ESTADO DE RORAIMA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA - UERR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS - PPGEC

ANGELO AUGUSTO COÊLHO FREIRE

O USO DO GEOGEBRA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DA TEORIA DE GALPERIN

Boa Vista – RR
2015

ANGELO AUGUSTO COÊLHO FREIRE

O USO DO GEOGEBRA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DA TEORIA DE GALPERIN

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Orientador(a): Prof. D.Sc. Oscar Tintorer

Boa Vista -RR
2015

Copyright © 2016 by Daniel Severino Chaves.

Todos os direitos reservados. Está autorizada a reprodução total ou parcial deste trabalho, desde que seja informada a **fonte**.

Universidade Estadual de Roraima – UERR
Coordenação do Sistema de Bibliotecas
Multiteca Central
Rua Sete de Setembro, 231 Bloco – F Bairro Canarinho
CEP: 69.306-530 Boa Vista - RR
Telefone: (95) 2121.0946
E-mail: biblioteca@uerr.edu.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F863u

Freire, Angelo Augusto Côelho.
O uso da Geogebra na resolução de problemas natemáticos a partir da teoria de Galperin./ Angelo Augusto Côelgo Freire. – Boa Vista/RR: UERR – Universidade Estadual de Roraima, 2016.

117 f.; il. Color; 30 cm.

Disertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Roraima. Orientador : Prof. D.Sc. Oscar Tintorer.
1. Galperin. 2. Atividade – Situação – Problema. 3. Geometria plana. 4. Geogebra I. Tintorer, Oscar (Orient.) II. Universidade Estadual de Roraima – UERR, Mestrado em Ensino de Ciências. III. Título.

CDD.: 516.3

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária
Kethllen Gomes Barroso - CRB- 11/760

FOLHA DE APROVAÇÃO

ANGELO AUGUSTO COÊLHO FREIRE

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Aprovado em: 09 de outubro de 2015.

Banca Examinadora

Prof. D.Sc. Oscar Tintorer
Universidade Estadual de Roraima- UERR
Orientador

Prof. D.Sc. Hector José Garcia Mendonza
Universidade Federal de Roraima- UFRR
Membro Interno

Prof. D.Sc. Luciano Ferreira Silva
Universidade Federal de Roraima- UFRR
Membro Externo

Boa Vista -RR
2015

DEDICATÓRIA

Em especial, à minha mãe Ana Serrão Coêlho (*in memorian*),
à minha esposa Elecy Rodrigues e ao meu filho Danilo Augusto.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, que me permitiu trilhar este caminho e iluminou nos momentos de dificuldades.

À minha família, por apoiar e compreender nos momentos de estudos.

Ao meu orientador, professor e amigo, Prof. Dr. Oscar Tintorer, pelas suas palavras de experiência e estímulo, bem como pela confiança que depositou em vossa pessoa. Pela paciência em compreender momentos difíceis que a vida nos traz.

Aos professores do Programa e colegas de turma, que contribuíram significativamente para a minha formação.

Ao grupo de professores da E.E. Jesus Nazareno, que aceitaram participar de nossa pesquisa, em nome dos demais, o Prof. Cândido e sua turma de alunos.

Aos meus alunos da Licenciatura em Computação: Walisson, Jonatas, Erismar, Eliezer e Ewelyn que aceitaram o desafio de participar da pesquisa.

À todos, muito obrigado.

