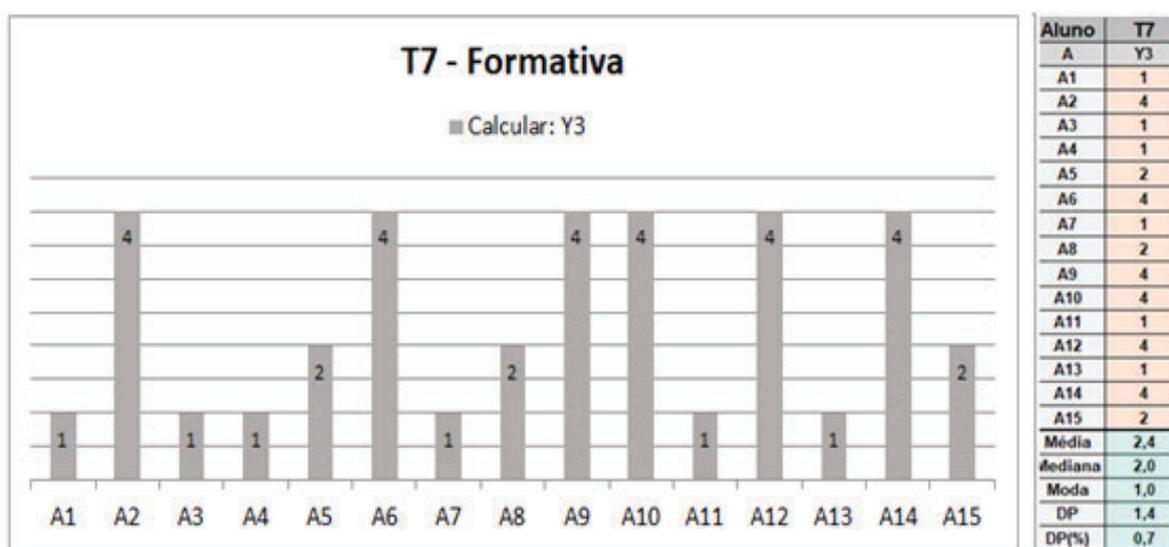
Apresentando a amostra um desempenho homogêneo e mais satisfatório na tarefa T6, com uma média de 4,5 na 1.<sup>a</sup> ação de compreender, de 3,5 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica, de 3,3 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, e de 1,7 na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, tendo as quatro ações uma variação em torno da média próximo de zero, informações conferidas na tabela da Imagem 16 exibida anteriormente.

Tabela 15- Desempenho por indicadores dos alunos na T7

Tarefa T7 – Formativa																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
3A	a) identificou as prioridades das operações.	n	s	n	n	s	s	n	s	s	s	n	s	n	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	n	s	n	n	n	s	n	n	s	s	n	s	n	s	n
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	4	1	1	2	4	1	2	4	4	1	4	1	4	2

Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Imagem 17 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T7



Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Na Tabela 15 a anterior referente à T7, é possível observar qualitativamente os procedimentos de cálculos feitos pelos os alunos na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica,

no qual os alunos (A2, A6, A9, A10, A12, A14) realizaram dois indicadores corretamente entre eles o de resolver a expressão numérica, deixando apenas de demonstrar a verificação do resultado em positivo ou negativo; enquanto alunos (A5, A8, A15) demonstram identificar as prioridades por meio da sequência de cálculos representado por “s” no indicador “a”; tendo os demais alunos o menor desempenho por não realizarem corretamente nenhum dos procedimentos.

Uma vez que no gráfico da Imagem 17 exibida anteriormente, sobre o desempenho da tarefa T7, os alunos (A2, A6, A9, A10, A12, A14) obtiveram o melhor desempenho por realizarem as sequências de cálculos corretamente para  $50 : 10 + (40 - 12 \cdot 3) - 6 =$  utilizando as prioridades de hierarquia das operações, resolvendo a multiplicação e subtração entre parênteses  $(40 - 12 \cdot 3)$  e a divisão fora do parêntese de  $50 : 10$ , resolvendo, em seguida, a expressão resultante de  $5 + 4 - 6$  para encontrar 3, deixando apenas de confirmar se o resultado seria +3 ou -3. Na autoavaliação, alguns alunos justificaram terem se esquecido de verificar se o resultado seria um número positivo ou negativo; porém, outros alunos justificaram acharem desnecessário colocarem o sinal (+) acompanhando o número 3 por ser tratar de um número positivo.

Em seguida, conforme o padrão de dois pontos na Imagem 17 acima, os alunos (A5, A8, A15) apenas demonstraram, na sequência dos cálculos, conhecimentos das prioridades hierárquicas das operações aritméticas entre ou fora dos parênteses, apresentando erros nos cálculos envolvendo divisão, multiplicação e subtração. Através da autoavaliação os alunos atribuíram os erros nos cálculos a falta de atenção ou dificuldades na operação aritmética da divisão, multiplicação e subtração.

Enquanto que os alunos (A1, A3, A4, A7, A11, A13) apresentaram o menor rendimento de um ponto por insucessos ou ausência dos cálculos para resolver a expressão numérica  $50 : 10 + (40 - 12 \cdot 3) - 6 =$ . Sendo assim, por meio da autoavaliação os alunos justificaram o insucesso a tarefa T7 as dificuldades em resolver operação aritmética envolvendo mais de duas operações, principalmente envolvendo divisão e multiplicação.

Em relação à elaboração do problema para essa expressão numérica da T7, infelizmente a maioria dos alunos não fizeram, tendo apenas dois tentado com muitas dificuldades, que foram desconsiderados por falta de sentido e estarem ilegíveis até mesmo para os próprios autores,

que também não souberam explicar que problema pretendiam elaborar. Indicando necessidade de retroalimentação também na elaboração de problemas com as operações aritméticas com inteiros. Apresentando na análise quantitativa geral amostra na tarefa T7 um desempenho por média de 2,4 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica com uma variação de 0,7 em torno da média, resultado regular para essa ação.

Na tarefa T8 exibido na Tabela 16 a seguir, conforme os procedimentos, observa-se que apenas os alunos (A5, A9, A12, A15) realizaram três indicadores corretamente, entre esses o indicador principal de responder corretamente à pergunta do problema, apresentando, assim, o melhor desempenho na interpretação da solução da tarefa, deixando apenas de explicar como chegaram à solução. Indicando que esse grupo resolveu o primeiro objetivo e realizou a interpretação em função desse primeiro objetivo, fazendo um novo cálculo para resolver e responder o segundo objetivo. Enquanto os demais alunos infelizmente apresentaram o menor desempenho por ausência ou por realizar de maneira errada os procedimentos da 4.<sup>a</sup> ação.

Tabela 16 - Desempenho por indicadores dos alunos na T8

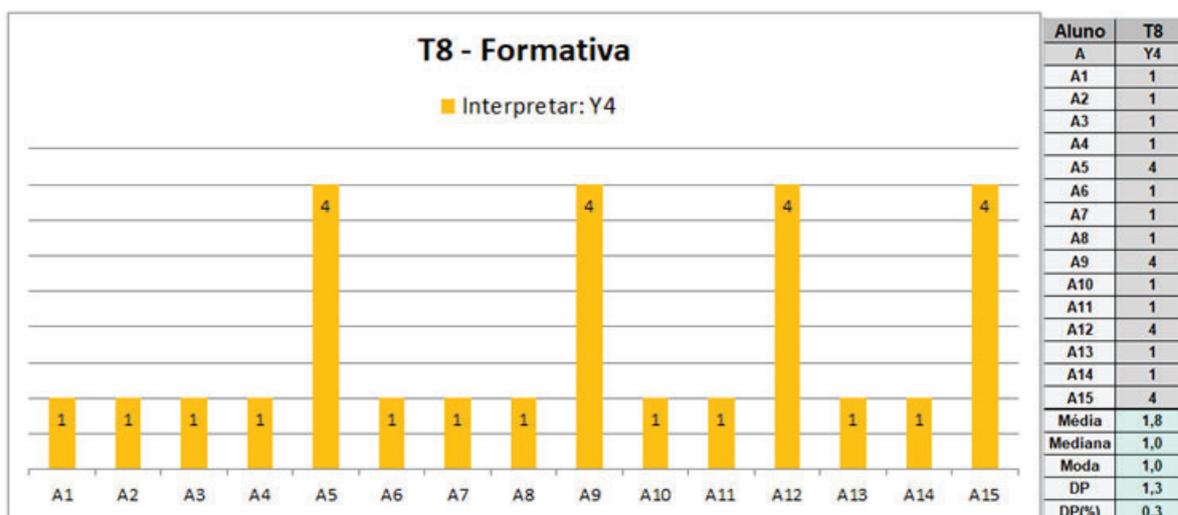
Tarefa T8 - Formativa																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	s	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	n	n	n	s	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	<b>c) respondeu à pergunta do problema corretamente</b>	n	n	n	n	s	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
Total		1	1	1	1	4	1	1	1	4	1	1	4	1	1	4

Fonte: Provas formativas dos alunos

Assim como na tarefa T5, a tarefa T8 também está relacionada à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução do problema, com os resultados exibidos na Imagem 18 a seguir, ao contrário da primeira tarefa, na T8 os alunos necessitavam encontrar a solução de dois objetivos ao invés de um. Desse modo, ao analisar o gráfico na Imagem 18 apenas os alunos A5, A9, A12, A15 apresentaram melhor rendimento, obtendo quatro pontos, por interpretar o resultado de 37 em função do primeiro objetivo como a idade da professora, encontrado a partir da adição de (18 +19) sabendo que a idade da professora poderia ser encontrada com adição do módulo de -18 e

o módulo de seu antecessor (-19), lembrando que antecessor de um número inteiro é o outro número que vem logo antes desse na sequência numérica do conjunto.

Imagem 18 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T8



Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

De acordo as pontuações na imagem 18, os alunos (A5, A9, A12, A15) realizaram em seguida na 4ª ação outro cálculo de  $(65 - 37)$  ou  $65 - (18 + 19)$  para determinar a diferença de 27, construído a partir da idade encontrada e da informação que a professora pretendia se aposentar aos 65 anos idade, resolvendo então o segundo objetivo da tarefa para responder que a professora ainda teria de trabalhar 27 anos antes da aposentadoria, não explicando os alunos por escrito como chegou à solução da tarefa referente ao indicador “d” da 4.ª ação. Na autoavaliação, esses alunos (A5, A9, A12, A15), justificaram a ausência do comprimento do indicador “d” ao esquecimento e a falta de atenção diante de tantas tarefas a ser feitas na prova formativa.

Já os alunos (A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14), ou seja, a maioria, segundo a pontuação de desempenho na Imagem 18 já exibida, apresentou o menor rendimento, obtendo um ponto, por demonstrar dificuldades para encontrar a idade da professora a partir da adição do módulo de -18 e o módulo de seu antecessor para em seguida calcular a diferença entre a idade encontrada e a idade da aposentadoria da professora, apresentando confusão na determinação do antecessor de -18 ou erros de cálculos na adição e subtração para resolver o

primeiro objetivo à idade da professora e o segundo objetivo determinar o tempo que a professora ainda teria que trabalhar antes de se aposentar.

De acordo com as justificativas da autoavaliação de alguns alunos, desse grupo, os erros nessa tarefa estão relacionados com às dificuldades de encontrar o antecessor de números negativos, pois determinaram -17 como antecessor de -18 ao invés de -19, por generalizar os conhecimentos de antecessor dos números naturais aos conjuntos dos números inteiros negativos, dessa maneira o antecessor a ser considerado seria -19 por estar antes de -18 na sequência numérica, entendendo ainda que  $-19 < -18$ ; enquanto isso, os outros alunos desse grupo atribuíram seus erros as dificuldades em realizar cálculos de subtração.

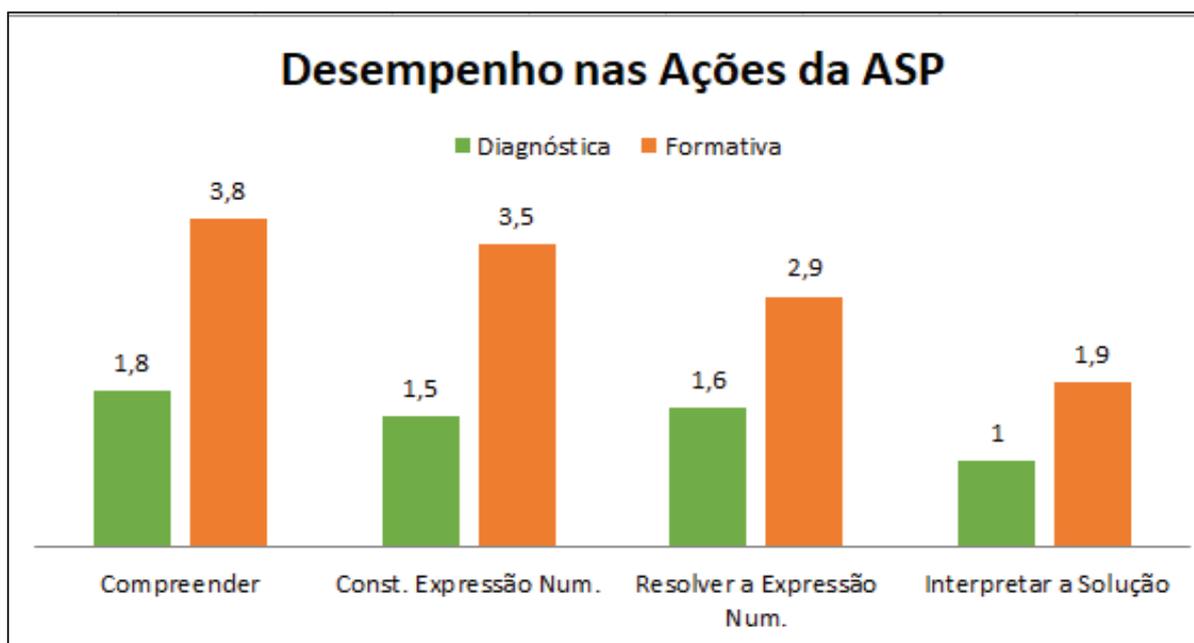
A amostra na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução da T8 exibido na tabela da Imagem 18, apresentou uma média de 1,8 menor do que na tarefa T5 de 2,1 demonstrando os alunos um desempenho menor quando há duas perguntas na tarefa envolvendo essa ação.

#### **4.8 CONTRIBUIÇÃO DA BASE ORIENTADORA DAS AÇÕES DA ASP COM INTEIROS**

Comparando as médias de desempenho das ações da ASP, exibido na Imagem 19 a seguir, é possível observar um significativo aumento nos resultados de desempenhos da amostra em todas as ações, principalmente, na ação de compreender o problema e construir a expressão numérica, tendo o menor desempenho na quarta ação de interpretar a solução, ainda melhor do que foi apresentado nos resultados da prova diagnóstica.

Mostrando os resultados que a turma apresentou um desempenho maior a partir da intervenção com a Base Orientadora das ações da ASP com números inteiros, confirmando as contribuições do esquema da BOA para aprendizagem de números inteiros diante da melhoria no rendimento dos participantes da pesquisa, considerando que pelos resultados da prova diagnóstica os alunos apresentaram dificuldades em todas as ações, mesmo nas tarefas com perguntas de orientações, demonstrando, inclusive, ausência de estratégia para resolver problemas e operar com as operações aritméticas com números naturais, requisito mínimo para iniciar os estudos com inteiros.

Imagem 19 - Gráfico de comparativo de média das ações da amostra na prova diagnóstica e formativa

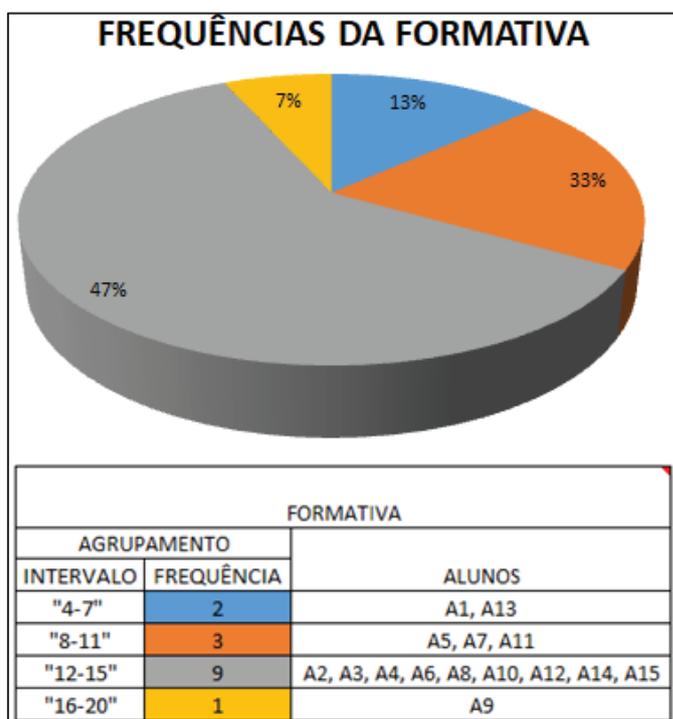


Fonte: Provas formativas aplicadas aos alunos

Dando continuidade com a análise de agrupamento em ordem crescente de desempenho, exibido no gráfico e tabela na Imagem 20 a seguir, é observada dessa vez uma frequência da maioria dos alunos no terceiro nível de desempenho entre 12-15 pontos e um aluno (A9) no quarto nível entre 16-20 pontos, contando agora com alunos em todos os níveis, bem diferente dos agrupamentos do diagnóstico que apresentou a maioria dos alunos no nível de rendimento mais baixo entre 4-7 pontos, contando apenas dois alunos no segundo nível entre 8-11 pontos.

Indicando, assim, uma necessidade de retroalimentação com todos os alunos a partir dos níveis que se encontram dando continuidade com as atividades para os alunos continuarem avançando na zona de desenvolvimento proximal, e uma atenção maior e individualizada com os alunos que ainda estão nos dois menores níveis, inclusive complementando com o reforço no horário oposto.

Imagem 20 - Gráfico e tabela da frequência por média das ações



Fonte: Banco de dados da pesquisadora

#### 4.9 FORMAÇÃO VERBAL EXTERNA

Para o desenvolvimento verbal externa, as aulas foram mediadas com foco principal no desenvolvimento do aluno “*saber explicar*” por escrito ou de maneira oral os procedimentos e operações aritméticas utilizadas para resolver as tarefas, realizando as ações de maneira consciente, compartilhada, parcialmente generalizada, com detalhes e automatização de alguns indicadores.

Sendo as atividades realizadas sempre em dupla e em trio conforme o plano de ensino no unidade 3 do apêndice 5, combinando com os alunos um tempo para responderem à tarefa e outro para explicarem para a turma como chegaram à solução das tarefas. Acompanhando o cumprimento de todos os indicadores das ações, com uma atenção maior no indicador “d” de explicar como chegou à solução da tarefa referente à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, no qual os alunos apresentaram mais dificuldades na parte escrita, e facilidade na explicação oral.

A professora acompanhava o cumprimento dos objetivos e o desenvolvimento da expressão verbal dos alunos com o guia de observação no apêndice 1, durante as atividades e

seminário proposto ao final dessa etapa. Sendo o seminário realizado com duas tarefas com os mesmos parâmetros das ações da ASP com apresentação em dois dias devido ao tamanho da turma, garantindo a apresentação e observação dos avanços e dificuldades de todos os grupos. Dando continuidade com a direção de ensino realizando a retroalimentação com a correção das tarefas no quadro de maneira coletiva e dialogada tirando dúvidas e corrigindo erros que foram apresentados por alguns grupos durante o seminário.

Entretanto, é relevante ressaltar que as dificuldades na escrita dos alunos nessa etapa eram muitas, sendo necessário pedir várias vezes para melhorar o que haviam elaborado na explicação da solução da tarefa e elaboração do problema do modelo pronto de expressão numérica, exigindo mais tempo durante a busca de solução de cada tarefa em duas horas de aulas, que pareciam passar muito rápido.

Contudo, foi gratificante presenciar passo a passo da evolução de cada aluno, principalmente na avaliação final, que a maioria apesar das dificuldades demonstraram realizarem melhor a elaboração do problema e explicação da solução, mesmo aqueles que não apresentaram bom rendimento nas tarefas com essas condições, por causa de erros nos cálculos ou dificuldades na interpretação, evolução que pode ser conferido nas Imagens (24, 25, 26, 27) exibido nos resultados da prova final.