RESUMO

O presente estudo tem como premissa a teoria histórico-cultural que visa o compromisso da escola em promover o processo de apropriação dos conceitos de matemática. Tem como principal teórico, Piotr Yakovlevich Galperin, com sua proposta pedagógica fundamentada no princípio psicológico de transformação da atividade externa em interna. Para tanto, o foco é o processo de ensino dos conceitos de geometria, com abrangência às significações do sistema conceitual de três campos: retas, ângulos e triângulos. Trata-se de uma pesquisa qualitativa exploratória e investigativa, com uso do estudo de caso para explicar os fenômenos. Os instrumentos utilizados para a produção dos dados incluíram a aplicação de questionários, entrevistas, caderno de campo, elaboração e aplicação de atividades sequenciadas e registros audiovisuais. Fundamentada na Teoria de Galperin, foi organizado um sistema de tarefas baseados na Atividade de Situação Problema galgadas por Polya com a intenção de propiciar a apropriação do conceito de geometria plana. A questão de pesquisa é definida como sendo: Quais as operações necessárias para o desenvolvimento das ações materializada, verbal e mental da tarefa de assimilação de conceitos de geometria plana na resolução de problemas? A utilização de atividades sequenciadas foram elaboradas a partir da Base Orientadora da Ação - BOA, e em seguida colocam o aluno em desenvolvimento de operações/situações nos três níveis (materializado, verbal e mental). A partir do que foi produzido pelos sujeitos, organizamos o material de forma que pudéssemos proceder à análise para considerar os conceitos de geometria plana apresentadas. O que conseguimos verificar foi que de forma geral os alunos apresentaram uma melhora significativa no seu desempenho nas aulas de Geometria com uso do geogebra, devido a metodologia de trabalho.Com isso, os resultados apontam que as etapas descritas por Galperin são adequadas para o trabalho com conteúdo conceituais em sala de aula e evidenciam a necessidade de seguir as orientações da Base Orientadora da Ação.

Palavras- chave: Galperin, Atividade Situação Problema, Geometria plana, Geogebra

RESUMEN

Este estudio supone la teoría histórico-cultural dirigida a compromiso de la escuela para promover el proceso de apropiación de los conceptos matemáticos. Su principal teórico, Piotr Yakovlevich Galperin, con su propuesta pedagógica basada en el princípio psicológico de la transformación de la actividad externa en internos. Por lo tanto, el foco es el proceso de enseñanza de los conceptos de geometría, con la cobertura de los significados del sistema conceptual de tres campos: líneas, ángulos y triángulos. Se trata de una investigación cualitativa exploratoria y de investigación, mediante el estudio de caso para explicar los fenómenos. Los instrumentos utilizados para la producción de los datos incluidos cuestionarios, entrevistas, notas de campo, diseño y ejecución de las actividades secuenciadas y registros audiovisuales. Fundamentada en la teoría de Galperin, se organizó una tareas basadas en el sistema en galgadas Escenario Problema Actividad Por Polya con la intención de proporcionar a la apropiación del concepto de la geometría plana. La pregunta de investigación se define como: ¿Cuáles son las operaciones necesarias para el desarrollo de acciones encarnadas, tarea conceptos de geometría plana asimilación verbal y mental en la solución de problemas¿ El uso de actividades secuenciales se han preparado a partir de la Base de Acción de Orientación - BOA, y luego poner al estudiante en el desarrollo de operaciones / situaciones en tres niveles (materializado, verbal y mental). De lo que se ha producido por los sujetos, organizamos la forma de material que pueda llevar a cabo análisis para considerar los conceptos de geometría plana presentados. Lo que pudimos ver fue que en general, los estudiantes tenían una mejora significativa en su rendimiento en las clases de geometría con el uso de GeoGebra debido a trabalho.Com esta metodología, los resultados indican que los pasos descritos por Galperin son adecuados para el trabajo con contenidos conceptuales en el aula y pone de relieve la necesidad de seguir las directrices de la Supervisora de la Base de Acción.

Palabras clave: Galperin, Actividad Situación Problemas, Plano de Geometría, Geogebra