#### **4.10 FORMAÇÃO VERBAL EXTERNA PARA SI**

Nessa etapa, as atividades das aulas foram realizadas com o objetivo de desenvolver a habilidade do aluno em *“transferir/aplicar tanto as ações da ASP, quanto identificar e resolver as quatro operações aritméticas em novas situações”*, resolvendo novas situações problemas a partir da assimilação já adquirida. A professora seguiu o planejamento de ensino conforme o plano de continuação da unidade 3 do apêndice 6, de acordo com a organização das atividades e acompanhamentos dos avanços e dificuldades dos alunos com o guia de observação exibido no apêndice 1, aplicando, então, a avaliação final e autoavaliação para determinar em que etapa os alunos se encontram ao final da sequência didática e analisar as contribuições para a aprendizagem.

#### 4.11 RESULTADOS DA PROVA FINAL

Tabela 17 - desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T9

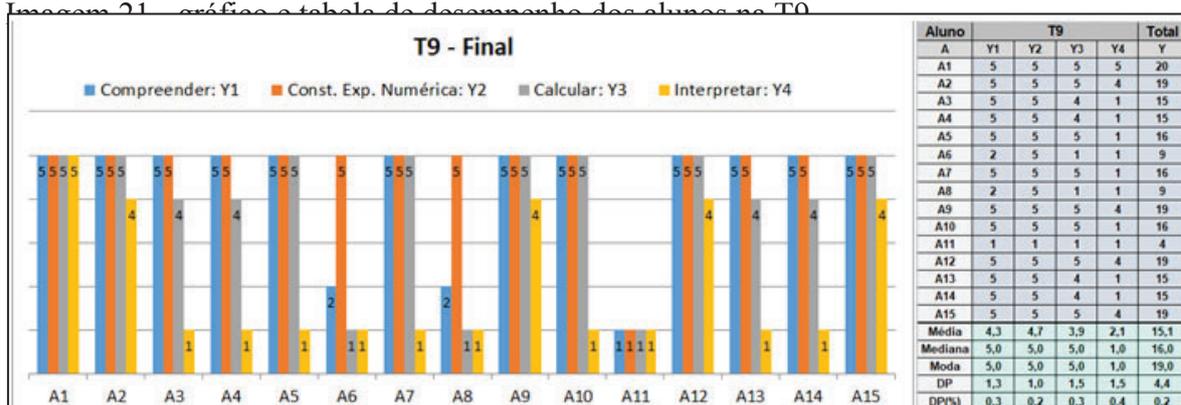
Tarefa T9 - Final																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	b) estudou os dados e suas condições.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	c) reconheceu os objetivos do problema.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	Total	5	5	5	5	5	2	5	2	5	5	1	5	5	5	5
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	c) construiu as expressões numéricas corretamente	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5	5	5	5
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	s	s	n	n	s	n	s	n	s	s	n	s	n	n	s
	Total	5	5	4	4	5	1	5	1	5	5	1	5	4	4	5
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	d) explicou como chegou à solução do problema	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	5	4	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	4	1	1

Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Nos procedimentos da tarefa T9 exibido na Tabela 17 acima, observa-se qualitativamente que doze alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15) compreenderam o problema, realizando com sucesso todos os indicadores da 1.<sup>a</sup> ação. Construindo a expressão numérica com sucesso em todos os indicadores de procedimentos na 2.<sup>a</sup> ação, continuando na 3.<sup>a</sup> ação com a realização de todos indicadores, exceto os alunos (A3, A4, A13, A14) que deixam de confirmar a verificação do resultado em positivo ou negativo, tendo obtido “n” no indicador “c”. Seguindo com sucesso nos procedimentos da 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, os alunos (A1, A2, A9, A12, A15), entre os quais apenas o A1 completou todos os procedimentos, enquanto os demais deixaram de explicar como chegaram à solução do problema.

Segundo ainda a Tabela 17, observa-se por meio de alguns procedimentos realizados que os alunos A6 e A8 compreenderam parcialmente a tarefa, não deixando claro o reconhecimento do primeiro objetivo, tendo vista a presença da variável “n” no indicador essencial “c”; o que não impede o sucesso na realização dos procedimentos da 2.<sup>a</sup> ação de contruir a expressão numérica; entretanto, apresentam dificuldades nos procedimentos da 3.<sup>a</sup> de resolver a expressão numérica e 4.<sup>a</sup> ação de interpretação, representado na tabela pela variável “n” em todos indicadores referente essas duas ações. Assim como aluno A11 que nessa tarefa demonstra o menor desempenho de procedimentos em todas as ações.

Imagem 21 - gráfico e tabela de desempenho dos alunos no T9



Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Demonstrando no gráfico por pontuação exibido na Imagem 21 acima, referente à tarefa T9, que os alunos (A1, A2, A9, A5, A7, A10, A12, A15) compreenderam o problema extraindo que em duas rodadas com os dados verdes Paulo perdeu 3 e 6 pontos e Flávia perdeu 4 e 6, e com os dados vermelhos Paulo ganhou 6 e 4 e Flávia ganhou 5 e 1, estudando as condições dos dados de juntar os pontos das faces de cima para obter o saldo de pontos da rodada, sendo assim, identificando o primeiro objetivo da tarefa de determinar o saldo de pontos individual de Flávia e Paulo; construindo na 2.<sup>a</sup> ação uma expressão numérica com números inteiros negativos a pontuação do dados verdes e positivos a pontuação do dados vermelhos para determinar os saldos, por exemplo de Paulo com  $(-3 + 6 - 6 + 4 =)$  e Flávia com  $(-4 + 5 - 6 + 1 =)$  utilizando a operação de adição e subtração de módulos para resolver as expressões numéricas na 3.<sup>o</sup> ação, encontrando desse modo o saldo de +1 para Paulo e -4 para Flávia.

Seguindo conforme o gráfico na Imagem 21 acima, na realização da 4.<sup>a</sup> ação de interpretação da solução somente os alunos A1, A2, A9, A12, A15, explicando o significado dos saldos respondendo então que o saldo de Paulo por ser +1 positivo foi maior que de Flávia de -4 negativos, utilizando também os resultados encontrados para refazer os cálculos a partir de expressões como  $(+1 -4=)$  ou  $(-3 +6 -6 +4 -4 +5 -6 +1=)$  com o saldo de -3 para responder ao segundo objetivo da tarefa de determinar o novo saldo a partir de uma nova situação considerando Paulo e Flávia como parte de uma equipe só e não mais individual. Entratanto, apenas o A1 finaliza com a explicação por escrito de como chegou a solução da tarefa, apresentando sucesso em todas as ações. Na autoavaliação, alguns alunos justificaram não ter concluído a 4.<sup>a</sup> ação, por ter esquecido e outros justificaram a falta de tempo para realizarem a explicação de como chegaram a solução.

Continuando na Imagem 21, os alunos (A3, A4, A13, A14) segundo o desempenho, demonstraram compreender o problema extraíndo que em duas rodadas com os dados verdes Paulo perdeu 3 e 6 pontos e Flávia perdeu 4 e 6, e com os dados vermelhos Paulo ganhou 6 e 4 e Flávia ganhou 5 e 1, estudando as condições dos dados de juntar os pontos das faces de cima para obter o saldo de pontos da rodada, identificando o primeiro objetivo da tarefa de determinar o saldo de pontos individual de Flávia e Paulo; construindo na 2.<sup>a</sup> ação uma expressão numérica com números inteiros negativos a pontuação do dados verdes e positivos a pontuação do dados vermelhos para determinar os saldos, por exemplo de Paulo com  $(-3 -6 +6 +4=)$  e Flávia com  $(-4 -6 +5 +1=)$  utilizando a operação de adição e subtração dos módulos para resolver as expressões numéricas na 3.<sup>a</sup> ação, encontrando desse modo o saldo de 1 para Paulo e 4 para Flávia, esquecendo de verificar se os resultados encontrados eram números negativos ou positivos.

Os alunos (A3, A4, A13, A14) desse modo apresentaram, erros na interpretação e determinação dos resultados significativos para resolver o segundo objetivo de encontrar um novo saldo considerando então Paulo e Flávia em uma mesma equipe, referente a 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução. Nas justificativas da autoavaliação, os alunos atribuíram os erros ao esquecimento e falta de atenção na verificação dos sinais que deveria acompanhar os resultados e dificuldades na interpretação de problemas.

Segundo o desempenho na Imagem 21 acima da tarefa T9, os alunos A6 e A8 demonstraram extrair as informações que em duas rodadas com os dados verdes Paulo perdeu 3 e 6 pontos e Flávia perdeu 4 e 6, e com os dados vermelhos Paulo ganhou 6 e 4 e Flávia ganhou 5 e 1, estudando as condições dos dados de juntar os pontos das faces de cima para obter o saldo de pontos da rodada, porém não apresentaram, nas anotações, o objetivo de determinar o saldo de pontos individual de Flávia e Paulo, mas construiu na 2.<sup>a</sup> ação uma expressão numérica com números inteiros negativos a partir da pontuação do dados verdes e positivos dos dados vermelhos, por exemplo de Paulo com  $(-3 -6 +6 +4)=$  e Flávia com  $(-4 -6 +5 +1)=$  expondo nas anotações que iriam utilizar a operação de adição e subtração de módulos para resolver as expressões numéricas.

Entretanto os alunos A6 e A8 devido aos erros de cálculos na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica não conseguiram realizar com sucesso a interpretação da solução referente à 4.<sup>a</sup> ação. Nessa tarefa o aluno A11 obteve o menor desempenho por apresentar erros em todas as ações da ASP.

Conforme a autoavaliação dos alunos para essa tarefa, seus erros estão relacionados às dificuldades de realizar a operação de subtração dos módulos envolvendo números positivos e negativos em uma só expressão numérica e também de interpretar a situação da tarefa com mais de uma pergunta.

Para resumir a amostra de alunos apresentou um desempenho satisfatório na tarefa T9, com uma média de 4,3 na 1.<sup>a</sup> ação de compreender, de 4,7 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica, de 3,9 na 3 ação de resolver a expressão numérica, e de 2,1 na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, tendo as quatro ações uma variação em torno da média próximo de zero, informações conferidas na tabela da Imagem 21 exibida anteriormente.

Tabela 18 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T10

Tarefa T10 - Final																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	s	n	s	s	s	s	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	b) estudou os dados e suas condições.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	c) reconheceu os objetivos do problema.	s	n	n	n	s	s	s	n	n	s	s	n	s	s	n
	Total	5	1	2	2	5	4	5	1	1	5	5	1	5	5	2
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizadas.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	n	s	n	s	s	n
	c) construiu as expressões numéricas corretamente	s	n	s	n	s	n	s	n	n	n	n	n	n	s	n
	Total	5	1	5	1	5	1	5	1	1	2	2	1	2	5	2
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	n	n	n	s	n	s	n	n	n	s	n	s	s	n
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	Total	2	1	1	1	5	1	2	1	1	1	5	1	5	2	1
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	4	1	1

Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Agora, na Tabela 18 acima, conforme os procedimentos relacionados às quatro ações da ASP se observa qualitativamente que os alunos (A1, A5, A6, A7, A10, A11, A13, A14) compreenderam o problema, realizando com sucesso todos os indicadores da 1.<sup>a</sup> ação, exceto o A6 que perdeu ponto no indicador “b” por escrever as condições diferentes do que estava na tarefa T10, erro observado também, anteriormente, na formativa na T6; enquanto os alunos (A3, A4, A15) compreendem parcialmente o problema, por deixarem de demonstrar corretamente o reconhecimento do primeiro objetivo da tarefa; assim como os alunos (A2, A8, A9, A12) que não realizaram nenhum dos indicadores corretamente, demonstrando não terem compreendido a tarefa.

Seguindo os procedimentos na 2.<sup>a</sup> ação, conforme a Tabela 18, apenas os alunos (A1, A3, A5, A7, A14) que construíram corretamente a expressão numérica realizando todos os

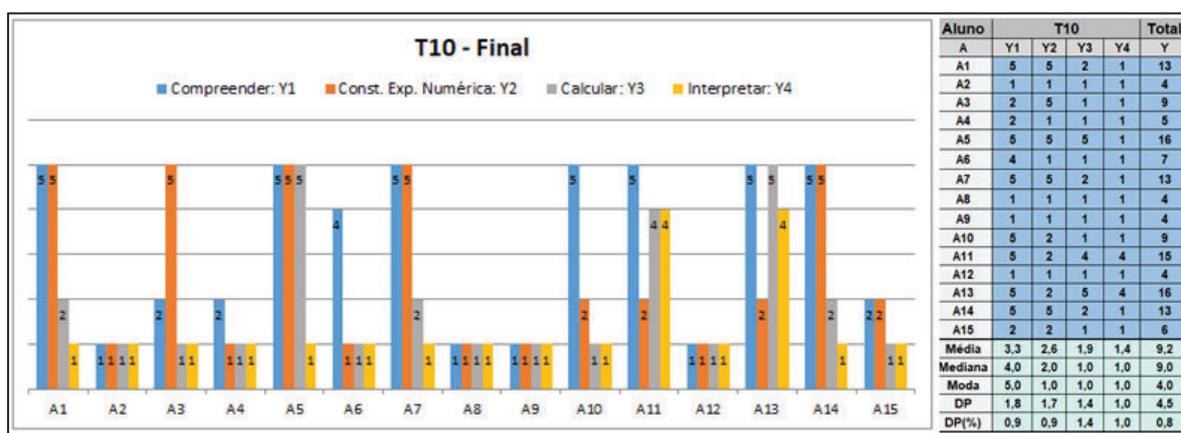
indicadores de procedimentos dessa ação; enquanto os alunos (A2, A11, A13, A15) apesar de realizar alguns indicadores, deixam de realizar corretamente o indicador essencial “c” por confusão na construção da expressão numérica, assim como os alunos (A2, A4, A6, A8, A9, A12) que não realizaram nenhum procedimento de maneira correta.

Nos procedimentos da 3.<sup>a</sup> ação, somente os alunos (A5, A11, A13) realizaram com sucesso todos indicadores dessa ação, embora os alunos A11 e A13 diferente do A5, não tenha conseguido construir a expressão numérica conforme a 2.<sup>a</sup> ação, por realizarem os cálculos de maneira individual. Enquanto isso, os alunos (A1, A7, A14) apresentaram erros nos cálculos envolvendo subtração e divisão, mesmo realizando os cálculos na sequência hierárquica das operações; e os alunos (A2, A3, A4, A6, A8, A9, A10, A12, A15) não realizaram nenhum dos indicadores corretamente na 3.<sup>a</sup> ação, indicando dificuldades com as prioridades e cálculos.

Logo na 4.<sup>a</sup> ação segundo os indicadores de procedimentos na Tabela 18 acima apenas os alunos A11 e A13 realizam com mais sucesso os procedimentos de interpretação da solução, não obtendo a pontuação máxima por deixarem de explicar como chegaram à solução. Enquanto os demais alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15) apresentaram erros na realização dos indicadores de interpretação da solução, mesmo tendo alguns se destacado nas demais ações.

Sendo, assim no gráfico por pontuação na Imagem 22 a seguir, os alunos A1, A5, A7, A14 demonstraram compreender o problema extraindo da tarefa que Patrícia ao somar os gastos da semana obteve dois resultados um de R\$ 800,00 considerando que ela somou por engano duas vezes o valor da conta do supermercado e outro de R\$ 496,00 sem somar nenhuma vez a conta do supermercado para resolver o primeiro objetivo de encontrar o valor da despesa do supermercado de Patrícia em uma semana; dados que em seguida foram utilizados na construção da expressão numérica  $(800 - 496) : 2 =$  ou  $[(-800) - (-496)] : 2 =$  envolvendo as operações de subtração e divisão na 2.<sup>a</sup> ação.

Imagem 22 - Gráfico e tabela de desempenho dos alunos na T10



Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Já na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, somente o A5 conseguiu com sucesso a diferença de -304 a ser dividido por 2 e encontrar o quociente de -152, enquanto os alunos A1, A7, A14 apresentaram erros de cálculos na subtração ou divisão, demonstrando alguns apenas reconhecer a prioridade da subtração por estar entre parêntese na sequência de cálculos, exceto o A1 que cometeu erro no cálculo da divisão.

No entanto, na 4.<sup>a</sup> ação de interpretação da solução, todos esses alunos A1, A5, A7, A14 apesar das tentativas, apresentaram erros na interpretação do resultado encontrado, bem como dificuldades de utilizar o resultado significativo corretamente para refazer os cálculos envolvendo a operação aritmética de adição:  $152 + 496 =$  e, assim, resolver o segundo objetivo de determinar exatamente o gasto total de R\$ 648,00 reais da despesa de Patrícia na semana. Segundo as justificativas dos alunos na autoavaliação, os erros foram devido à falta de atenção, dificuldades de realizar cálculos de divisão e subtração, e dificuldades de interpretar problemas com mais de uma pergunta.

Na Imagem 22 acima ainda, observou-se que os alunos A10, A11, A13 demonstraram compreender o problema extraindo da tarefa que Patrícia ao somar os gastos da semana obteve dois resultados um de R\$ 800,00, considerando que ela somou por engano duas vezes o valor da conta do supermercado e outro de R\$ 496,00 sem somar nenhuma vez a conta do supermercado para resolver o primeiro objetivo de encontrar o valor da despesa do

supermercado de Patrícia em uma semana; porém apesar de indicar os termos numéricos ou operações a ser utilizado não constrói a expressão numérica.

Preferindo, assim, os alunos (A10, A11, A13) na 3.<sup>a</sup> ação realizar os cálculos de subtração e divisão de maneira individual, obtendo, somente os alunos A11 e A13, o quociente de 152, enquanto o A10 apresentou dificuldade na divisão e subtração. Conseqüentemente, na 4.<sup>a</sup> ação de interpretação da solução, somente os alunos A11 e A13 demonstraram utilizar o resultado significativo corretamente para refazer os cálculos envolvendo a operação aritmética de adição:  $152 + 496 =$  e, assim, resolver o segundo objetivo de determinar o gasto total de R\$ 648,00 reais da despesa de Patrícia na semana, deixando apenas de explicar de forma escrita como chegaram à solução. E de acordo com a autoavaliação dos alunos, seus erros estão relacionados à falta de atenção, dificuldades de construir expressão numérica, realizar cálculos de divisão e subtração e de interpretar problemas.

Continuando com os padrões de pontuação na Imagem 22 acima, observou-se que os alunos A3 e A15 extraíram da tarefa que, Patrícia ao somar os gastos da semana obteve dois resultados: um de R\$ 800,00 considerando a soma por engano de duas vezes o valor da conta do supermercado e outro de R\$ 496,00 sem somar nenhuma vez a conta do supermercado, deixando incompleta a 1.<sup>a</sup> ação por ausência da identificação do primeiro objetivo de encontrar o valor da despesa do supermercado de Patrícia.

Na 2.<sup>a</sup> ação de construção de expressão numérica, ambos (A3 e A15) determinaram os termos numéricos e operações a serem utilizadas, porém somente o aluno A3 construiu corretamente a expressão como:  $(800 - 496) : 2 =$ . No entanto, na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, tanto o A3 quanto A15 demonstraram dificuldades na realização dos cálculos com a subtração e divisão, apresentando erros que comprometeram a 4.<sup>a</sup> ação de interpretação da solução, deixando de encontrar a solução correta do segundo objetivo de determinar o gasto total da despesa de Patrícia na semana por meio de outro cálculo envolvendo a operação aritmética de adição com a despesa de supermercado encontrado para resolver o primeiro objetivo.

De acordo com a autoavaliação desses alunos (A3 e A15) os erros cometidos na tarefa são devido às dificuldades de realizar cálculos envolvendo a divisão e subtração, e dificuldades de construir uma expressão numérica para essa tarefa.

Ainda com o gráfico da Imagem 22 acima, é possível observar que entre os alunos (A2, A4, A6, A8, A9, A12) somente os alunos A4 e A6 demonstraram extrair da tarefa que Patrícia ao somar os gastos da semana obteve um de R\$ 800,00 considerando a soma por engano de duas vezes o valor da conta do supermercado e outro de R\$ 496,00 sem somar nenhuma vez a conta do supermercado, porém em relação ao objetivo da tarefa apenas o A4 demonstrou ter identificado que o objetivo seria de encontrar o valor da despesa do supermercado de Patrícia em uma semana.

Entretanto, nas demais ações de construir e resolver uma expressão numérica e interpretar a solução, todos os alunos (A2, A4, A6, A8, A9, A12) desse grupo demonstraram dificuldades de construir uma expressão numérica para os objetivos e apresentaram erros de cálculos que, conseqüentemente, contribuíram em erros na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução. Segundo as justificativas dos alunos, na autoavaliação, os erros ocorreram devido à falta de atenção, dificuldades em construir as expressões numéricas para resolver a tarefa, dificuldades com cálculos envolvendo a divisão e subtração.

Diante disso a amostra apresentou um desempenho menos satisfatório na tarefa T10, se comparado com os resultados das médias da tarefa T9; na T10, a média do desempenho ficou em: 3,3 na 1.<sup>a</sup> ação de compreender, de 2,6 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica, de 1,9 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, e menos ainda na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução com 1,4 que podem ser conferidos na tabela da Imagem 22 acima. Rendimento que pode estar relacionado ao nível de dificuldade da tarefa classificada em nível alto de dificuldade por envolver as operações aritméticas de subtração e divisão, operações aritméticas que a maioria dos alunos relatam e apresentam ter mais dificuldades independente do conjunto.

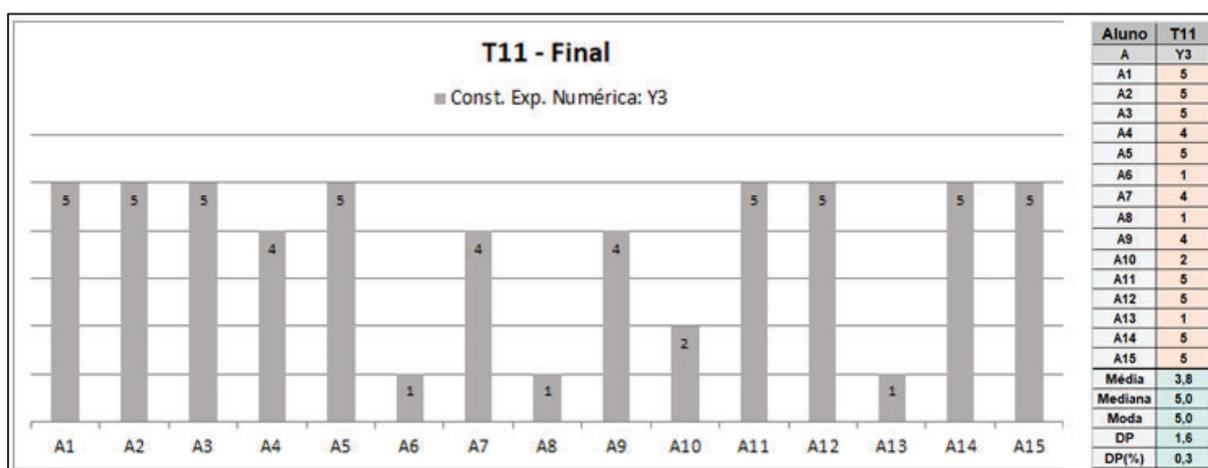
Tabela 19 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T11

Tarefa T11 – Final																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	s	s	s	n	s	n	n	n	n	n	s	s	n	s	s
	Total	5	5	5	4	5	1	4	1	4	2	5	5	1	5	5

Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Na tabela 19 acima, referente à tarefa T11, observa-se qualitativamente os procedimentos de cálculos feitos pelos os alunos na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, no qual os alunos (A1, A2, A3, A5, A11, A12, A14, A15) realizaram três indicadores. Enquanto os alunos (A4, A7, A9) realizaram dois indicadores deixando apenas de confirmar o resultado em positivo ou negativo, porém, todos desse grupo resolveram a expressão numérica corretamente. Exceto o aluno A10 que demonstrou apenas identificar as prioridades por meio da sequência de cálculos obtendo “s” no indicador “a”; e os demais alunos (A6, A8, A13) que não conseguiram realizar nenhum dos procedimentos corretamente, obtendo o menor desempenho.

Imagem 23 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T11



Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Dessa forma, na pontuação do gráfico exibido na Imagem 23 acima, da tarefa T11, observaram-se os seguintes resultados: os alunos A1, A2, A3, A5, A11, A12, A14, A15 resolveram a expressão numérica realizando os cálculos corretamente envolvendo adição e subtração, fazendo a confirmação por meio do sinal que o resultado é positivo; os alunos A4, A7, A9 também resolveram a expressão numérica corretamente, porém não realizaram a verificação do resultado por meio do sinal de positivo ou negativo; o aluno A10 apesar de eliminar os parênteses corretamente cometeu erros nos cálculos; e os alunos A6, A8, A13 demonstraram dificuldades na eliminação dos parênteses e erros de cálculos envolvendo adição ou subtração.

E de acordo com as justificativas, na autoavaliação, dos alunos desse grupo (A4, A6, A8, A7, A9, A10, A13) que não conseguiram concluir a 3.ª ação, os erros estão relacionados à falta de atenção ou confusão na eliminação dos parênteses.

Imagem 24 - Problema elaborado por A5 na T11 da Final

Obs. da professora: o aluno realizou com sucesso todos os indicadores da 3ª ação e elaborou um problema de maneira satisfatória.

fui no shopp com a minha mãe e da taxa com 420 reais, ela comprou um tenis pra mim de 310 reais e pagar 8 reais de estacionamento no shopp, quanto minha ficou? ✓

R: ela ficou com 102 reais

$$(420 + (-310) + (-8)) =$$

subtração  $420 - 310 - 8 =$

$$110 - 8 =$$

$$+ 102$$

✓

420
-310
110
- 8
102

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 25 - Problema elaborado por A9 na T11 da Final

Obs. da professora: o aluno realizou o cálculo corretamente na 3ª ação, mas esqueceu de confirmar que o resultado era positivo, e apesar das dificuldades com a escrita também elaborou um problema que respondeu ao final.

Diego tinha 420 R\$ para comprar um celular novo e pagar a taxa de estacionamento. Ele comprou um celular de 310 R\$ e gastou 8 R\$ para o estacionamento. Quanto sobrou para Diego comprar roupas? ✓

Para ele comprar roupas  $(420 + (-310) + (-8)) =$  ✓  $102$  R\$

$$420 - 310 - 8 =$$

$$110 - 8 =$$

$$102$$

$$(420) + (-310) + (-8) =$$

$$420 - 310 - 8 =$$

$$110 - 8 =$$

$$102$$

✓

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 26 - Problema elaborado por A4 na T11 da Final

Obs. da professora: o aluno realizou o cálculo corretamente na 3ª ação, mas esqueceu de confirmar que o resultado era positivo, e elaborou o problema demonstrando confusão na representação dos números negativos.

Flávia juntou 420 reais e na outra semana juntou -310  
e no outro mês juntou -8 quanto deu no total

$$\begin{array}{r} 420 \\ -310 \\ \hline 110 \\ -8 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$420 - 310 - 8 = 110 - 8 = 102$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ -8 \\ \hline 102 \end{array}$$

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 27 - Problema elaborado por A7 na T11 da Final

Obs. da professora: o aluno realizou o cálculo corretamente na 3ª ação, mas esqueceu de confirmar que o resultado era positivo, mas elaborou de maneira satisfatória um problema que respondeu ao final.

$$(420) + (-310) + (-8) =$$

$$420 - 310 - 8 = 110 - 8 = 102$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ -310 \\ \hline 110 \\ -8 \\ \hline 102 \end{array}$$

No Banco havia 420 reais na minha conta e fui na loja comprar algumas coisas que deu 310 e tinha que dar 8 reais do estacionamento. Como ficou o meu saldo no final? O meu saldo ficou com 102 reais.

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Mediante expostos nessa avaliação final, os alunos apresentaram um ótimo avanço na elaboração de problemas, a pesar das dificuldades de alguns na escrita ou na representação dos

números negativos, conforme está exibido nas imagens 24, 25, 26 e 27 acima. Observou-se que a maioria dos alunos elaborou um problema na avaliação final de maneira mais satisfatória, resultado bem positivo se comparado com os problemas que foram elaborados pelos os alunos na avaliação formativa, pois os poucos problemas que foram elaborados ficaram ilegíveis.

De modo que na análise quantitativa geral, a amostra na tarefa T11 apresentou um desempenho por média de 3,8 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica com uma variação de 0,3 em torno da média, resultado satisfatório para essa ação, podendo ser conferido na tabela da Imagem 23 já exibida.

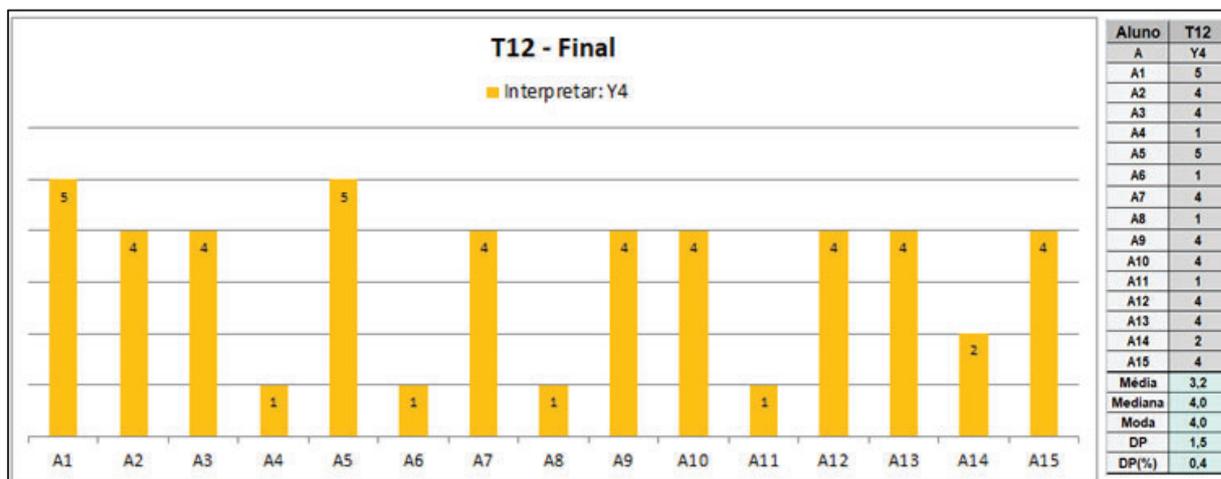
Nos procedimentos da tarefa T12, referente à 4.<sup>a</sup> ação, observa-se na Tabela 20 a seguir qualitativamente que os alunos (A1, A5) interpretaram a solução, realizando todos os procedimentos corretamente, inclusive explicando como chegaram à solução, diferente dos alunos (A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A15) que realizaram três dos procedimentos corretamente, demonstrando também que interpretaram a solução, mas deixaram de realizar o indicador “d” de explicar como chegaram a solução; o aluno A14 apesar de interpretar o resultado em função do primeiro objetivo e determinar esse resultado como significativo, não conseguiu realizar com sucesso os demais indicadores, principalmente, o indicador essencial “c” de responder corretamente o segundo objetivo da tarefa; assim como os alunos (A4, A6, A8, A11) que não realizaram dos procedimentos dessa ação corretamente, demonstrando dificuldades de interpretação da solução dessa tarefa.

Tabela 20 - desempenho por indicadores das ações dos alunos na T12

Tarefa T12 – Final																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	s	s	s	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	s	s	s	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	s	s	s	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s	n	s
	d) explicou como chegou à solução do problema.	s	n	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
Total		5	4	4	1	5	1	4	1	4	4	1	4	4	2	4

Fonte: Provas finais aplicadas aos alunos

Imagem 28 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T12



Fonte: provas finais aplicadas aos alunos

Dessa maneira, no gráfico exibido na Imagem 28 acima, referente a tarefa T12 por pontuação, os alunos A1 e A5 conseguiram interpretar a solução do problema, determinando corretamente o saldo significativo de R\$ 80,00 contido no texto como resultado da movimentação da conta bancária de Ricardo na segunda-feira e terça-feira, incluindo em uma nova construção de expressão numérica, tal como de  $80 - 2 \cdot 75 =$  ou  $(-850 + 550 + 380) - 2 \cdot 75 =$  utilizado para resolver o objetivo de interpretação da solução diante de uma nova situação de movimentações bancárias de Ricardo, dando preferência as concepções de números inteiros, ao invés de naturais. Considerando que essa questão também poderia ser resolvida por operações aritméticas a partir da concepção de números naturais e não só de inteiros.

Respondendo que o saldo não será suficiente para pagar o débito de energia e nem sobrar crédito para ele realizar um saque considerando que após os cálculos o novo saldo será de R\$ -70,00. Em seguida, os alunos (A1, A5) completaram a 4.<sup>a</sup> ação explicando como chegaram à solução, alcançando, assim, o maior desempenho nessa tarefa de 5 pontos.

Ainda na Imagem 28 acima, referente a tarefa 12, observa-se que os alunos (A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A15) apesar de conseguirem interpretar a solução do problema, refazendo a 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação, através da expressão numérica de  $80 - 2 \cdot 75 =;$   $2 \cdot 75 - 80 =$  ou  $(-850 + 550 + 380) - 2 \cdot 75 =$  para encontrar o saldo de 70 ou -70 reais, respondendo corretamente que o saldo não será suficiente para pagar o débito de energia e nem sobrar crédito para ele realizar um saque, mas sim, que precisa completar o saldo no banco da primeira movimentação com mais R\$ 70, 00

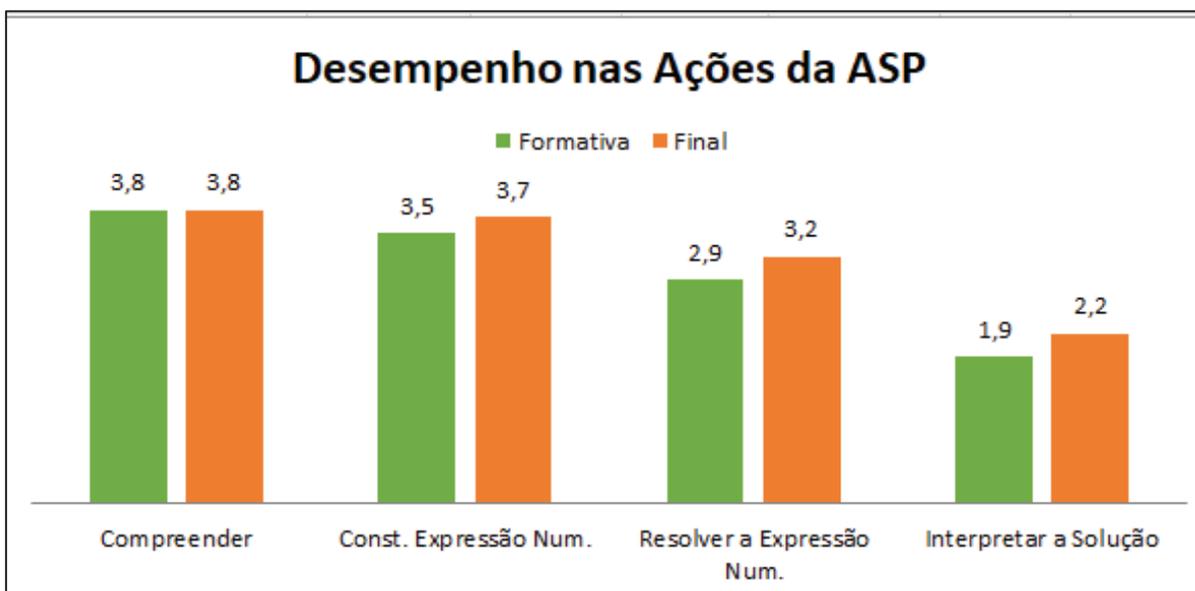
reais, se quisesse pagar as duas contas de energia, o grupo deixa de completar a 4.<sup>a</sup> ação, com a ausência da explicação escrita de como chegaram a solução, obtendo então cada um desse grupo 4 pontos, segundo os alunos em suas autoavaliações a razão de não completarem a tarefa foram a falta de atenção e tempo.

O aluno A14 com 2 pontos, conforme o gráfico na Imagem 28 acima, fez a 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> ação, através da expressão numérica de  $80 - 2 \cdot 75 =$  encontrar o saldo de R\$ -70,00 reais, porém na hora de responder ao objetivo, demonstra confusão, respondendo que o saldo seria suficiente tanto para pagar o débito de energia e quanto sobraria R\$ 70,00 reais de crédito para realizar um saque, obtendo, assim, 2 pontos na 4.<sup>a</sup> ação, de acordo com a autoavaliação o erro foi devido à falta de atenção na elaboração da resposta.

Já os alunos A4, A6, A8, A11 conforme o gráfico na Imagem 28 acima, apresentaram o menor desempenho nessa tarefa, por causa de erros na construção da expressão numérica e realizações de cálculos, de modo que não conseguiram a solução correta do objetivo de responder se o novo saldo de Ricardo seria suficiente para pagar ou não o débito de energia e realizar um saque, tendo, então, todos obtido apenas 1 ponto na análise de desempenho da 4.<sup>a</sup> ação de interpretação da solução do problema. Segundo as justificativas contidas nas autoavaliações os erros estão relacionados às dificuldades de interpretar problema, determinar os termos numéricos corretos entre tantos dados contidos no texto para construir a expressão numérica e dificuldades com subtração de números inteiros negativos e positivos.

Resumindo, a amostra na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução da tarefa T12 apresentou uma média de 3,2 satisfatória, exibida na tabela da Imagem 28, por ser a maior já apresentada entre todas as tarefas das provas aplicadas com a 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, mesmo estando a tarefa classificada como nível difícil por envolver a subtração e multiplicação.

Imagem 29 - Comparativo de médias por ações da Formativa e Final

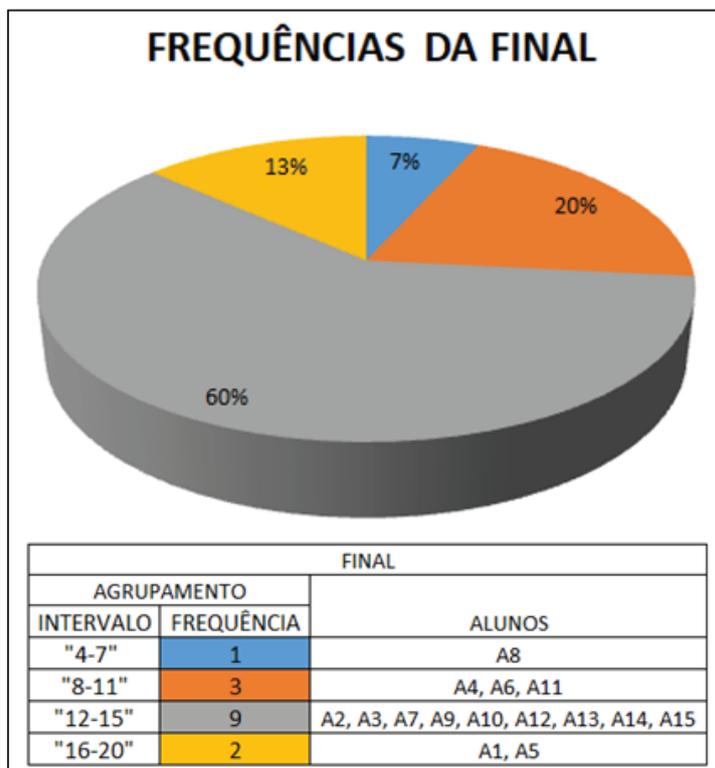


Fonte: Provas formativas e finais aplicadas aos alunos

Em virtude da análise de comparação de médias das ações exibido na imagem 29 acima, é observado que a amostra manteve a mesma média de 3,8 na ação de compreender o problema do que na formativa, apresentando médias maiores nas demais ações de construir a expressão numérica, resolver a expressão numérica com os resultados da prova final, inclusive, na ação de interpretar a solução que de 1,9 passou para 2,2 resultados significativos para o desenvolvimento dos participantes, demonstrando que continuaram avançando na zona desenvolvimento proximal.

Resultados que contribuíram na análise de agrupamento da final exibido na Imagem 30 a seguir, em uma diminuição na porcentagem de frequência de alunos nos dois menores níveis entre 4-7 e 8-11, tendo como consequência um aumento na porcentagem de alunos no terceiro e quarto nível de rendimento, níveis entre 12-15 e 16-20, confirmando avanços no rendimento da turma.

Imagem 30 - Frequência por média das ações



Fonte: Banco de dados da pesquisadora

Sendo ainda possível destacar na tabela da Imagem 30, algumas mudanças de níveis entre os alunos estabelecidos na formativa que mudaram de nível para o outro maior ou menor na frequência final, como por exemplo, dos alunos: A1 que saiu do menor nível entre 4-7 para o quarto, maior; A5 que saiu do segundo nível entre 8-11 para o quarto; A7 que saiu do segundo nível para o terceiro entre 12-15; A13 que estava no menor nível e mudou para o terceiro nível. Indicando avanços desses alunos no período da formativa até a final.