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Interface gráfica do geogebra 37
Figura 2: Área da circunferência 52
Figura 3: Retângulo com as medidas de lados 54
Figura 4: Campo de visualização do Geogebra 58
Figura 5: Barra de ferramentas 59
Figura 6: Área do perímetro do triângulo..... ..59
Figura 7: Teorema de semelhança dos triângulos 61
Figura 8: Construção do diâmetro AB 62
Figura 9: Construção das funções D, E e F..... ..62
Figura 10: Medindo ângulos..... ..63
Figura 11: Movimentando os pontos do triâgnulo..... ..64
Figura 12: Questão nº 1 Teorema de Pitágoras 68
Figura 13: Questão nº 2 69
Figura 14: Relações métricas do triângulo 74
Figura15: Resultados dos problemas no geogebra..... ..76
Figura 16: Resultados dos problemas modificado..... ..76
Figura 17:Modelagem da Praça das Águas 79
Figura 18: Portal do Milênio- maquete 80
Figura 19: Fonte de Águas: Portal..... ..82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Parâmetro do Problema nº 1 53
Quadro 2: Parâmetro do Problema nº 2 54
Quadro 3: Demonstrativo da Prova diagnóstica 55
Quadro 4: Categorização do Problema nº 1 68
Quadro 5: Categorização do Problema nº 2 69
Quadro 6: Demonstrativo de Resultados das Resolução de problemas matemáticos no geogebra 70

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 11

2 PRESSUPOSTO TEÓRICO ..17
2.1 INTRODUÇÃO AO ENSINO DE CIÊNCIAS: BASES INTRODUTÓRIAS SOBRE O OBJETO DE ESTUDO ..17
2.2 TEORIA DE GALPERIN E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS POR ETAPAS MENTAIS: PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS ..18
2.3 A FORMAÇÃO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA ..24
2.3.1 A atividade de situações problema ..24
2.4 O ENSINO DA MATEMÁTICA MEDIADO POR TECNOLOGIAS ..29
2.5 O POTENCIAL DOS COMPUTADORES NO ENSINO DE MATEMÁTICA ..31
2.6 O ENSINO DE GEOMETRIA NO COTIDIANO ESCOLAR ..34
2.7 O GEOGEBRA E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA ..36

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS ..39
3.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DA PESQUISA ..39
3.2 CENÁRIO DA PESQUISA ..41
3.3 DEFINIÇÃO DA ESCOLA-CAMPO ..42
3.4 ESTRATÉGIAS PARA A COLETA DE DADOS ..42
3.5 PROVA DIAGNÓSTICA ..43
3.6 ENTREVISTAS ..44
3.7 OBSERVAÇÕES ..44
3.8 FOTOS E GRAVAÇÕES EM VÍDEO ..45
3.9 DIÁRIO DE CAMPO ..45
3.10 ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS ..45

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES ..49
4.1 TESTE DIAGNÓSTICO ..51
4.2 ANÁLISE DE PROVAS ..53
4.3 PONTUAÇÕES DA OFICINA COM O GEOGEBRA ..58
4.4 RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS MATEMÁTICOS ..67
4.4 TESTE FINAL ..79

CONSIDERAÇOES FINAIS ..85

REFERÊNCIAS ..88

APÊNDICES ..92

ANEXOS ..112

INTRODUÇÃO

Ao longo dos 10 anos como professor do ensino superior atuando nos cursos de Licenciaturas nas áreas de Didática, Metodologia e Práticas de Ensino e Estágio Curricular Supervisionado em instituições de Ensino Superior públicas e privadas e desenvolvendo atividades administrativo-pedagógicas que envolvem: acompanhamento da execução do currículo escolar; verificação do desempenho e rendimento escolar do estudante; supervisão nos processos pedagógicos do Ensino Fundamental e Médio; e na elaboração de Projetos Políticos Pedagógicos em escolas da Rede Estadual de Ensino em Roraima. Vejo que ainda é um paradigma exercer a relação entre teoria e prática. Notamos que a formação do professor é ainda incipiente, quando se trata de currículo e ensino e pesquisa.

Por muitas vezes, nossas experiências pedagógicas vivenciadas na carreira profissional, no exercício da docência, deixaram de ser registradas, catalogadas, ora por conta da rotina de trabalho excessiva, ora pela falta de incentivo de iniciação a pesquisa científica, ora pela falta de formação continuada em âmbito regional que promova a formação do professor-pesquisador em programas de Pós graduação em nível de *stricto sensu.*

É mister salientar que tenho algumas preocupações que enveredam no campo do ensino e que se tornam indagações e nos faz refletir: para quem ensinar? o que aprender? Como aprender? O que devo fazer com o conhecimento acumulado? O que é ser um professor na era da modernidade? Qual o perfil de aluno de hoje nas escolas? Como devemos nos preparar para a carreira docente? O que esperar deste aluno? O que devemos propor enquanto professores?