Enquanto outros alunos apresentaram queda na mudança de níveis da formativa para final, como o A8 que saiu do terceiro nível para o menor nível; A4 que saiu do terceiro para o segundo nível; A6 que saiu do terceiro nível para o segundo; A9 que saiu do quarto para o terceiro. Reflexo de mudanças também na participação das atividades em sala de aula, por causa de repetidas faltas na escola e ausência por motivos particulares.

A partir dos resultados e níveis em que se encontram cada um dos alunos na imagem 30 acima, ressaltamos que, de maneira geral, os participantes avançaram na zona de

desenvolvimento proximal, mesmo considerando que cada um ainda possui um percurso individual a ser percorrido no desenvolvimento da aprendizagem por etapas, precisando de mais tempo para alcançar a quarta etapa, como mostra as análises das qualidades das ações a seguir da formativa e final.

#### **4.12 DETERMINANDO A ETAPA MENTAL DOS ALUNOS**

Na determinação da etapa mental em que se encontram os alunos, é necessário analisar as características primárias e secundárias das ações da ASP, considerando que as operações aritméticas envolvendo números inteiros e ações da ASP contribuem para formação de atitude consciente, independente e criativa diante das diversas situações problemas que são vivenciadas no dia a dia, seja resolvendo esses problemas de maneira coletivas ou individuais. Sendo assim, será apresentada, a seguir, a análise das qualidades das ações da ASP, determinando, então, as etapas mentais realizadas com dados da prova formativa e depois a etapa mental que os alunos chegaram ao final da Sequência Didática com números inteiros com dados da prova final.

##### **4.12.1 Etapa Mental Com Dados Da Prova Formativa**

Na a Tabela 21 e 22, os resultados qualitativos obtidos pelos alunos na formativa, de acordo com os parâmetros dos Quadros 9 e 10 das propriedades primárias e secundárias apresentados anteriormente na Categoria qualitativa de análise e variáveis.

Acompanhando a classificação de acordo com o cumprimento verbal na Tabela 21 a seguir, a partir do indicador “d” de explicar como chegou à solução na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução realizados nas tarefas (T5, T6, T8), é possível observar que os alunos (A1, A5, A11, A13) não realizaram a explicação de como chegaram à solução em nenhuma dessas tarefas da prova, sendo necessário conferir com as anotações do guia de observação de acompanhamento dos alunos feito nas aulas, o qual indicou pouca consciência no cumprimento verbal por escrito das ações durante a solução das tarefas nas aulas antes da prova, apresentando esse grupo, segundo as anotações da professora, dificuldades em realizar o indicador de explicar como chegam à solução.

Enquanto os alunos (A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15) apesar das dificuldades de escrita, já apresentaram em algumas das tarefas, confirmado pelo guia a

explicação a partir das ações da ASP, como encontraram a solução da tarefa. Sinalizando pequenos avanços para iniciar a etapa do saber explicar pela expressão verbal oral ou escrita.

Tabela 21 - Qualidade das ações com algumas categorias primárias e secundárias

QUALIDADE DAS AÇÕES REALIZADAS NA FORMATIVA				
Tarefas	Categoria	Escala	Alunos	Total
T5, T6, T8	<i>Nível de cumprimento da expressão verbal por escrito do aluno.</i>			04
	Consciente	Pouco	A1, A5, A11, A13.	
		Médio	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15.	11
T5, T6, T7, T8.	<i>Nível de generalização tanto com aplicação das ações quanto com a indentificação e resolução das operações aritmeticas com números inteiros.</i>			15
	Abstrato	Pouca	(A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14); e (A1, A11, A13).	
T6	<i>Nível de utilização da BOA tipo 3 na Resolução de Problemas das tarefas com as quatro ações.</i>			04
	Razóavel	Pouco	A1, A5, A11, A13.	
		Médio	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15.	11
T5, T6, T7, T8	<i>Nível de realização das ações com detalhes nas tarefas</i>			15
	Explicado	Alto	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.	
Guia de obs. durante as aulas e prova.	<i>Nível de assimilação das ações e operações aritmeticas com números inteiros conforme o as informações do guia de observação das aulas e prova.</i>			

	Assimilado	Pouco	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.	15
--	------------	-------	--	----

Fonte: Provas aplicadas e guia de observação da pesquisadora

Entretanto, em relação ao caráter abstrato na Tabela 21 acima, tanto para utilizações das ações quanto a utilização das operações aritméticas envolvendo números inteiros, é possível verificar por meio das quatro tarefas que os alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) ainda apresentaram um caráter pouco abstratos na resolução de situações problemas, aplicando as ações da ASP, identificando e realizando as operações aritméticas envolvendo números inteiros em algumas tarefas e não em todas. Demonstrando que as ações e novas significações das operações aritméticas com números inteiros ainda estão necessitando serem consolidadas, precisando de mais experiências e práticas envolvendo a resolução de situações problemas.

Na análise do caráter razoável da utilização da BOA tipo três na resolução de problemas, é possível observar que os alunos (A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15) apresentaram um caráter médio razoável, por utilizarem as ações de compreender o problema, de construir a expressão numérica e de resolver a expressão numérica na tarefa T6; enquanto os alunos (A1, A5, A11, A13) apresentaram um caráter pouco razoável, por terem utilizado somente as ações de compreender e construir a expressão numérica ou não utilizarem nenhuma das ações.

No caráter explanado conforme a observação dos indicadores das ações realizadas nas provas, todos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) ainda estão escrevendo com alto nível de detalhamento as ações.

Observando-se ainda todos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) classificados com pouco nível de assimilação conforme o as anotações de acompanhamento da professora nas aulas e realização da prova, pois estão sempre solicitando ajuda do professor ou de colegas para lembrar, realizar alguns indicadores das ações ou realizar as operações aritméticas com números inteiros. Sinalizando necessidades de mais tempo de experiências com a resolução de situações problemas e exercícios com as operações aritméticas com números inteiros.

Por isso, com base nesses resultados qualitativos a partir das qualidades das ações constatou que, com relação as Etapas Mentais conforme os parâmetros do Quadro 11 exibido anteriormente na categoria qualitativa de análise os alunos se encontram nas seguintes etapas conforme exibida a Tabela 22 abaixo:

Tabela 22 - Etapas mentais que os alunos estavam segundo a prova formativa.

CLASSIFICAÇÃO DOS ALUNOS POR ETAPAS MENTAIS.		
CARACTERÍSTICAS DAS ETAPAS MENTAIS CONFORME O QUADRO 11.	ALUNOS	TOTAL
<p>1.<sup>a</sup> Etapa - Material/Perceptiva</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pouco nível do caráter razoável, abstrato e consciente.</li> <li>✓ Alto nível de detalhamento</li> <li>✓ Pouco nível de assimilação e independência.</li> </ul>	A1, A5, A11, A13	04
<p>2.<sup>a</sup> Etapa - Material/Perceptiva</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Médio nível do caráter razoável e consciente; c/ pouco nível no caráter abstrato.</li> <li>✓ Alto nível de detalhamento</li> <li>✓ Pouco nível de assimilação e independência</li> </ul>	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A14, A15	11

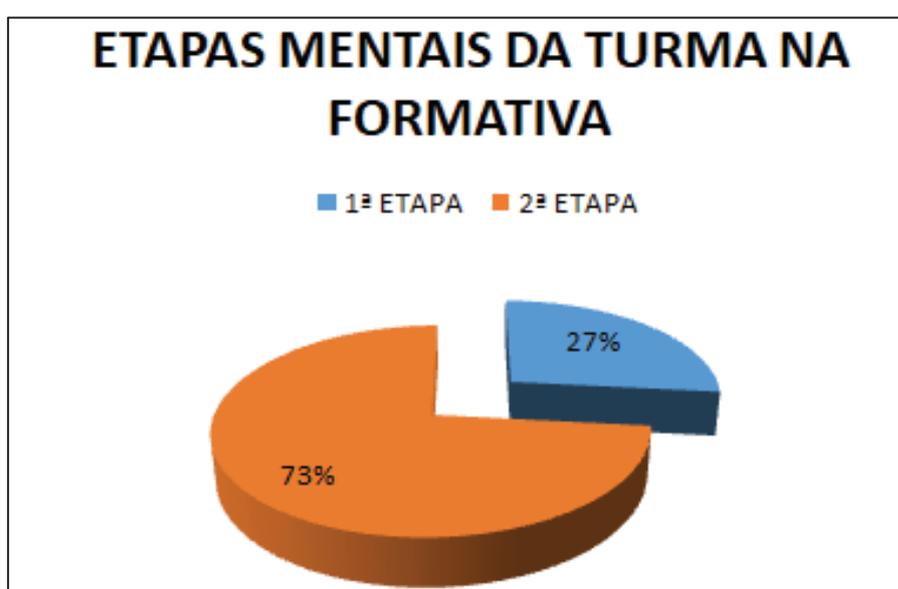
Fonte: Provas e guia de observação da pesquisadora

Dessa maneira na tabela 22 acima, é possível observar a diferença de avanços entre os alunos da primeira e segunda Etapa Mental por meio do nível do caráter razoável e consciente. Apresentaram os alunos da 1.<sup>a</sup> Etapa um nível pouco razoável e pouco consciente, enquanto os alunos da 2.<sup>a</sup> Etapa apresentaram um nível médio razoável e médio consciente.

Em conformidade com a Imagem 31 a seguir, é possível observar, no gráfico, a maioria dos alunos na 2.<sup>a</sup> etapa, um avanço bastante positivo da maioria dos alunos na zona de desenvolvimento proximal.

Depois da retroalimentação se deu continuidade com a Sequência Didática na 3.<sup>a</sup> Etapa verbal externa para desenvolver a habilidade de o aluno saber explicar a solução das tarefas nas atividades situações problemas com números inteiros, com o acompanhamento da observação do cumprimento verbal no seminário e realização da retroalimentação. Continuando a professora com as estratégias para intervenção na 4.<sup>a</sup> Etapa verbal externa para si.

Imagem 31 - Gráfico por etapas mentais segundo a prova formativa



Fonte: Banco de dado da pesquisadora

#### 4.12.2 Etapas mentais que os alunos chegaram ao final da sequência didática com dados da prova final

Na Tabela 23, os resultados qualitativos obtidos pelos alunos na formativa, de acordo com os parâmetros dos quadros 9 e 10 apresentados anteriormente:

Tabela 23 - Qualidade das ações com algumas categorias primárias e secundárias na Final

QUALIDADE DAS AÇÕES REALIZADAS NA FORMATIVA				
Tarefas	Categoria	Escala	Alunos	Total
T9, T10, T12	<i>Nível de cumprimento da expressão verbal por escrito do aluno.</i>			

	Consciente	Pouco	A4, A6, A8, A11.	04	
		Médio	A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15.	09	
		Alto	A1, A5	02	
T9, T10, T11, T12.	<i>Nível de generalização tanto com aplicação das ações quanto com a indentificação e resolução das operações aritmeticas com números inteiros.</i>			13	
	Abstrato	Pouca	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.		
		Médio	A1, A5		02
T9, T10.	<i>Nível de utilização da BOA tipo 3 na Resolução de Problemas das tarefas com as quatro ações.</i>			04	
	Razóavel	Pouco	A4, A6, A8, A11.		
		Médio	A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15.		09
		Alto	A1, A5.		02
T9, T10, T11, T12.	<i>Nível de realização das ações com detalhes nas tarefas</i>			02	
	Expianado	Médio	A1, A5.		
		Alto	A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.		13
Guia de obs. durantes as aulas e prova.	<i>Nível de assimilação das ações e operações aritmeticas com números inteiros conforme o as informações do guia de observação das aulas e prova.</i>			13	
	Assimilado	Pouco	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.		
		Médio	A1, A5.		02

Fonte: provas e guia de observação da pesquisadora

Analisando o cumprimento verbal exibido na Tabela 23 acima, a partir da análise do indicador “d” de explicar como chegou à solução na 4.<sup>a</sup> ação realizados nas tarefas da prova com a confirmação das informações anotadas no guia de acompanhamento, observa-se que os alunos (A4, A6, A8, A11) não realizaram nenhuma explicação nas tarefas da prova e apresentou uma regressão na realização da explicação de como chegam à solução das tarefas durante as aulas, possivelmente, reflexo de faltas e desistência do reforço por parte desse grupo.

Tendo os alunos (A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15) conforme a Tabela 23 acima, apresentado um nível médio no caráter consciente em algumas das tarefas utilizando as ações da ASP para explicar como encontraram a solução das tarefas tanto na prova quanto nas tarefas realizadas em sala de aula antes da prova. Indicando necessidade de mais tempo na etapa verbal externa para desenvolver a habilidade de saber explicar verbalmente por escrito e oral.

Enquanto os alunos (A1 e A5) foram os que mais desenvolveram essa habilidade tanto na explicação escrita, quanto na expressão oral, apresentando um nível alto no caráter de consciência, se sobressaindo tanto nas atividades em sala de aula como também na prova final.

No caráter abstrato, na análise final para utilizações das ações e operações aritméticas envolvendo números inteiros, é possível verificar por meio das quatro tarefas que ainda a maioria dos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) apresentam um caráter pouco abstratos na resolução de situações problemas, apesar de aplicar as ações da ASP, ainda demonstram dificuldades na identificação e realização das operações aritméticas envolvendo números inteiros nas tarefas, apresentando, às vezes, confusão nas operacionalizações com algumas operações aritméticas com números inteiros, e realizando quando possível certas operações aritméticas com concepções de números naturais, ao invés de inteiros, implicando em pouca abstração do conteúdo em estudo.

Exceto os alunos A1 e A5, que apresentaram um nível médio de abstração, aplicando todas as ações, identificando e resolvendo as tarefas dando preferência às novas significações das operações aritméticas a partir das concepções de números inteiros em todas as tarefas, principalmente, nas tarefas T10 e T12 que poderiam ser resolvidas também com operações aritméticas com concepções de números naturais, como se visualiza a seguir:

Imagem 32 - Solução nível médio de abstração do A1 p/ T10 com as quatro ações na final

TERMO NUMERO, PRIMEIRO GASTO 800, 2x o gasto mercado  
SEM A CONTA 496

Calculo:  $[-(800) - (-496)] : 2 =$   
 $[-800 + 496] : 2 =$   
 $-304 : 2 =$   
 $-150$

RESPOSTA!  
 O valor do mercado é -150

Agora que você já encontrou a despesa do mercado, determine o gasto total da semana de Patrícia.

Agora pagar o valor do mercado de -150 e  
 somar -496

Calculo:  
 $-150 - 496$   
 $+ 646$

RESPOSTA:  
 o gasto da semana é 646

Não deu tempo de explicar

Obs. da Professora: demonstra nível médio de abstração, aplica todas as ações e dá preferência a utilização das operações com inteiros, realizou a 1ª ação e 2ª ação de maneira reduzida e corretamente, mas errou na divisão indicador essencial da 3ª ação, que por consequência levou ao erro da 4ª ação.

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 33 - Solução nível médio de abstração do A1 p/ T12 a 4.ª ação na final

para ele realizar um saque? 80 REAIS NA CONTA DELE E DEBEM QUE  
 PAGAR 2 CONTAS DA ENERGIÁ

Calculo:  
 $80 - 2,75$   
 $80 - 150$   
 $-70$

RESPOSTA:  
 não vai da de pagar as duas  
 contas então vai sobra  
 porque ele vai ficar com  
 70 de saldo negativo

Obs. da professora:  
 respondeu a 4ª ação  
 corretamente sem  
 escrever os  
 indicadores e utilizou  
 números inteiros.

Explique como chegou à solução.

Eu peguei 80 REAIS que ficou na conta dele  
 e subtraí menos 2 contas de energia de  
 70 REAIS encontrei 70 NEGATIVO PORQUE  
 NÃO DEU PARA PAGAR AS CONTAS E RESPONDI  
 A PERGUNTA

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 34 - Solução nível pouco de abstração do A14 p/ T10 as 4 ações na final

compreender.  
 a) elementos conhecidos e desconhecidos? ✓  
 despesa de 800, despesa de 496  
 b) condições do dado  
 foi somado duas vezes o mercado de 800  
 c) objetos do problema - o que foi a despesa do mercado de Patrícia e como construiu a expressão numérica?  
 2) números  
 800, 496, 2  
 Agora que você já encontrou a despesa do mercado, determine o gasto total da semana de Patrícia.  
 b) operação utilizada no subproblema  
 e Divisor  
 c) construção  $(800 - 496) : 2 =$  ✓  
 Resolver:  
 a) principais subproblemas no Paralelo  
 b) cálculo?  
 c) verifique o sinal  
 $(800 - 496) : 2 =$   
 $304 : 2 =$   
 $152$  ✗

Obs. da professora: demonstra nível pouco de abstração, porque utiliza as ações c/ muito detalhe e realizou o cálculo dando preferência as operações a partir da concepção de números naturais, realizando a 1ª e 2ª ação corretamente, na 3ª ação demonstra saber a prioridade no cálculo, mas erra subtração que levou ao na 4ª ação.

interpretar o problema  
 a) interpretar o resultado  
 252 é o valor do mercado  
 b) Resultado significativo  
 252  
 c) responde a pergunta a despesa total 748  
 d) explicar como chegou a solução? ✗  
 $252 + 496 =$   
 $748$

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 35 - Solução nível pouco de abstração do A14 p/ T12 as 4 ações na final

para ele realizar um saque?  
 interpretar  
 a) interpretar resultado ✓  
 ficou com 80 reais  
 b) resultado significativo ✓  
 80  
 c) responder a pergunta  
 R: ele pagou a conta de energia e vai sacar 70 reais ✗  
 Explique como chegou à solução. ✗  
 d) cálculo:  
 $80 - 2 \times 75 =$   
 $80 - 150$   
 $- 70$  ✓

Obs. da professora: fez a 4ª ação c/ muito detalhe interpretando o resultado que estava na tarefa, determinado o resultado significativo, realizando o cálculo "nesse caso" dando preferência as operações a partir da concepção de números inteiros, mas na resposta utiliza o resultado como número positivo, e não explica como chegou a solução.

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Além disso também é possível observar nas Imagens (32, 33, 34, 35) acima, a diferença entre os níveis abstração quando comparadas a solução das tarefas T10 e T12 do aluno A1

representante do grupo com nível médio e aluno A14 representante do grupo com pouca abstração.

Na análise do caráter razoável com utilização da BOA tipo três na resolução de problemas, observa-se que os alunos (A4, A6, A8) apresentaram um caráter pouco razoável por utilizarem mais a ação de compreender e de construir expressão numérica em algumas das tarefas ou nenhuma, exceto o A11 que utilizou o esquema da BOA tipo três na tarefa T10, mas não fez o mesmo na T9. Sendo confirmado com as informações do guia de observação, que o aluno nem sempre utiliza todas as ações por ter dificuldades de lembrar das ações ainda, ficando então classificado com o caráter pouco razoável.

O grupo de alunos (A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15) classificados em caráter médio razoável são os alunos que ainda estão consolidando as quatro ações, utilizando às vezes sim e às vezes não, conforme o caso das tarefas T9 e T10, precisando nas atividades de aula e prova, ainda recorrer ao esquema da BOA ou perguntar dos colegas e professora.

Enquanto os alunos A1 e A5 já têm de cabeça e utilizaram as quatro ações nas duas tarefas T9 e T10, confirmado com as informações do guia, que também registrou está consolidado essa utilização em todas as atividades em sala de aula antes da prova, demonstrando um caráter alto razoável, diferente do grupo anterior que ainda está oxilando na utilização completa do esquema da BOA com todas as ações.

Embora o aluno A5 não tenha obtido a maior pontuação nessas duas tarefas, por ter interpretado errado o cálculo do segundo objetivo na 4.<sup>a</sup> ação, o que não tira o mérito de ter utilizado todas as ações (BOA tipo 3) nas duas tarefas da T9 e T10, além das demais atividades em sala de aula, podendo ser conferido na Imagem 36, a seguir, a solução do aluno A5 para a tarefa T9 e na Imagem 37 a solução para T10.

Imagem 36 - Solução utilizando (BOA 3) do A5 na T9 na Final

Obs. da professora: utilizou sem consulta no esquema as quatro ações (BOA 3) parcialmente detalhada, realizando corretamente a 1ª, 2ª e 3ª ação, errando a 4ª ação ao refazer os cálculos, deixando de interpretar os resultados, embora tenha completado a 4ª ação com o resultado errado.

Qual é o saldo de pontos individual de Flávia e Paulo? E o que esses saldos significam? ✗

Paulo:  $-3 - 6 + 6 + 4 =$       Flávia:  $-4 - 6 + 5 + 1 =$

descobrir o saldo de Flávia e Paulo?

calcule:

Flávia:  $-4 - 6 + 5 + 1 =$       Paulo:  $-3 - 6 + 6 + 4 =$

adica      adica      depois      depois  
depois      depois      subtração      subtração  
subtração      subtração

$-10 + 6 =$        $-9 + 10 =$  ✓

$-4$        $+1$

R: Flávia ficou com  $-4$  e Paulo  $+1$

Agora em outra situação, qual seria o saldo final considerando dessa vez que Paulo e Flávia são parte de uma equipe só? ✗

a equipe ficou com 4 pontos

calcule:  $-3 - 6 + 6 + 4 - 4 - 6 + 5 + 1 =$

~~calcule:~~  $-9 + 10 - 10 + 6 =$

adica e      depois      depois      depois  
depois      depois      subtração      subtração  
subtração      subtração

$-9 + 10 + 6 =$

$-9 + 6 =$

$4$  ✗

Resolvi encontrando o saldo de pontos de Flávia e Paulo fazendo a subtração e adição dos números positivos e negativos, depois respondi que Flávia ficou com  $-4$  e Paulo  $+1$ , depois calculei de novo os pontos de Flávia e Paulo juntos e respondi que a equipe ficou com 4 pontos.

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Imagem 37 - Solução utilizando (BOA 3) do A5 na T10 na Final

Obs. da professora: utilizou sem consulta no esquema as quatro ações (BOA 3) parcialmente detalhada, realizando corretamente a 1ª, 2ª e 3ª ação com números inteiros, errando novamente a 4ª ação ao refazer os cálculos, deixando de interpretar os resultados, embora tenha completado a 4ª ação com o resultado errado.

do mercado de Patrícia em uma semana?

gasto -800 ~~do~~ 2 vezes a conta do supermercado  
gasto -496 sem supermercado  
encontre a despesa do mercado de Patrícia?  
cálculo:  $[(-800) - (-496)] : 2 =$   
na parentese  $[800 + 496] : 2 =$  Resposta: despesa do supermercado é -152 ✓  
 $-304 : 2 =$   
 $-152$  ✓

Agora que você já encontrou a despesa do mercado, determine o gasto total da semana de Patrícia.

cálculo:  $2 \cdot (-152) + (-496) =$   
multiplicação  $-304 - 496 =$  ✗  
 $-800$  ✗

$\begin{array}{r} 152 \\ \times 2 \\ \hline 304 \\ +496 \\ \hline 800 \end{array}$

Resposta: a despesa do supermercado é -800 ✗

Resposta encontrada e gasto de -800 e -496 e despesa calculada a expressão de menos e encontrada -152 valor de supermercado de Patrícia, depois fiz outro cálculo de multiplicação e adição com números negativos e positivos e encontrei -800 despesa da semana.

Fonte: Prova aplicada ao aluno pela pesquisadora

Conforme a observação dos indicadores das ações realizadas nas provas, analisado para classificação do caráter explanado, observa-se na Tabela 23 das qualidades das ações com propriedades primárias e secundárias exibido anteriormente na final que maioria dos alunos (A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) ainda estão escrevendo com alto nível de detalhamento. Sendo exceção apenas os alunos A1 e A5, comparando as tarefas da prova formativa com as tarefas final já apresentam algumas reduções na realizações dos indicadores das ações, demonstrando um caráter médio explanado.

Podendo ser observado a diferença entre os níveis de caráter explando nas próximas Imagens (38, 39), do aluno A1 com a comparação da solução para a tarefa T5 da prova formativa e da solução para a tarefa T12 da prova final, sendo ambas referente à 4.ª ação, em uma comparação do antes e depois.

Imagem 38 - Solução nível alto em detalhamento do A1 para T5 com a 4.ª ação na formativa

INTERPRETAÇÃO DO PROBLEMA? NÃO TEHEI

a) INTERPRETAR O RESULTADO ✓  
 b) DETERMINAR RESULTADO SIGNIFICATIVO ✓  
 c) RESPONDER A PERGUNTA

calculo:  

$$\begin{array}{r} 8000 \text{ L25} \\ -75 \\ \hline 8050 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ \hline 13 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ \hline 50 \end{array}$$

R- TODO dia NO JANGIRO ENTROU 520 IMIGRANTE NO BRASIL

Obs. da professora: escreveu com detalhe os indicadores da 4ª ação, determinou o resultado significativo q/ estava no texto, realizando a divisão corretamente, mas não explicou como chegou a solução.

Fonte: Prova formativa aplicada pela pesquisadora

Imagem 39 - Solução nível médio em detalhamento do A1 p/ T12 com a 4.ª ação na Final

TERMO NUMÉRICO. PRIMEIRO GASTO 800, 2x o gasto necessário ✓  
 SEM A CONTA 496 ✓  
 calculo:  $[(-800) - (-496)] : 2 =$   
 $[ -800 + 496 ] : 2 =$   
 $-304 : 2 =$   
 $-150$

RESPOSTA!  
 O valor do mercado é -150 ✗

Obs. da professora: o aluno realizou a 1ª e 2ª ação reduzindo alguns indicadores e corretamente, mas errou na divisão indicador essencial da 3ª ação, que por consequência levou ao erro da 4ª ação.

Fonte: Prova final aplicada pela pesquisadora

No caráter assimilado das ações e operações aritméticas com números inteiros conforme as informações do guia de observação das aulas e prova, observa-se que os alunos A1 e A5 já apresentam um médio nível de assimilação tanto com as ações, quanto com identificação e resolução das operações aritméticas com números inteiros, sendo os únicos alunos que utilizaram as concepções de números inteiros em todas as tarefas tanto para construir a

expressão numérica como também para resolver as operações aritméticas, lembrando que as tarefas T10 e T12 poderiam também ser resolvidas a partir das concepções de operações aritméticas com números naturais e inteiros, porém, assim como nas atitudes das aulas anteriores a prova, ambos deram preferência às operações aritméticas com números inteiros, além de demonstrarem mais independência nas realizações das tarefas.

Diferente da maioria dos alunos que ainda dão preferência às operações aritméticas a partir das concepções de números naturais, utilizando os inteiros somente quando não tem opções, sendo o caso dos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15) que apresentaram pouco nível de assimilação, solicitando ainda com bastante frequência ajuda do professor ou de colegas para lembrar como realizar as operações aritméticas com números inteiros, embora alguns já consultem menos os esquemas da BOA para realizar as tarefas, demonstrando precisarem de mais tempo para consolidar as operações aritméticas a partir das concepções de números inteiros.

Ficando os alunos classificados nas etapas mentais conforme na próxima Tabela 24 ao final da sequência didática de Atividade Situações Problemas envolvendo as quatro operações aritméticas com números inteiros.

Tabela 24 - Etapas mentais que os alunos chegaram no final (SD)

CLASSIFICAÇÃO DOS ALUNOS POR ETAPAS MENTAIS		
CARACTERÍSTICAS DAS ETAPAS MENTAIS CONFORME O QUADRO 11.	ALUNOS	TOTAL
<p>1.<sup>a</sup> Etapa - Material/Perceptiva</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Pouco nível do caráter razoável, abstrato e consciente.</li> <li>✓ Alto nível de detalhamento</li> <li>✓ Pouco nível de assimilação e independência.</li> </ul>	A4, A6, A8, A11	04
<p>2.<sup>a</sup> Etapa - Material/Perceptiva</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Médio nível do caráter razoável e consciente; c/ pouco nível no caráter abstrato.</li> </ul>	A2, A3, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15	09

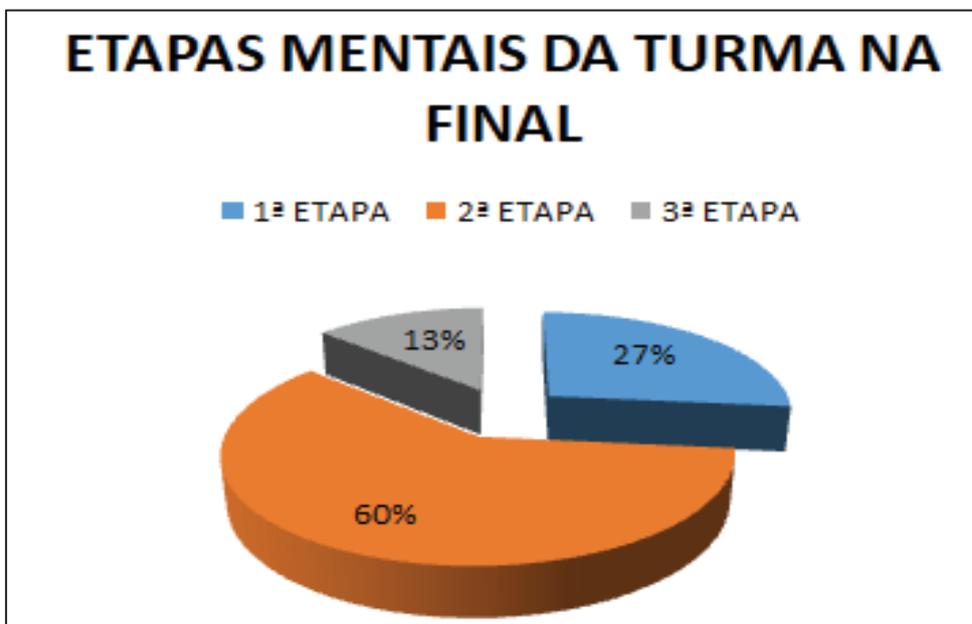
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Alto nível de detalhamento</li> <li>✓ Pouco nível de assimilação e independência</li> </ul>		
<p style="text-align: center;">3.<sup>a</sup> Etapa - Verbal externa</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Alto nível do caráter razoável e consciente.</li> <li>✓ Médio nível no caráter abstrato.</li> <li>✓ Médio nível de detalhamento.</li> <li>✓ Médio nível de assimilação e independência.</li> </ul>	A1, A5	02

Fonte: Provas e guia de observação da pesquisadora

Na Tabela 24 acima observa-se que a maioria dos alunos ainda se encontram na 2.<sup>a</sup> etapa mental, com exceção dos alunos A1 e A5 que ficaram classificados na 3.<sup>a</sup> etapa ao final da Sequência Didática apesar de anteriormente estarem segundo a classificação da prova formativa na 1.<sup>a</sup> etapa. Entretanto é relevante ressaltar que a participação dos alunos A1 e A5 sem faltar nenhum dia nas aulas no horário normal e nem no horário oposto para o reforço contribuíram positivamente para esses avanços, assim como o esforço do aluno A13 que avançou na 1.<sup>a</sup> etapa para 2.<sup>a</sup> etapa.

Enquanto outros alunos (A4, A6, A8, A11) desistiram do reforço ou nem foram por falta de autorização dos responsáveis ou motivos particulares, além de sucessivas faltas no horário de aula normal, regredindo esses alunos para 1.<sup>a</sup> etapa, ou ainda o caso do aluno A11 que permaneceu na 1.<sup>a</sup> etapa, conforme as classificações realizadas na formativa e final.

Imagem 40 - Gráfico por etapas mentais na final



Fonte: Banco de dados da pesquisadora

Analisando o gráfico na imagem 40 acima, é possível observar uma turma mais heterôgena no que se refere às etapas mentais, confirmando que a maioria dessa turma precisaria de mais tempo de experiência com atividade de situações problemas para avançar na zona de desenvolvimento proximal para etapa verbal externa, com tempos diferentes entre os alunos, considerando que os alunos (A1 e A5) já se encontram nessa etapa e poderiam avançar para 4.<sup>a</sup> etapa. Ratificando que cada turma e alunos possui seu próprio nível de partida e de desenvolvimento na zona proximal, sendo fundamental manter o acompanhando da direção cíclica do ensino para o sucesso da aprendizagem por etapas mentais.

#### **4.13 CONTRIBUIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM INTEIROS NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS**

Nessa perspectiva, o objetivo da prova pós-teste foi verificar a aprendizagem dos alunos sobre as atividades de situações problemas envolvendo as quatro operações aritméticas com números inteiros a partir das ações da ASP, analisando se houve avanços ou queda nos desempenhos quantitativos dos alunos desde da aplicação da prova final. Sendo a prova pós-teste aplicada após o recesso escolar em julho de 2018, depois de três meses do término da intervenção com a sequência didática, sendo os resultados desta, descritos e depois comparados

com os resultados das demais provas para determinar a contribuição da Sequência Didática como Produto a partir das análises quantitativas com as ações da ASP realizadas pelos alunos.

#### 4.13.1 Resultados da prova pós-teste

Tabela 25 - desempenhos por indicadores dos alunos na T13

Tarefa T13 – Pós-teste																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	b) estudou os dados e suas condições.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	c) reconheceu os objetivos do problema.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	Total	5	5	5	5	5	2	5	2	5	5	1	5	5	5	5
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	c) construiu as expressões numéricas corretamente	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	s	s
	Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5	5	5	5
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	s	s	s	s	s	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	n	s	s	s	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	s	s	n	n	s	n	s	n	s	s	n	s	n	n	s
	Total	5	5	4	4	5	2	5	1	5	5	1	5	4	4	5
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	s	s	n	n	n	n	n	n	s	n	n	s	n	n	s
	d) explicou como chegou à solução do problema.	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	5	4	1	1	1	1	1	1	1	4	1	1	4	1	1

Fonte: provas pós-teste aplicadas aos alunos

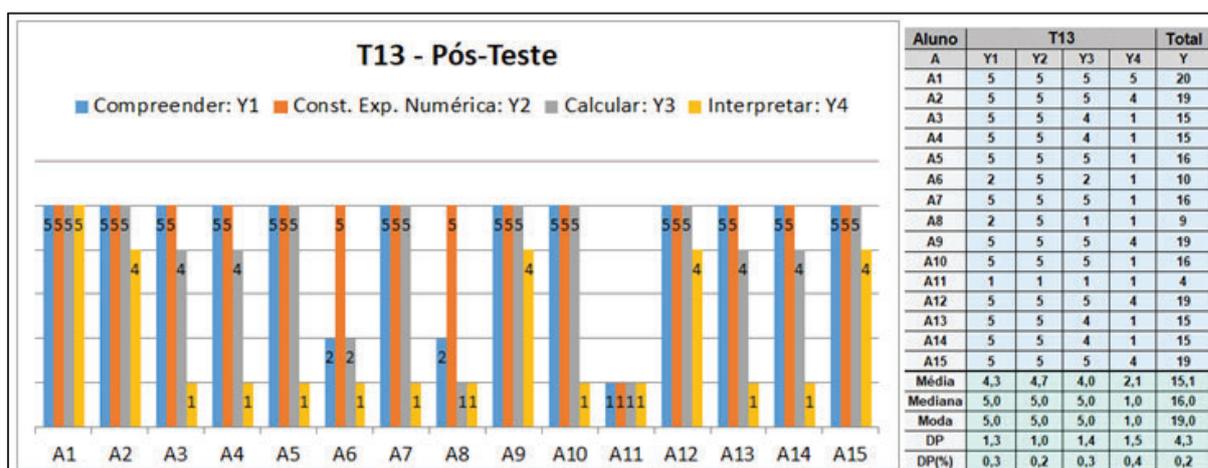
Conforme os procedimentos relacionados às quatro ações da ASP a tarefa T13, exibido na Tabela 25 acima, se observa que os alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A10, A12, A13, A14, A15) compreenderam o problema, realizando com sucesso todos os indicadores da 1.<sup>a</sup> ação; enquanto os alunos (A3, A4, A15) compreendem parcialmente o problema, por deixarem de demonstrar corretamente o reconhecimento do primeiro objetivo da tarefa; assim como o aluno A11 que não realizou nenhum dos indicadores corretamente, demonstrando não ter compreendido a tarefa.

Conforme Tabela 25 acima referente à T13, observa-se que apenas o aluno A11 não realizou todos os procedimentos corretamente da 2.<sup>a</sup> ação; o contrário dos alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A12, A13, A14, A15) que realizaram todos os procedimentos com sucesso, construindo uma expressão numérica para o primeiro objetivo. Seguindo com sucesso 3.<sup>a</sup> ação, os alunos (A1, A2, A5, A7, A10, A12, A15) que realizaram todos os indicadores de procedimentos corretamente, exceto os alunos (A3, A4, A13, A14) que realizaram dois procedimentos corretamente, inclusive, de resolver a expressão numérica corretamente, mas deixaram de confirmar a verificação do resultado em positivo ou negativo; já o aluno A6 apesar de demonstrar o reconhecimento das prioridades na sequência dos cálculos, erra os resultados, assim como o aluno A8 e A11 que não realizaram nenhum dos procedimentos corretamente nessa ação.

Diferente da 1.<sup>a</sup> ação em que a maioria dos alunos demonstrou compreender o problema, na 4.<sup>a</sup> ação o número de alunos que realizaram a interpretação, conforme os procedimentos na Tabela 25 exibida acima, foram menores, ou seja, a minoria; sendo parte desse grupo os alunos (A1, A9, A12, A15) entre os quais apenas o aluno A1 completa a ação explicando como chegou à solução; infelizmente, os alunos (A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10, A11, A13, A14) não realizaram os procedimentos com sucesso, por apresentarem erros na realização dos indicadores de interpretação da solução, mesmo tendo alguns desses alunos se destacado nas demais ações.

Implicando nos desempenhos no gráfico da Imagem 41 a seguir, que os alunos (A1, A2, A9, A12, A15, A5, A7, A10) demonstraram compreender o problema, extraído do texto que a dívida do mercado seria dividida em partes iguais entre os quatro sócios João, Marcos, Alfredo e Ryandra, tendo, assim, o objetivo de determinar quanto ainda faltava para cada sócio pagar ao banco do Brasil, considerando a condição que o João já adiantara R\$ 5.000,00 reais de sua parte.

Imagem 41 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos T13



Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

O grupo (A1, A2, A9, A12, A15, A5, A7, A10) continuou com a resolução da 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica para resolver o primeiro objetivo, determinando corretamente os termos numéricos e operações aritméticas de divisão e subtração a ser utilizado, tal como na divisão de  $36000 : 4 = ?$  ou  $-36000 : 4 = ?$  Para encontrar, primeiramente, a parte dos demais sócios e/ou de  $36000 : 4 - 5000 = ?$  ou  $-36000 : 4 + 5000 = ?$  para encontrar a parte de João. Bem como realizar em seguida de acordo com a 3.<sup>a</sup> ação os cálculos priorizando a divisão, de modo a encontrar os resultados de 9000 ou -9000 para três sócios e com a divisão e subtração 4000 ou -4000 para um dos sócios.

No entanto, em relação à 4.<sup>a</sup> ação de interpretar à solução, somente os alunos A1, A3, A4, A13, A14 demonstraram de maneira correta a interpretação dos resultados em função do primeiro objetivo, respondendo que cada um dos três sócios terá que contribuir ainda com 9000 ou -9000 e apenas João com 4000 ou -4000 devido ao adiantamento, refazendo, em seguida, os cálculos com  $36000 : 3 = ?$ ;  $-36000 : 3 = ?$  e/ou  $36000 : 3 - 5000 = ?$ ;  $-36000 : 3 + 5000 = ?$  para resolver o segundo objetivo de encontrar o novo valor que cada um iria pagar da dívida considerando em uma nova situação apenas três sócios João, Ryandra e Marcos, respondendo, então, que o valor da dívida de cada um seria de: 7000 para João, 12000 para Ryandra e 12000 para Marcos, sendo, então, necessário para completar a 4.<sup>a</sup> ação a explicação por escrito de como chegou à solução do problema, indicador operacional realizado somente pelo o aluno A1.

Segundo as justificativas contidas nas autoavaliações dos alunos A2, A9, A12, AA15, a ausência da explicação foi devida à falta de atenção ou tempo, já os alunos A5, A7, A10 que não realizaram corretamente a 4.<sup>a</sup> ação, os erros foram atribuídos à falta de atenção, dificuldades de refazer os cálculos e dificuldade de interpretar o segundo objetivo.

O segundo grupo dos alunos A3, A4, A13, A14 de acordo com a pontuação no gráfico da Imagem 41 acima, demonstraram compreender o problema extraindo do texto que a dívida do mercado seria dividida em partes iguais entre os quatro sócios, identificando o objetivo de determinar quanto faltava para cada sócio pagar ao banco do Brasil, considerando a condição que o João já adiantara R\$ 5.000,00 reais de sua parte. Construindo as expressões numéricas de acordo com a 2.<sup>a</sup> ação, determinando, corretamente, os termos numéricos e operações aritméticas a serem utilizadas, em  $-36000 : 4 = ?$  Para determinar a parte de três sócios e de  $-36000 : 4 + 5000 = ?$  Para encontrar a parte de João.