Percebe-se na práxis escolar, que os alunos não mais estão dispostos a acompanhar o modelo de ensino, onde o professor atua de forma passiva e que não os permita interferir em seu conteúdo, além de estarem quase sempre resistindo às “regras do silêncio”, da opressão em sala de aula. Eles lidam, com facilidade, experiências de se comunicar, interferindo, modificando, produzindo, partilhando e colaborando, mediatizando os saberes em comuns.

Os alunos desse cenário podem ser chamados de “Nativos Digitais”, que apresentam domínio de utilizar as tecnologias, que se relacionam com pessoas por meio das mídias digitais. Eles estão distantes daquele aluno passivo e não

participativo da escola tradicional. Esse novo cenário traz um desafio comunicacional para o currículo escolar e para os professores.

Então, se apresenta um dilema: o ensino tradicional versus ensino inovador? O que corrobora para sua concepção? Como formas de suas manifestações, podemos destacar algumas afirmações e interrogações nos ambientes educativos formais perante o discurso do processo de ensino e aprendizagem: “o aluno precisa ser motivado para a aula”, “compete ao professor buscar novos métodos de ensino”, “o ponto de partida do processo didático é o cotidiano do aluno”, “o aluno precisa aprender aquilo que vai utilizar na prática”, “a aprendizagem deve ser significativa!”.

Estes dilemas vem a fazer parte de nosso cotidiano escolar, que por um lado traz a cultura escolar e de outro a concepção do professor, no que diz respeito ao ensino. Mas afinal, o que pode favorecer a formação do professor na construção do conhecimento do aluno?

Na certeza de contribuir no campo da pesquisa com foco no ensino escolar e suas propostas teórico-metodológicas, particularmente no ensino de ciências da natureza, delimitamos o estudo com o componente curricular da matemática, por se tratar de uma área das ciências que, segundo os PCNs (2006) têm em comum a investigação da natureza e dos desenvolvimentos tecnológicos, compartilham linguagens para a representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos e que compõem a cultura científica e tecnológica.

A comunidade escolar educativa reconhece, hoje, que um ensino mecanicista acarreta numa aprendizagem insuficiente e limitativa, ao desinteresse e ao insucesso dos alunos. O que se discute é estimular o desenvolvimento de um conjunto de atitudes e capacidades tais como saber aprender, pesquisar, selecionar informação, concluir e comunicar.

Como se refere Costa (1999, p. 13) que num mundo em evolução cada vez mais rápida, é preciso que os alunos investiguem, questionem, construam conhecimentos, utilizem novos meios tecnológicos disponíveis e, sobretudo, ganhem autonomia ao longo da aprendizagem adquirindo, assim, a capacidade de resposta às situações novas que irão encontrar no futuro.

Ciência e tecnologia estão cada vez mais próximas da vida cotidiana do indivíduo e da sociedade, e a escola tem um importante papel a desempenhar, não

somente na aquisição de conhecimentos científicos e técnicos, mas também no desenvolvimento de atitudes perspicazes de assegurar, aos cidadãos do hoje e amanhã, a aplicação e a avaliação desses conhecimentos.

Neste contexto, a ciência e tecnologia podem prestar um contributo muito importante à formação dos jovens, proporcionando-lhes uma educação científica que lhes será útil num mundo necessariamente produtivo, pois:

> Definem-se tanto por aquilo que fazem e como o fazem como pelos resultados que obtêm. Para as compreenderem, como modos de pensar e de agir, é necessário que os alunos adquiram alguma experiência com os tipos de pensamento e ação típicos dessas áreas (Rutherford & Ahlgren, 1995, p.60).

Os alunos devem, portanto, resolver problemas - a níveis adequados à sua maturidade - que os levem a decidir quais os aspectos mais relevantes e a dar as próprias interpretações do significado desses aspectos. Este processo dá prioridade, tal como acontece em ciência, à observação cuidada e à análise bem estruturada.