Os alunos (A3, A4, A13, A14) resolveram de acordo com a 3.<sup>a</sup> ação os cálculos com a prioridade da divisão, encontrando os resultados de 9000 para três sócios e 4000 para o sócio João após a subtração dos R\$ 5.000,00 adiantado conforme as informações na tarefa, porém deixaram de indicar o sinal negativo que acompanharia os resultados. Na 4.<sup>a</sup> ação esses mesmos alunos apresentaram erros na interpretação dos resultados e reformulação dos cálculos para resolver o segundo objetivo. De acordo com a autoavaliação, os erros foram atribuídos à falta de atenção e dificuldades com os cálculos envolvendo números negativos e positivos em uma mesma expressão.

Através do gráfico na imagem 41 exibida anteriormente, observou-se que os alunos A6 e A8 apresentaram um desempenho de 5 pontos na 2.<sup>a</sup> ação de construção da expressão numérica, bem melhor do que na compreensão do problema com um desempenho de 2 pontos, por extraírem que a dívida do mercado seria dividido em partes iguais entre os quatro sócios João, Marcos, Alfredo e Ryandra, considerando a condição que o João já adiantara R\$ 5.000,00 reais de sua parte, mas deixando de determinar ou identificar o objetivo da tarefa nas anotações; construindo com sucesso as expressões numéricas de  $36000 : 4 = ?$  e  $36000 : 4 - 5000 = ?$  na 2.<sup>a</sup> ação, envolvendo corretamente os termos numéricos e operações aritmética que deveria ser utilizadas nos cálculos.

Entretanto, na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica o aluno A6 apesar de realizar os cálculos priorizando a divisão apresentou erros de cálculos nos resultados assim como o aluno A8, respondendo ao segundo objetivo com esses resultados ao invés do primeiro objetivo, demonstrando desse modo, dificuldade na realização da 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, além de não refazerem os cálculos para o segundo objetivo. O aluno A11 apresentou o menor desempenho da amostra por não conseguir realizar nenhuma das ações corretamente. Na autoavaliação, os alunos justificaram que seus erros estão relacionados: a falta de atenção, às dificuldades em realizar os cálculos com a divisão e dificuldades de interpretar problemas.

Através dessa tarefa, foi possível observar que a maioria dos alunos ainda utilizaram os números negativos para representar a dívida, demonstrando que apesar de ter se passado dois meses ainda se lembram do conteúdo estudado; enquanto, outros ainda preferiam utilizar a linguagem de números naturais.

Entretanto a amostra de alunos apresentaram um desempenho satisfatório na tarefa T13, classificada como uma tarefa de nível alto em dificuldade, com uma média de 4,3 na 1.<sup>a</sup> ação de compreender, de 4,7 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica, de 4,0 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, e de 2,1 na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, tendo as quatro ações uma variação em torno da média próximo de zero, informações conferidas na tabela da Imagem 41 anterior.

Nos procedimentos da tarefa T14 exibido na Tabela 26 a seguir, relacionado às quatro ações da ASP, observa-se que os alunos (A1, A5, A6, A7, A10, A13, A14) compreenderam o problema, pois realizaram com sucesso todos os indicadores da 1.<sup>a</sup> ação, exceto A6 que escreveu as condições diferentes do que estava na tarefa; enquanto os alunos (A3, A4, A15) realizaram um ou dois indicadores, deixando de reconhecer corretamente o objetivo do problema, indicando, assim, uma compreensão parcial do problema; um pouco diferente dos alunos (A2, A8, A9, A12) conforme os procedimentos realizados não compreenderam o problema.

Os alunos (A1, A3, A5, A7, A14) na 2.<sup>a</sup> ação de construir a expressão numérica realizaram todos indicadores corretamente da tarefa T14; enquanto, os alunos (A10, A11, A13, A15) apesar de terem realizado um ou dois procedimentos corretamente não conseguiram construir a expressão numérica para o primeiro objetivo; e os alunos (A2, A4, A6, A8, A9, A12) não realizaram corretamente nenhum dos procedimentos de construção da expressão numérica.

Tabela 26 - Desempenho por indicadores das ações dos alunos na T14

Tarefa T14 – Pós-teste																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
1A	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.	s	n	s	s	s	s	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	b) estudou os dados e suas condições.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	c) reconheceu os objetivos do problema.	s	n	n	n	s	s	s	n	n	s	s	n	s	s	n
	Total	5	1	2	2	5	4	5	1	1	5	5	1	5	5	2
2A	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	s	s	n	s	s	s
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.	s	n	s	n	s	n	s	n	n	n	s	n	s	s	n
	c) construiu as expressões numéricas corretamente	s	n	s	n	s	n	s	n	n	n	n	n	n	s	n
	Total	5	1	5	1	5	1	5	1	1	2	2	1	2	5	2
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	n	n	n	s	n	s	n	n	n	s	n	s	s	n
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	n	n	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	s	n	n
	Total	2	1	1	1	5	1	2	1	1	1	4	1	5	2	1
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	s	n	s	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	Total	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4	1	4	1	1

Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

Entretanto conforme os procedimentos na Tabela 26 acima, os alunos (A5, A11, A13) responderam a expressão numérica corretamente, deixando o A11 apenas de confirmar o resultado em positivo ou negativo; já os alunos (A1, A7, A14) mesmo demonstrando as prioridades na sequência de seus cálculos não encontraram os resultados satisfatório para resolver o primeiro problema, como a maioria dos alunos (A2, A3, A4, A6, A8, A9, A10, A12, A15) que apesar das tentativas não realizaram os procedimentos dessa ação corretamente. Conseguindo fazer a interpretação da solução, a 4.ª ação, somente os alunos A11 e A13, deixando apenas de explicar como chegaram à solução; enquanto os demais alunos, conforme os indicadores de procedimentos exibido na Tabela 26 abaixo, preenchidos com a variável “n”, não conseguiram continuar de maneira correta interpretar a solução do problema.

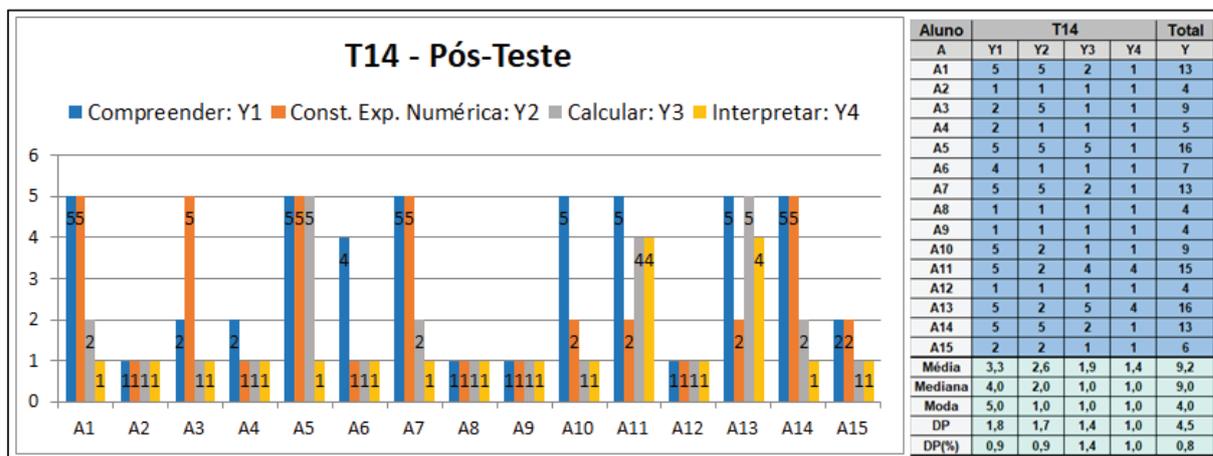
No aspecto quantitativo, de acordo com o gráfico na Imagem 42 a seguir da tarefa, observa-se que os alunos A1, A5, A7, A14 demonstraram compreender o problema, extraindo todas as despesas de Poliana de 12 reais na padaria, de 29 reais na farmácia, de 287 reais no supermercado, de 12 reais com lanche, de 30 reais com gasolina e de 11 reais com a revista, e também o recebimento de 130 reais de sua amiga, considerando que Poliana levava em sua carteira 425 reais, reconhecendo que o primeiro objetivo era encontrar a quantia que sobrara na carteira de Poliana.

Na 2.<sup>a</sup> ação, os alunos (A1, A5, A7, A14) apresentaram a construção de expressões numéricas envolvendo adição de números inteiros positivos e negativos, por exemplo, de  $+425 -12 -29 -287 -12 -30 -11 +130=?$  Resolvendo na 3.<sup>a</sup> ação as expressões numéricas construídas, com as seqüências de cálculos envolvendo as operações de adição e subtração dos módulos, todavia apesar dos cálculos somente o aluno A5 encontra o resultado de 174 que não utilizou.

Vale destacar que este grupo não realizou a 4.<sup>a</sup> ação, a qual deveria ser realizada com interpretação do resultado que sobrara ainda na carteira de Poliana 174 reais, que também deveria ser utilizado para refazer o cálculo, por exemplo, envolvendo  $+174 -254=$  resolvendo assim, o segundo objetivo de determinar o saldo bancário de Poliana depois de efetuar o depósito em sua conta bancária toda a quantia que lhe sobrara na carteira considerando que o saldo no bando estava negativo em 254 reais. De acordo com as justificativas dos alunos (A1, A5, A7, A14) os erros estão relacionados à falta de atenção e dificuldades de interpretar o problema.

Em relação aos alunos A10, A11, A13 conforme o desempenho no gráfico da Imagem 42 a seguir, observou-se que compreenderam o problema por extraírem as despesas de Poliana de 12 reais na padaria, de 29 reais na farmácia, de 287 reais no supermercado, de 12 reais com lanche, de 30 reais com gasolina e de 11 reais com a revista, e também do recebimento de 130 reais de sua amiga, considerando que Poliana levava em sua carteira 425 reais, reconhecendo que o primeiro objetivo era encontrar a quantia que sobrara na carteira de Poliana.

Imagem 42 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T14



Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

No entanto, os alunos (A10, A11, A13) na 2.<sup>a</sup> ação apesar de determinar corretamente os termos numéricos ou operações de adição e subtração não construíram as expressões numéricas. Preferindo na 3.<sup>a</sup> ação realizar os cálculos de maneira soltas, encontrando dessa maneira o resultado de 174 somente os alunos A11 e A13; já o aluno A13 demonstrou realizar a verificação em que o resultado se trata de um número positivo utilizando a frente do número o sinal de +, diferente do aluno A11 que deixou de demonstrar essa verificação com ausência do sinal.

Entretanto, na 4.<sup>a</sup> ação, os alunos A11 e A13 realizaram com sucesso a interpretação do resultado, respondendo que sobraria, ainda na carteira de Poliana, 174 reais, refazendo o cálculo com  $+174 - 254 = ?$  Para encontrar a solução do segundo objetivo, respondendo, então, que o saldo bancário de Poliana depois de efetuar o depósito ainda ficaria negativo em -80 reais, deixando apenas de explicar, por escrito, como chegaram à solução. Por meio da autoavaliação, os mesmos justificaram a ausência da explicação à falta de atenção e o tempo, já o aluno A10 escreveu que suas dificuldades foram com a construção da expressão numérica e com os cálculos de subtração entre os números negativos e positivos.

Ainda de acordo com o desempenho no gráfico da Imagem 42 acima, observou-se que os alunos A3 e A15 deixam a 1.<sup>a</sup> ação de compreender o problema, incompleto, por ausência da demonstração do reconhecimento do primeiro objetivo de encontrar a quantia que sobraria na carteira de Poliana, extraindo apenas que Poliana levava em sua carteira 425 reais e suas

despesas eram de 12 reais na padaria, de 29 reais na farmácia, de 287 reais no supermercado, de 12 reais com lanche, de 30 reais com gasolina e de 11 reais com a revista, e também do recebimento de 130 reais de sua amiga.

Na 2.<sup>a</sup> ação, o aluno A3 realizou a construção da expressão numérica de  $+425 +130 -12 -29 -287 -12 -30 -11=$  corretamente, enquanto o Aluno A15 apenas determinou os termos numéricos a ser utilizado. Contudo na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica e na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, nenhum dos alunos conseguiu realizar com sucesso os indicadores de procedimentos, por apresentarem erros nos cálculos e na interpretação dos resultados. De modo que nas justificativas da autoavaliação os alunos atribuíram os erros à falta de atenção e dificuldades com os cálculos de subtração envolvendo números negativos e positivos, pois segundo o aluno A3 às vezes se esquece de que a subtração entre números positivos e negativos é de módulos, diferente entre números só positivos.

Entre os alunos A2, A4, A6, A8, A9, A12 de acordo com o desempenho no gráfico da Imagem 42 acima, somente os alunos A4 e A6, demonstraram extraírem as despesas de Poliana de 12 reais na padaria, de 29 reais na farmácia, de 287 reais no supermercado, de 12 reais com lanche, de 30 reais com gasolina e de 11 reais com a revista, e também do recebimento de 130 reais de sua amiga, considerando que Poliana levava em sua carteira 425 reais.

Todavia apenas o aluno A6 desse grupo demonstrou com anotações reconhecer que o primeiro objetivo era encontrar a quantia que sobraria na carteira de Poliana, apresentando, conseqüentemente, erros nas demais ações de construção e resolução de expressão numérica e interpretação da solução, sendo incluídos, assim, no grupo com menor desempenho da tarefa T14 com os alunos A2, A8, A9, A12 que não realizaram nenhuma das ações de maneira satisfatória. Segundo as justificativas dos alunos, na autoavaliação, os erros estão associados à falta de atenção, dificuldades nos cálculos de adição e subtração envolvendo muitos números positivos e negativos, bem como dificuldades na interpretação de problemas.

De maneira que a amostra apresentou um desempenho menos satisfatório na tarefa T14, se comparado com os resultados das médias da tarefa T13, sendo assim, na T14 a média do desempenho ficou em: 3,3 na 1.<sup>a</sup> ação de compreender, de 2,6 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica, de 1,9 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica, e menos ainda na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução com 1,4 que podem ser conferido na tabela da Imagem 42 acima,

apesar de ser uma tarefa classificada como nível médio de dificuldades, mas fácil do que a situação da T13.

Na Tabela 27 de desempenho referente à tarefa T15, é possível observar qualitativamente os procedimentos de cálculos feitos pelos os alunos, na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica com modelo pronto, onde os alunos (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A11, A12, A14, A15) resolveram pelo menos uma das expressões numéricas do quadro mágico com sucesso, deixando somente os alunos A7 e A9 de confirmar o resultado em positivo ou negativo, o indicador “c” sem realizar, representado pela variável “n”; enquanto o aluno A10 apenas demonstra reconhecer as prioridades na sequência de cálculos, apresentando erros de cálculos, assim como os alunos (A6, A8, A13) que não realizam nenhum dos indicadores de maneira correta.

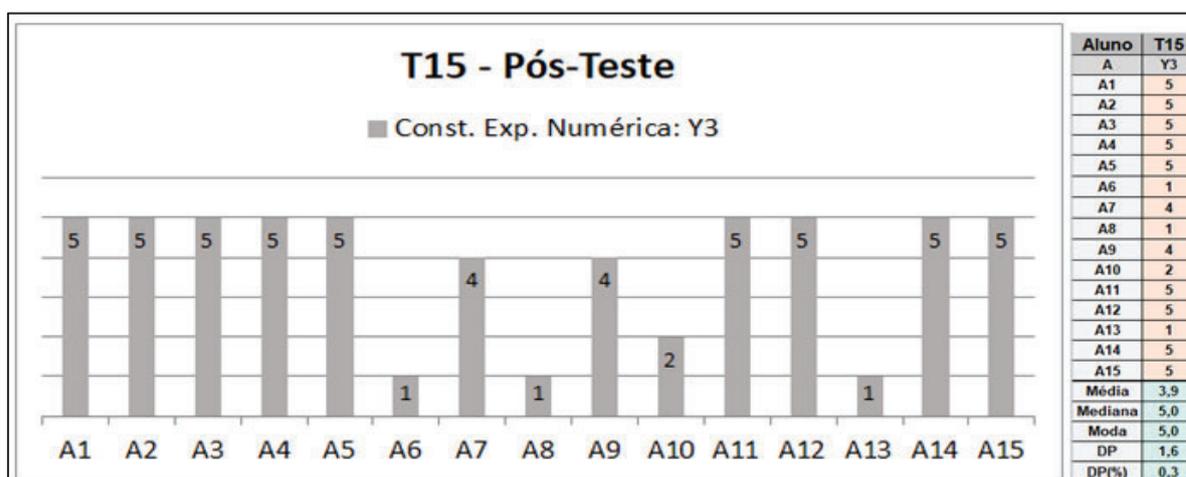
Tabela 27 - Desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T15

Tarefa T15 – Pós-teste																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
3A	a) identificou as prioridades das operações.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	s	s	s	n	s	s
	b) realizou as operações (cálculo) corretamente.	s	s	s	s	s	n	s	n	s	n	s	s	n	s	s
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo.	s	s	s	s	s	n	n	n	n	n	s	s	n	s	s
	Total	5	5	5	5	5	1	4	1	4	2	5	5	1	5	5

Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

Diante dos resultados da tarefa T15 do pós-teste exibido no gráfico da Imagem 43 a seguir, os alunos demonstram mais empolgação, considerando que a maioria queria ser o primeiro a preencher corretamente o quadrado mágico, sendo assim, nove alunos A1, A2, A3, A4, A5, A11, A12, A14, A15 apresentaram um ótimo desempenho de 5 pontos, por realizarem o cálculo de pelo menos uma das expressões numéricas do quadro mágico envolvendo a operação de adição de números inteiros, por exemplo, de  $-6, 1 + (-4) + (-3) = -6$  ou  $-5 + 2 + (-3) = -6$ , demonstrando prioridades nas sequência da realização das operações, confirmando a verificação do sinal do resultado com o uso do símbolo (-) no resultado de -6, diferente dos alunos A7 e A9 que apesar do bom desempenho, com 4 pontos, não confirmaram com a utilização do sinal (-) a verificação se o resultado seria ou não um número negativo.

Imagem 43 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T15



Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

Entretanto, poucos alunos desse grupo (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A9, A11, A12, A14, A15) elaboraram uma situação problema de forma satisfatória. Na justificativa dos alunos A7 e A9, a ausência do sinal foi mesmo falta de atenção, porém, todos justificaram ter dificuldades na elaboração da situação problema, alegando alguns que esqueceram devido à falta de continuidade com esse tipo de atividade no segundo bimestre, por parte da nova professora que realizou um trabalho diferente.

Como se verifica no gráfico da Imagem 43 acima, os alunos (A6, A8, A13), nessa tarefa, apresentaram o menor desempenho, por apresentarem erros de cálculos ou erros na representação dos números positivos e negativos utilizados no quadro mágico, deixando de elaborar a situação problema para uma das expressões numéricas a ser selecionada a partir do preenchimento do quadro mágico. Segundo as justificativas apresentadas na autoavaliação, à tarefa T15 foi muito difícil devida à necessidade de encontrar os números antes de resolver as expressões numéricas, considerando que não tinha tempo suficiente para encontrar esses números inteiros.

Em conformidade com a análise quantitativa da amostra na tarefa T15 um desempenho por média de 3,9 na 3.<sup>a</sup> ação de resolver a expressão numérica com uma variação de 0,3 em torna da média, resultado satisfatório para essa ação, podendo ser conferido na tabela da Imagem 43 acima.