A ciência é mais do que um corpo de informação e um modo de acumular e validar essa informação. É também uma atividade social que incorpora certos valores humanos (Ziman apud Costa, 1986, p. 31). A alta estima voltada à curiosidade, à criatividade, à imaginação e à beleza não é algo que se confine à ciência - como também o cepticismo e o desagrado pelo dogmatismo não se restringem a ela. Contudo, tudo isto é altamente característico do empreendimento científico. Ao aprender ciência, os alunos devem encontrar estes valores como parte da sua experiência e não como afirmações vazias (RUTHERFORD & AHLGREN, 1995).

Ao refinar a busca por estudos relacionados em produções bibliográficas (artigos, teses e dissertações), provoca a necessidade de entender aquilo que rotineiramente acompanha o cotidiano do professor de Matemática: a aprendizagem do aluno. Nesta rotina do dia-a-dia, implícita ou explicitamente, se apresenta a busca pela “melhoria da qualidade do ensino”, o que conduz a uma necessidade de um novo “modo de organização do ensino” (RIBEIRO, 2011).

Prosseguindo a busca por novos estudos, foi encontrado o trabalho de Vianna (2009), que organizou um estudo a partir de uma pesquisa qualitativa de abordagem histórico-cultural fundamentada em Lev S. Vygotsky e Mikhail M. Bakhtin, por meio dos quais a autora buscou compreender os sentidos construídos por um grupo de professores de Matemática (VIANNA, 2009).

Esse estudo tratou do uso do computador para o trabalho com conceitos matemáticos, considerando três aspectos: o potencial do software livre Geogebra na visão dos professores; a análise de atitudes dos alunos e professores diante dos novos desafios e os recursos do computador diante das possibilidades de implantação. Vianna (2009) observou a adaptação de professores e alunos ao ambiente e a aprendizagem participativa, colaborativa com autonomia. Além disso, foram analisadas as diferenças identificadas pelos professores entre o processo de construção do conhecimento desenvolvido na Sala de Telemática e na sala de aula convencional.

A autora destacou que, por meio do Geogebra, foi possível compreender que a introdução de conteúdos matemáticos era flexível e que o conhecimento se construía de maneira ativa, favorecendo a interação e colaboração entre alunos (VIANNA, 2009).

A literatura pesquisada aponta que, ao usar de softwares de Geometria Dinâmica como o GeoGebra, o aluno poderá descobrir e desenvolver conhecimentos de Geometria, na medida em que ele se dedicar à atividade, tanto durante as aulas como nos horários em que puder fazer estudos por iniciativa própria.

O estudo proposto traz uma questão bastante discutida por teóricos como Papert (1994), Miskulin (1999), Lévy (1998), Gravina (1998) entre outros, que corroboram para o cenário de pesquisas no ensino das ciências matemáticas no uso de ferramentas educacionais digitais como auxiliares na aprendizagem significativa dos estudantes.

Tomando como referência tais estudos, Gutiérrez apud Gravina (1998) vem afirmar que a revolução tecnológica, principalmente com a popularização dos computadores, dispositivos móveis e de outras ferramentas, de modo geral, tem fornecido aos professores e pesquisadores novos contextos para o ensino de geometria plana. Estes contextos tornam possível o acesso a outras formas de representação, uma vez que os computadores com softwares permitem aos estudantes visualizar, criar, mover e transformar, representações geométricas de várias maneiras na tela, por meio de programação e automação com os softwares.

Papert (1987) ressalta a importância que o computador tem no processo educacional ao introduzir uma dimensão à investigação sobre a visualização, pois a

representação de figuras planas e espaciais na tela podem ser manipuladas e transformadas de diferentes maneiras (Papert, 1987, apud Fainguelernt, 1999).

Nesses ambientes, enfatiza Gravina (1996), conceitos geométricos construídos com equilíbrio conceitual e figural, desenvolvendo-se a habilidade de percepção das diferentes representações de uma mesma configuração e controle levam a descoberta de novas propriedades.