Tabela 28 - Desempenhos por indicadores das ações dos alunos na T16

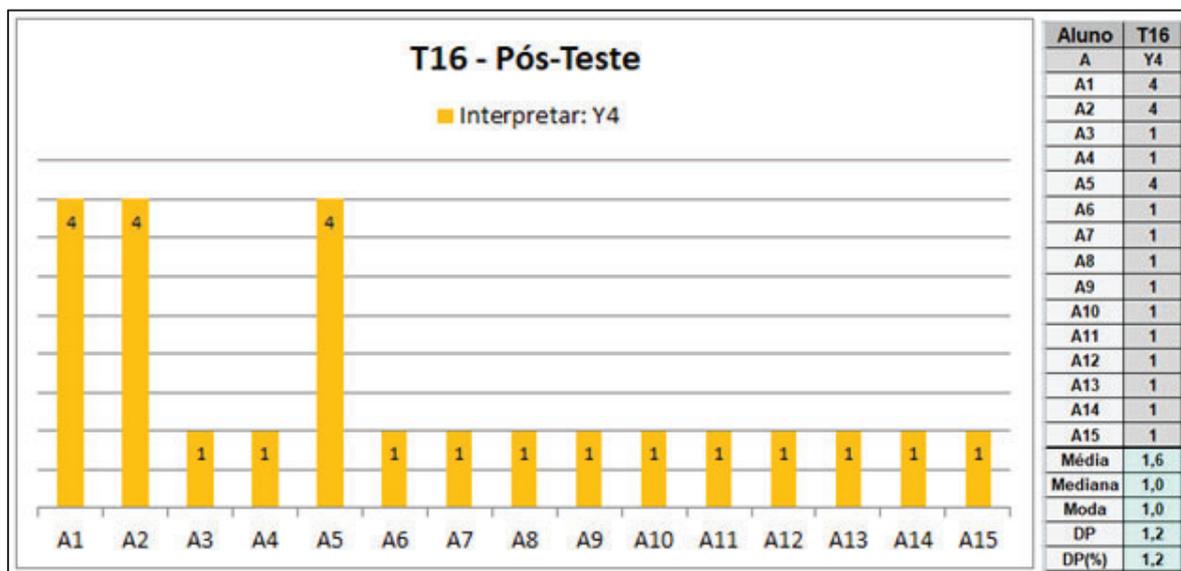
Tarefa T16 – Pós-teste																
Ação	Operações	A01	A02	A03	A04	A05	A06	A07	A08	A09	A10	A11	A12	A13	A14	A15
4A	a) interpretou o resultado em função dos objetivos	s	s	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema	s	s	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	c) respondeu à pergunta do problema corretamente	s	s	n	n	s	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
	d) explicou como chegou à solução do problema.	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
Total		4	4	1	1	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

Na tarefa T16 com os procedimentos exibido na Tabela 28 acima para realizar a 4.<sup>a</sup> ação, é possível observar que somente os alunos (A1, A2, A5) demonstraram ter interpretado a solução do problema, deixando apenas de explicar como chegaram à solução, realizando com sucesso os demais indicadores “a” de interpretar o resultado em função do objetivo, “b” de determinar os resultados significativos, refazendo os cálculos para o segundo objetivo da tarefa, e, assim, realizando o indicador essencial “c” respondendo à pergunta; diferente da maioria dos alunos que não conseguiram realizar os indicadores corretamente, ou seja, não realizaram a interpretação da solução

Nos resultados quantitativos no gráfico da próxima Imagem 44 da tarefa T16, apenas os alunos A1, A2, A5 demonstraram interpretar o resultado -20 como a distância que Matheus poderia ser encontrado na primeira situação, determinando esse como resultado significativo na análise do objetivo, refazendo os cálculos, por exemplo, com  $+10 + 3 - 7 \cdot 2 = -1$  a partir da nova situação, respondendo que Matheus poderia ser encontrado mais perto da superfície na segunda situação do que na primeira, devido -20 metros ser mais profundo, sendo -1 metro mais perto da superfície, deixando a 4.<sup>a</sup> ação incompleta pela ausência da explicação de como chegou à solução. Segundo as justificativas, na autoavaliação, a ausência da explicação foi atribuída à falta de atenção e ao esquecimento da necessidade de realizar esse último procedimento.

Imagem 44 - Gráfico e Tabela de desempenho dos alunos na T16



Fonte: Provas pós-teste aplicadas aos alunos

Os alunos (A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A3, A14, A15) apresentaram o menor desempenho nessa tarefa, ou seja, a maioria, pois não conseguiram refazer os cálculos corretamente e nem responder ao objetivo da tarefa, demonstrando erros de cálculos e confusão na extração dos termos numéricos positivos e negativos da primeira e segunda situação do mergulho de Matheus. Na autoavaliação, os alunos atribuíram os erros a falta de atenção e esquecimento de que abaixo da superfície os números são representados por números negativos.

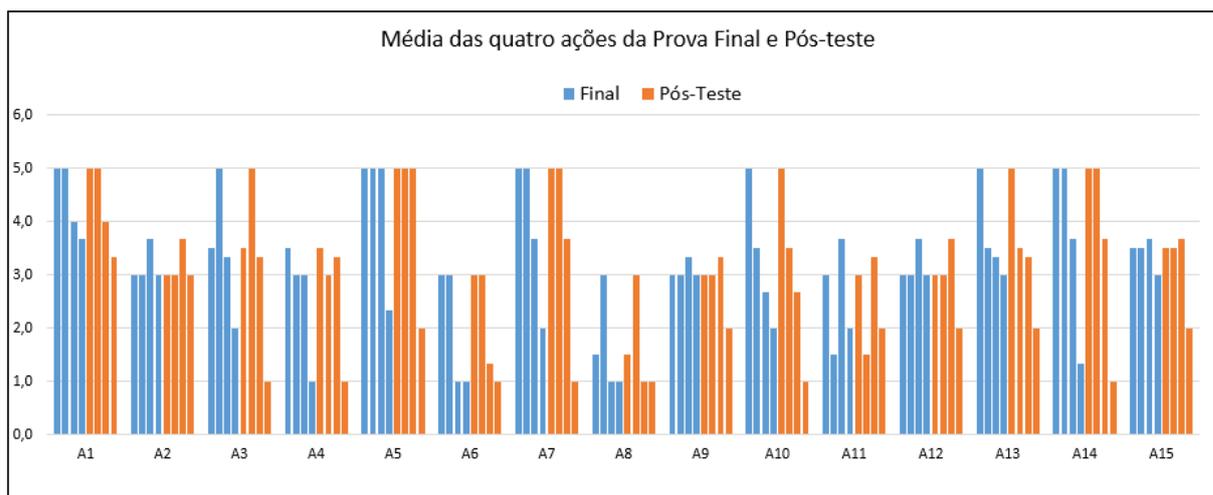
A amostra na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução da tarefa T16 apresentou uma média de 1,6 insatisfatória, exibida na tabela da Imagem 44 acima, sendo uma média próxima da que foi levantada no diagnóstico, indicando declínio no desempenho depois de três meses de encerrada a intervenção em sala de aula com essa turma.

#### 4.13.2 Discussão dos resultados e a contribuição como produto

Observa-se nas médias das ações individuais, de acordo a Imagem 45 a seguir, que não houve muitas mudanças no rendimento dos alunos, considerando uma pequena queda no desempenho de alguns alunos (A1, A3, A5, A9, A12, A13, A14, A15) na 4.<sup>a</sup> ação de interpretar a solução, embora o esperado fosse que os alunos continuassem avançando em todas as ações, mesmo com outras estratégias de ensino. Portanto, resultado positivo no sentido que o

desempenho dos alunos ainda não retroagiu aos resultados anteriores a formação, como no diagnóstico, demonstrando desempenho próximos ou iguais ao apresentado na final.

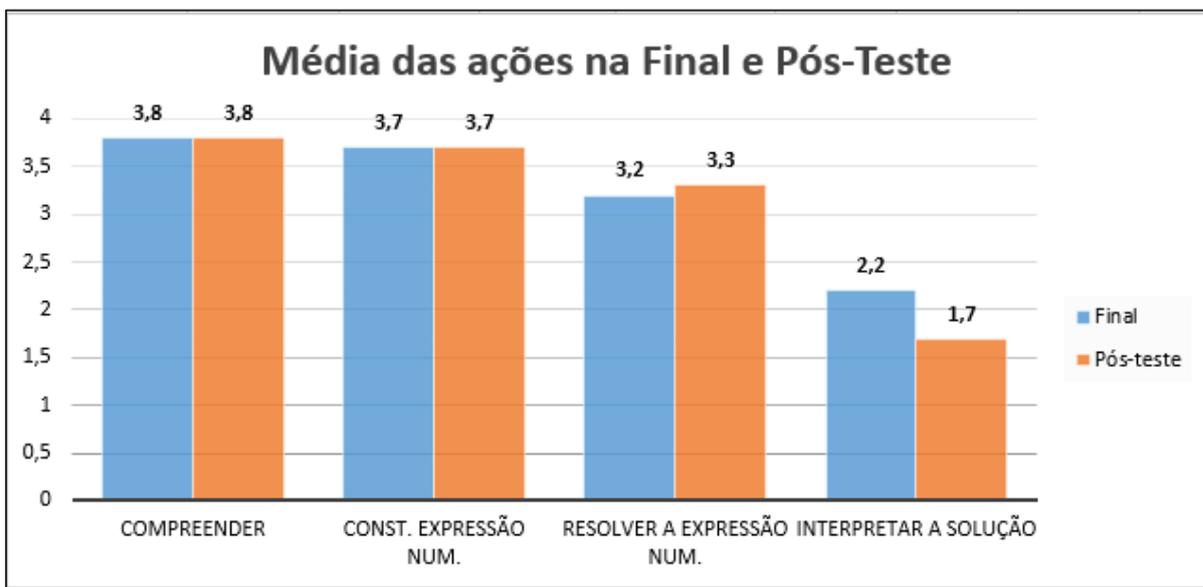
Imagem 45 - Comparativo por aluno nas quatro ações na final e pós-teste.



Fonte: Provas pós-teste e final aplicadas aos alunos

Desempenhos individuais que refletiram nos resultados da amostra por médias de ações da prova pós-teste e prova final, no gráfico exibido na próxima Imagem 46 de comparativo por média das ações entre os resultados da prova final e pós-teste, no qual se verifica que a média da ação de compreender, ainda se mantém em 3,8 assim como a média de 3,7 na 2.<sup>a</sup> ação de construir uma expressão numérica. Indicando que a maioria dos alunos ainda lembram com solidez o que aprenderam com as ações de compreender o problema e construir expressões numéricas com números inteiros, apesar de ter se passado alguns meses da intervenção da estratégia de atividades de situações problemas envolvendo as ações da ASP e operações com números inteiros.

Imagem 46 - Comparativo da amostra (turma) por média das ações na final e pós-teste



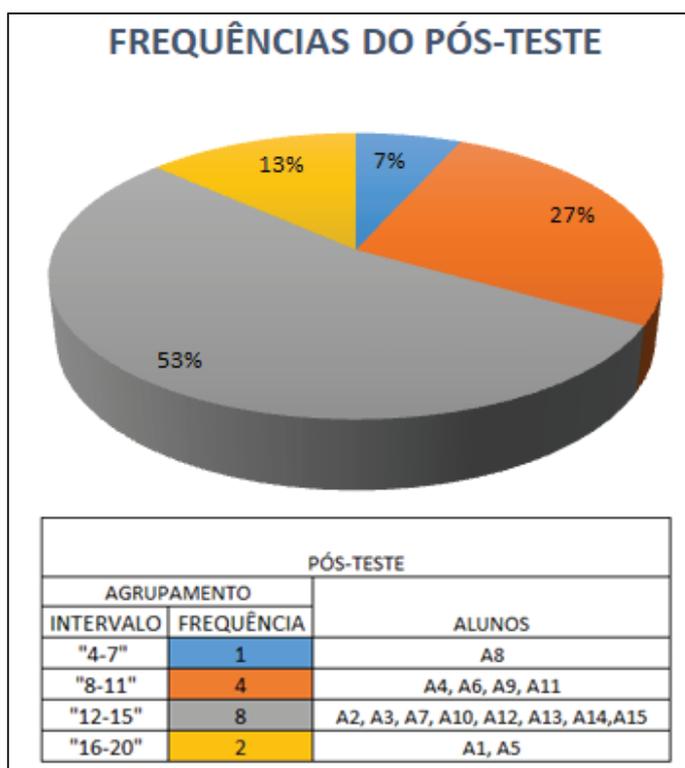
Fonte: Provas pós-teste e final aplicadas aos alunos

Entretanto, no resultado da amostra, segundo o gráfico da Imagem 46 acima, apenas a média da 3.<sup>a</sup> ação de resolver expressão numérica aumentou em um décimo, ficando a média em 3,3 o que não é novidade, considerando que boa parte dos professores priorizam exercícios com expressões numéricas ao invés de resolução de situações problemas. Enquanto que a interpretação de problemas apresentou um declínio de cinco décimos, por não ser utilizado com frequência nas atividades de ensino com resolução de problemas, quando trabalhada em sala de aula, ação de fundamental importância para o desenvolvimento do refletir os resultados encontrados em função dos objetivos e refazer cálculos para um mesmo problema a partir de uma nova situação ou informação.

Na análise de agrupamento do pós-teste, é possível visualizar no gráfico na Imagem 47 a seguir comparado com gráfico de frequência da Imagem 30 frequência por média das ações da avaliação final apresentado, anteriormente, nos resultados da prova final, uma diminuição na porcentagem de frequência de alunos no terceiro nível de desempenho entre 12-15 pontos, com um aumento no segundo nível de desempenho entre 8-11 pontos, o rendimento é menor do que o terceiro, enquanto o primeiro e quarto nível se mantem com a mesma porcentagem de frequência do gráfico da final. Reflexo da mudança do aluno A9 que estava de acordo com os resultados da prova final no terceiro nível, voltando, então, com os resultados da prova pós-

teste para o segundo nível de rendimento, entre 8-11, devido ao declínio significativo no rendimento desse aluno.

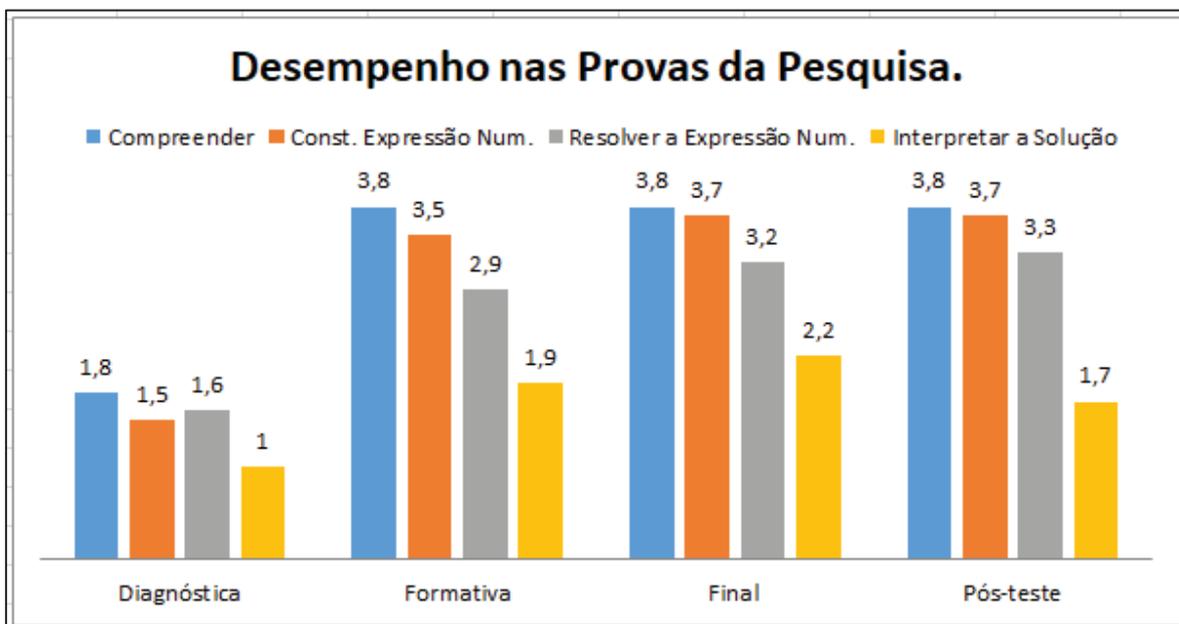
Imagem 47 - Frequência por média das ações Pós-teste



Fonte: Banco de dados da pesquisadora

Já os demais alunos, conforme a tabela na Imagem 47 acima, apesar de alguns apresentarem um pequeno declínio no rendimento segundo o gráfico de médias das ações individuais na Imagem 45 Comparativo entre a prova final e prova pós-teste nas quatro ações anterior, a maioria dos alunos, exceto o A9, permanece no mesmo nível estabelecido anteriormente na final, inclusive os alunos (A8, A4, A6, A11) que permaneceram nos mesmos níveis de rendimento, entre 4-7 e 8-11 pontos.

Imagem 48 - Gráfico da turma por média das ações da ASP em todas provas



Fonte: Banco de provas aplicadas aos alunos pela pesquisadora

Logo, com base em todas as análises realizadas e conforme a evolução no desempenho exibido no gráfico da imagem 48, a amostra de participantes dessa pesquisa em todas as avaliações de lápis e papel, como observado no desempenho do diagnóstico a maioria dos alunos não conseguiram resolver as tarefas, apesar das tentativas por ensaios e erros, devido às dificuldades de compreender, construir uma expressão numérica para resolver situações problemas das tarefas com números naturais, inclusive resolver expressões numéricas já prontas por ainda não saber operar com as operações de subtração, multiplicação e divisão, sendo os resultados ainda mais crítico na interpretação da solução do problema.

Sendo assim, observa-se, em uma análise geral no gráfico da Imagem 48, que a maioria dos alunos, representados em 73% da turma, considerando os alunos no intervalo entre 12-15 e 16-20, avançaram com a intervenção de atividades de situações problemas no desempenho das demais avaliações durante o processo de assimilação formativo, demonstrando estabilidade no nível de compreensão das situações problemas a partir da avaliação formativa e progressivo melhoramento no desempenho das ações de construção de expressão numérica, resolver expressão numérica e interpretação da solução até a avaliação final, apresentando declínio de

décimos apenas na 4.<sup>a</sup> ação de interpretação na avaliação pós-teste realizada depois de alguns meses de finalizada a intervenção.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante dos dados quantitativo e qualitativo já apresentados das ações da ASP, acreditamos que a Sequência Didática desenvolvida durante essa pesquisa e intervenção também pode proporcionar contribuições de estratégias inovadoras de ensino para professores e de aprendizagem para alunos, no estudo com números inteiros envolvendo as quatro operações aritméticas, a ser desenvolvido a partir do nível de partida dos alunos dentro da zona de desenvolvimento proximal. Possibilitando aos alunos se desenvolver cognitivamente em um processo de assimilação por etapas mentais, em uma transformação mutua e independente na medida que o conceito de números inteiros e as ações externa vão se tornando interna durante o ensino problematizar.

Vale ressaltar que o estudo de um novo conteúdo precisa partir do conhecimento prévio do aluno, ou seja, pelo nível de partida de forma a estabelecer uma zona de desenvolvimento proximal, levando esse ao nível potencial através da resolução de problemas por meio de uma mediação ou orientação do professor.

Como se sabe ainda, a motivação nesse processo é a mola propulsora de busca e investigação do aluno para resolver as situações problemas propostas nas tarefas. Sendo assim, o desenvolvimento e produção de conhecimento se dá no domínio da interação histórico-cultural, em atividades em grupos, na dinâmica da relação do aluno com outras pessoas e o mundo, que precisam ser representadas em atitudes, indo além dos discursos vazios.

Além disso nesse processo de ensino é possível que o professor visualize e acompanhe todo o percurso de desenvolvimento do aluno durante a direção de cíclica, iniciado a partir do conhecimento prévio que o aluno apresenta envolvendo números naturais de maneira individualizada e coletiva, antes de iniciar o conteúdo com inteiros. Permitindo ao professor avaliar avanços e corrigir erros durante o processo de assimilação, organizado por etapas mentais através da estratégia metodológica de resolução de problemas estruturado nas atividades de situações problemas (ASP) e base orientadora da ação (BOA).

Diante disso, a presente pesquisa realizada com fundamentos nas teorias de formação por etapas das ações mentais de Galperin, a direção de atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov, através Atividade de Situações Problema com números inteiros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, mostrou uma estratégia inovadora no processo de ensino e aprendizagem, considerando o aluno o protagonista no processo e o professor um mediador do conhecimento.

Uma vez que as teorias envolvidas possibilitaram a busca de entendimento do problema docente e das dificuldades dos alunos, na transformação desse no processo de assimilação por etapas mentais, na zona de desenvolvimento proximal, iniciada a partir da reflexão crítica, levando a autoconsciência das ações, operando e resolvendo problemas para ativar conceitos de números inteiros em estruturas cognitivas, como visto, aumentou o nível de conhecimento dos alunos, diagnosticado insuficientes no primeiro momento da pesquisa para estudar os números negativos.

Consequentemente, a maioria dos alunos chegou ao final da Sequência Didática a 2.<sup>a</sup> Etapa Material/Perceptiva, demonstrando nas qualidades das ações: médio nível no caráter razoável e consciente, pouco nível no caráter abstrato e assimilado, e alto nível de detalhamento e pouco nível de independência nas realizações das ações durante as tarefas. Ressaltando que a maioria dessa turma precisaria de mais tempo de experiência com atividade de situações problemas desenvolvendo a habilidade de explicar a solução das tarefas para avançar na zona de desenvolvimento proximal para próxima Etapa Verbal Externa, com tempos diferentes entre os alunos.

De fato, para garantir uma educação de qualidade é necessário reconhecermos que a mudança precisa acontecer como uma luta real e potencial integrando teoria e prática de ensino e aprendizagem, para resgatar os alunos que não estão aprendendo a pensar e resolver problemas em matemática, principalmente, nas escolas públicas.

No entanto, a mudança implica na qualidade do ensino e em novas atitudes, onde os professores de matemática não podem mais treinar pessoas para somente repetir procedimentos desvinculados da realidade ou necessidade do aluno. Partindo dessa perspectiva, buscou-se ampliar e melhorar a prática do professor para o ensino da matemática a partir da teoria de

Galperin, conhecida como: teoria da assimilação por etapas mentais, com o intuito de nortear as estratégias e atividades no ensino da matemática.

E para compartilhar essa estratégia inovadora vivenciada nessa pesquisa, organizamos como produto uma sequência didática com a proposta de ensinar as operações aritméticas com números inteiros por formação de etapas mentais, de modo a contribuir com as mudanças de práticas de ensino tradicional na disciplina de matemática, resgatando a vontade de aprender matemática pelas necessidades de ser resolver problemas, fazendo com que os alunos vivenciem a matemática como conhecimento para vida.

Portanto, acreditamos que a teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais de Galperin, a Direção de Atividade de Estudo de Talízina e Ensino Problematizador de Majmutov ainda têm muito a contribuir com a qualidade de ensino e aprendizagem, precisando de mais pesquisas na sistematização de instrumentos que facilitem os professores utilizarem e determinarem as Etapas Mentais considerando a zona de desenvolvimento proximal e ensino problematizador.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 16 julho. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. PCN: Orientações curriculares para matemática e suas tecnologias - Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 10 julho. 2017.

CANDAL, Denise. **Fundamentos da Matemática**. 1.<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Editora Copyright SESES, 2015.

CARVALHO, Neri Terezinha Both. GIMENEZ, Carmen Suzane Comitre. **Fundamentos de Matemática I**. 2.<sup>a</sup> ed. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2009. 207 p.

CHEPTULIN, Alexandre. **A Dialética Matemática. Categorias e Leis da Dialética**. Tradução Leda Rita Cintra Ferraz. São Paulo: Editora Alfa-Omega, 1982.

CHIRONE, Adriana Regina da Rocha. **A Aprendizagem de Equações do 1º Grau a partir da atividade de situações problema como Metodologia de Ensino, Fundamentado na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e Conceitos de Galperin**. 2016. Dissertação - Universidade Estadual de Roraima. Disponível < <https://w3.dmat.ufr.br/hector/DissertacaoAdriana.pdf> >. Acessado 05/06/2017.

CHINAZZO, Suzana Salete Raymundo. **Epistemologia das Ciências Sociais**. Curitiba: InterSaberes, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática**. 2.<sup>a</sup> ed. São Paulo: Ática, 2015.

KMETEUK FILHO, Osmir. SÍLVIO, Fávaro. **Noções de Lógica e Matemática Básica**. 1.<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2005.

MAJMUTOV, Mirza I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y Educación, 1983.

MENDOZA, Héctor José Garcia. **Estudio Del Efecto Del Sistema de Acciones Em El Proceso Del Aprendizaje De Los Alumnos En La Actividad De Situaciones Problema En Matemática En La Asignatura De Álgebra Lineal**, En El Contexto de La Facultad Actual De La Amazonia 2009. Tese (Doutorado em Psicopedagogia) - Universidad de Jaén (UJAEN), Espanha, 2009.

MENDOZA, Héctor José García. DELGADO, Oscar Tintorer. Artigo: **Sistema de ações para melhorar o desempenho dos alunos na atividade de situações problema em matemática**. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM 50 50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática – Recife: 26-30 junho, 2011. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MENDOZA, H. J. G.; TINTORER, O. **A contribuição do ensino problematizador de Majmutov na formação por etapas das ações mentais de Galperin**. OBUCHENIE: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica da Universidade Federal de Uberlândia. < <https://w3.dmat.ufrr.br/hector/ArtigoDidaticaMajmutovGalperin.pdf> > Acessado 05/06/2017.

MORI, Iracema. ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática: ideias e desafios**, 7ª ano. 17 edição. São Paulo: Saraiva, 2012.

NÚÑEZ, Isaura Beltrán. RAMALHO, Betania Leite. **A Teoria de P. YA. Galperin como Fundamento para a Formação de Habilidades Gerais nas Aulas de Química**. Revista Debate em Ensino de Química – REDEQUIM, V.1, nº 1, outubro de 2015.

NÚÑEZ, I. B. Vygostky, Leontiev e Galperin. **Formação de conceitos e princípios didáticos**. 1.ª ed. Brasília: Liber Livro Editora Ltda, 2009. v. 01. 216p.

OLIVERIA, Marta Kohl de. **Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento um Processo Sócio-Histórico**. 5ª Ed. São Paulo: Scipione, 2010.

PERRENOUD, Philippe. **A avaliação entre duas lógicas**. In PERRENOUD, Philippe. Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens. Porto Alegre: Artmed Editora, 1999, p. 9-23.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, M. D. P. B. **Metodologia de Pesquisa**. Tradução de Daisy Vaz de MORAES. 5. ed. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SMIRNOV, A. A. LEONTIEV, A. N. RUBINSHTEIN, S.L. TIEPLOV, B. M. **Psicologia**. 16.ª Edição. México, D. F. Barcelona – Buenos Aires: Editora Grijalbo, 1960.

RODRIGUES, Gizella Menezes. FERREIRA, Helaine Sivini. **A Teoria da Assimilação das Ações Mentais por Etapas: desenho de uma sequencias de ensino-aprendizagem sobre os estados indecisos da matéria**. Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – Águas de Lindoia, SP – 10 a 14 de novembro de 2013.

TALIZINA, Nina F. **Manual de Psicologia Pedagógica**. Faculdade de Psicologia Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Mexico: Editorial Universitaria Potosina, 2000.

TALIZINA, N. **La teoría dela actividad aplicada a la enseñanza**. Trad. Yulia Solovievay Luis Quintanar Rojas. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2009.

TALÍZINA, N. **Conferencias sobre “Los Fundamentos de la Enseñanza en la Educación Superior”**. Universidad de la Habana, 1988.

**APÊNDICES**

# APÊNDICE 1

mero da aula: <b>GUIA INDIVIDUAL QUALITATIVA DE OBSERVAÇÃO DAS CATEGORIAS DA FORMAÇÃO DAS AÇÕES MENTAIS</b>					
Professor (a):		Data: / /		Turma: Escola:	
Objeto da Atividade: conteúdo			Objetivo da Atividade de Estudo:		
Aluno (a): 2.ª Etapa Formação Material/perceptiva (fazer as ações da ASP).					
AÇÕES DA ASP	INDICADORES			Marque com "X"	Observações
				Realiza o indicador	
Y1 Compreender o problema	a) ler o problema e extrair todos os elementos conhecidos e desconhecidos.				
	b) estudou os dados e suas condições.				
	c) reconheceu os objetivos do problema.				
Y2 Construir uma expressão	a) determinou corretamente os termos numéricos para o modelo a ser construído (em n° posit. E				
	b) determinou corretamente as operações a ser utilizada.				
	c) construiu as expressões numéricas corretamente.				
Y3 Resolver a expressão	a) resolveu os calculos na sequência de prioridades das operações e parenteses.				
	b) resolveu as expressões numéricas corretamente.				
	c) verificou se o resultado é positivo ou negativo – confirmando c/ os simbolos de (+ ou -) os resultados.				
Y4 Interpretar a solução	a) interpretou o resultado em função dos objetivos				
	b) determinou os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema.				
	c) respondeu à pergunta do problema				
	d) explicou como chegou à solução do problema.				
Análise das Qualidades das Ações					
Categoria	Caraterística	Escala	"X"	Observações	
Consciente	Cumprimento eficaz da expressão verbal oral ou escrito das ações.	Pouco			
		Médio			
		Alto			
Razoável	Utiliza a BOA tipo 3 na resolução de problemas (nas tarefas c/ todas as ações).	Pouco			
		Médio			
		Alto			
Abstrato	Aplica a BOA, identifica e resolvem as quatro operações aritméticas em todas	Pouco			
		Médio			
		Alto			
Explanado	Realiza as ações totalmente detalhada.	Pouco			
		Médio			
		Alto			
Assimilado	Quanto mais assimilado as ações e conteúdo mais independente.	Pouco			
		Médio			
		Alto			
Independente	Realiza as tarefas de maneira independente.	Pouco			
		Médio			
		Alto			

## APÊNDICE 2

PLANO DE ENSINO UNIDADE DIAGNÓSTICA						
OBJETIVOS	CONTEÚDO	ATIVIDADES	H/A	DATA	ETAPAS MENTAIS DA ASSIMILAÇÃO DO ALUNO	AÇÕES DO PROFESSOR
Resolver problemas com números naturais envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.	Operações com números naturais: adição, subtração, multiplicação e divisão.	Prova diagnóstica	2h	09/03	Definir nível de partida	Aplicar os instrumentos diagnósticos: prova, autoavaliação e questionário para determinar o nível de partida dos alunos para planejar a base da ação BOA, considerando o objetivo de ensino que é resolver atividade situações problemas com números inteiros com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão
		Correção da prova	1h	12/03		
		Autoavaliação	1h	12/03		
		Questionário	2h	13/03		
Calcular as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.  Resolver situações problemas com números naturais envolvendo as operações.	Operações com números naturais: adição, subtração, multiplicação e divisão.	Revisão Expositiva e prática com tarefas envolvendo situações problemas	2h	15/03	Melhorar o nível de partida	Realizar a retroalimentação de revisar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, considerando as prioridades hierárquicas para calcular
2h			16/03			

### APÊNDICE 3

PLANO DE ENSINO UNIDADE 1: CONJUNTO DOS INTEIROS, ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS.						
OBJETIVO GERAL DE ENSINO: DESENVOLVER HABILIDADE DE RESOLVER ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMAS ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES ARITMÉTICA COM NÚMEROS INTEIROS.						
OBJETIVOS: Os alunos devem demonstrar habilidades em:	CONTEÚDOS	ATIVIDADES E AÇÕES DA ASP	H/A	Data	ETAPAS MENTAIS DA ASSIMILAÇÃO DO ALUNO	O PROFESSOR DEVE:
<p>Construir significados para os números negativos e operação de adição e subtração com números inteiros.</p> <p>Compreender o conjunto dos números inteiros.</p> <p>Classificar os números quanto aos sinais e representar ou localizar na reta numérica o número inteiro.</p> <p>Resolver situações problemas com números inteiros com o cálculo de adição e subtração.</p>	<p>Conjuntos dos números inteiros e módulo.</p> <p>Números opostos e comparação de números inteiros.</p> <p>Operações com números inteiros de adição e subtração.</p>	<p>Aula expositiva dialogada e pratica com tarefas.</p>	2h	19/03	<p><b>1.ª Etapa Formação da BOA</b></p> <p><b>O aluno deve compreender o sistema de ações da ASP.</b></p> <p>Apresentando as seguintes condições: a) depende da orientação do professor; b) tem pouca consciência das operações; c) precisa conhecer o significado dos números inteiros; d) e deve buscar compreender as ações orientadas pelo professor.</p> <p>As ações são pouco consciente compartilhada, detalhada e não generalizada.</p>	<p>Após o diagnóstico orientar conteúdos conceituais e procedimentais em operações com números inteiros na resolução de problemas (BOA), promovendo a participação ativa dos alunos.</p>
		<p>Apresentação das ações da ASP.</p>				
		<p>Aulas práticas SP com adição e subtração.</p>	2h	20/03		
		<p>Ações da ASP</p> <p>Aula pratica com situações problemas.</p>	2h	22/03		

## APÊNDICE 4

PLANO DE ENSINO UNIDADE 2: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM NÚMEROS INTEIROS						
OBJETIVOS: Os alunos devem demonstrar	CONTEÚDOS	ATIVIDADES E AÇÕES DA ASP	H/A	Data	ETAPAS MENTAIS DA ASSIMILAÇÃO DO ALUNO	O PROFESSOR DEVE:
<p>Construir significados para as operações de multiplicação e divisão com números inteiros.</p> <p>Identificar e realizar as relações operatórias dos números inteiros.</p> <p>Resolver situações problemas com números inteiros com o cálculo de adição, subtração, multiplicação e divisão.</p>	Operações de multiplicação e divisão com números inteiros.	Aulas expositivas e prática com tarefas: multiplicação e divisão.	2h	23/03	<p><b>2.ª Etapa Material/Materializada</b> <b>O aluno deve aprender fazer detalhando o sistema de ações.</b></p> <p>Apresentando: a) realizações das ações com muitos detalhes; b) utilizar corretamente as operações aritméticas com números inteiros; c) desenvolver corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo professor; d) realizar as ações e indicadores com a ajuda de outro estudante e/ou do professor.</p> <p>As ações são conscientes, compartilhadas, detalhadas e não generalizadas.</p>	<p>O professor deve controlar o sistema de ações e corrigir sempre que for necessário.</p> <p>Utilizar recursos materiais para abordar os conceitos e definições de números inteiros.</p> <p>Avaliar o cumprimento dos objetivos das etapas com provas, autoavaliação e guia de observação; Professor e aluno devem atuar juntos.</p>
		Operações com números inteiros de adição, subtração, multiplicação e divisão.	Aulas práticas: Orientação das ações da ASP na resolução de situações problemas	2h		
	Prova formativa		2h	27/03		
	Retroalimentação	1h	02/04			
Autoavaliação	1h	02/04				

## APÊNDICE 5

PLANO DE ENSINO UNIDADE 3: OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS						
OBJETIVOS: Os alunos devem demonstrar habilidades em:	CONTEÚDOS	ATIVIDADES E AÇÕES DA ASP	H/ A	Data	ETAPAS MENTAIS DA ASSIMILAÇÃO DO ALUNO	O PROFESSOR DEVE:
<p>Explicar como desenvolveu a estratégia e resolveu as situações problemas.</p> <p>Identificar e realizar as relações operatórias com números inteiros.</p> <p>Elaborar situações problemas envolvendo as operações aritméticas com números inteiros com mais independência.</p>	<p>Operações com números inteiros: adição, subtração, multiplicação e divisão.</p>	<p>Tarefa resolver em duplas ou em trio, situações problema pra explicar a turma.</p>	2h	03/04	<p><b>3.ª Etapa verbal externa</b></p> <p><b>O Aluno deve explicar o sistema de ações sem ajuda ou recurso material com o sistema de ações.</b></p> <p>O aluno deve: a) Explicar de forma oral e/ou escrita as ações; b) Realizar as ações em várias situações orientadas pelo professor; c) Realizar as ações com detalhes; d) Desenvolver as ações consciente e mais independente do que na etapa anterior; e) O estudante atua mais que o professor.</p> <p>As ações devem ser realizadas de maneira consciente, compartilhada, detalhada com automatização das operações das ações.</p>	<p>Promover apresentações orais ou escritas entre os estudantes na solução de problemas.</p> <p>Avaliar o cumprimento dos objetivos das etapas;</p> <p>Verificar por meio do seminário a etapa verbal externa, utilizando o guia de observação.</p> <p>Realizar a retroalimentação e a autoavaliação.</p>
		<p>Seminário</p>	4h	05/04 06/04		
		<p>Retroalimentação</p> <p>Autoavaliação</p>	1h 1h	09/04 09/04		

## APÊNDICE 6

PLANO ENSINO CONTINUAÇÃO DA UNIDADE 3: OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS						
<p>Resolver situações problemas com números inteiros envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.</p> <p>Elaborar situações problemas envolvendo as operações aritméticas com números inteiros de maneira independente.</p>	<p>Operações com números inteiros: adição, divisão, multiplicação e divisão.</p>	<p>Tarefas envolvendo situações problemas.</p>	2h	10/04	<p><b>4.ª Etapa verbal externa para si</b></p> <p><b>O aluno deve saber aplicar o sistema de ASP diante novas situações.</b></p> <p>Apresentando: a) a realização das ações de forma generalizada aplicando o conceito de números inteiros, resolvendo as quatro operações aritméticas e ações a novas situações; b) realizando as ações parcialmente abreviadas e autônomas; c) resolvendo as situações problemas com pouca intervenção do professor; d) realizando a autoavaliação.</p> <p>As ações são, independente, comprimidas, automatizadas e generalizadas.</p>	<p>Organizar novas situações de acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal;</p> <p>Atuar quando for solicitado pelo aluno, ou seja, quando houver dúvidas durante a resolução do problema.</p> <p>Acompanhar os avanços conforme o guia de observação e promover a prova final e auto avaliação do aluno para verificar os avanços com a sequência didática.</p> <p>Promover a retroalimentação e a autoavaliação.</p>
			2h	12/04		
		<p>Prova final</p>	2h	13/04		
		<p>Retroalimentação</p> <p>Autoavaliação.</p>	1h	16/04		
			1h	16/04		
<p>Período de aplicação do plano de ensino: 09/03/18 a 16/04/18</p>			<p>Observação: Total H/A: 40h</p>		<p>Aplicação do Pós-teste: 26/07/18</p>	

**ANEXO**



## PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** A ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA NA APRENDIZAGEM COM NÚMEROS INTEIROS NAS OPERAÇÕES ARITMÉTICA FUNDAMENTADAS EM GALPERIN E MAJMUTOV NOS ESTUDANTES DE 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA ESCOLA ESTADUAL FERNANDO GRANGEIRO

**Pesquisador:** FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 83378618.4.0000.5621

**Instituição Proponente:** UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 2.530.058

#### **Apresentação do Projeto:**

Uma pesquisa para avaliar uma intervenção pedagógica com números inteiros numa escola de Boa Vista para construir uma sequência didática.

#### **Objetivo da Pesquisa:**

analisar aprendizagem da Atividade de Situações Problema com números inteiros nas operações aritméticas, tendo como sujeitos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da escola Estadual Fernando Grangeiro de Menezes.

#### **Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Avalia corretamente os riscos e benefícios considerando minimizar os riscos e proteger a identidade dos participantes.

#### **Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

A pesquisa tem interesse social e educacional por tentar favorecer habilidades na resolução de problemas matemáticos nos sujeitos investigados. No cronograma a pesquisa inicia em abril de 2018.

#### **Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Apresenta os Termos necessários como confidencialidade, declaração de compromisso, carta de

**Endereço:** Rua Sete de Setembro, 231 - Sala 201

**Bairro:** Canarinho

**CEP:** 69.306-530

**UF:** RR

**Município:** BOA VISTA

**Telefone:** (95)2121-0953

**Fax:** (95)2121-0949

**E-mail:** cep@uerr.edu.br

Continuação do Parecer: 2.530.058

anuência, TCLE e TALE Considerando a idade dos envolvidos na pesquisa.

**Recomendações:**

Não existem recomendações.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Aprovado o projeto.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

O colegiado decidiu por concordar com o parecer do relator aprovando o presente projeto de pesquisa.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1067946.pdf	19/02/2018 15:50:22		Aceito
Outros	termo_de_confidencialidade_assinado.pdf	19/02/2018 15:47:26	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito
Outros	declaracao_de_compromisso.pdf	19/02/2018 15:46:57	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito
Outros	carta_de_anuencia.pdf	19/02/2018 15:46:37	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Detalhado_Francisma.pdf	19/02/2018 15:41:55	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_TALE_Francisma.pdf	08/02/2018 00:59:07	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO_FRANCISMA.pdf	08/02/2018 00:35:33	FRANCISMA DE OLIVEIRA DINIZ	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

**Endereço:** Rua Sete de Setembro, 231 - Sala 201

**Bairro:** Canarinho

**CEP:** 69.306-530

**UF:** RR

**Município:** BOA VISTA

**Telefone:** (95)2121-0953

**Fax:** (95)2121-0949

**E-mail:** cep@uerr.edu.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA



Continuação do Parecer: 2.530.058

BOA VISTA, 07 de Março de 2018

---

Assinado por:  
TENDELES ANTONIO ALVES DE BARROS (Coordenador)

Endereço: Rua Sete de Setembro 231 - Sala 201  
Bairro: Canaiinho

CEP: 68.306-530

UF: RR

Município: BOA VISTA

Telefone: (65)2121-0853

Fax: (65)2121-0849

E-mail: [cep@uerr.edu.br](mailto:cep@uerr.edu.br)