Com tal intento, o presente estudo se insere nesse movimento e traz como referencial a Teoria Histórico-Cultural, cujo precursor foi o psicólogo russo L. S. Vygotsky. Porém, a referência maior é para um de seus continuadores P. Ya. Galperin com sua “teoria de assimilação por etapas”.

Segundo Mendoza (2010) a teoria da atividade se origina na Psicologia Histórico-Cultural, que remonta aos estudos iniciais de Vygotsky, Leontiev e Luria. Esses autores adotam como unidade de análise o sistema da atividade coletiva orientada, para o objeto, mediada por artefatos, o que se caracteriza como sendo uma relação entre o sujeito individual dado pela experiência social.

Para tanto, o estudo busca fazer uma análise das implicações das teorias pedagógicas da Teoria de Formação das Ações Mentais por Estágios, proposta por Galperin, decorrentes da nova compreensão sobre o processo de desenvolvimento do pensamento, mais especificamente, sobre a formação de conceitos numa visão crítica apontando a necessidade de uma revisão dos modelos de ensino frente a experiência realizada com o uso do Geogebra como recurso auxiliar no ensino de geometria espacial.

Este estudo poderá contribuir com sugestões para modificações nos procedimentos de ensino da disciplina de matemática e outras ciências, apresentando dados que permitam avaliar de que maneira tanto o potencial criativo apresentado pelos estudantes como sua afinidade com a tecnologia podem contribuir para a evolução do processo de formação do profissional por meio do aprendizado e da autonomia.

Contudo, algumas questões irão nortear o trabalho tendo como finalidade encontrar respostas para os seguintes problemas:

Como se estabelece a relação entre a aprendizagem do conceito de geometria pelo aluno no ensino médio? Será que ao utilizar o geogebra como recurso auxiliar no ensino de geometria plana o aluno pode apresentar domínio do

conteúdo? Será que a teoria de Galperin, por meio da formação por etapas metais irá contribuir com o aluno no alcance das competências específicas em geometria? Qual é a contribuição desta teoria para o alcance dos objetivos educacionais? Poderíamos utilizar os recursos do geogebra para otimizar a situação referente ao ensino de geometria?

Pretende-se, ao final desta pesquisa, que a conclusão possa ser validada por meio de oficinas e workshops em escolas públicas que atuam com educação básica com a finalidade de oferecer, juntamente a outros trabalhos existentes, subsídios para futuros estudos na área, entre submissão para publicações em revistas científicas, envio de artigos para colóquios, seminários, congressos no ensino de ciências e matemática.

OBJETIVO GERAL

Estudar o desempenho de estudantes do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Prof. Jesus de Nazareno na aprendizagem de geometria utilizando o Geogebra a partir de um ensino problematizador apoiado pela teoria de Galperin.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar o ponto de partida dos estudantes nos conteúdos de geometria plana e na resolução de problemas;
- Verificar a contribuição do produto educacional em função da aprendizagem em geometria plana utilizando a Teoria da Formação das Ações mentais e dos conceitos.

1 PRESSUPOSTO TEÓRICO

No presente capítulo, abordaremos sobre os preceitos do ensino de ciências, trataremos de definir os conceitos da Teoria de Galperin, o ensino problematizador na formação escolar do estudante e iremos destacar a importância do ensino de geometria no ensino escolar e o uso do Geogebra como recursos auxiliares para o ensino da matemática.

1.1 INTRODUÇÃO AO ENSINO DE CIÊNCIAS: BASES INTRODUTÓRIAS SOBRE O OBJETO DE ESTUDO

A existência de visões epistêmicas diferenciadas acerca de como ensinar Ciências torna o debate frutífero, colocando sempre em destaque a temática continuísmo x ruptura (OLIVEIRA, 1992, p. 20).

Para Oliveira (1992), o Ensino de Ciências leva o ser humano a compreender o mundo e suas transformações através da caracterização do conhecimento científico e tecnológico. Visa também a formação da cidadania superando uma postura “científica” que caracteriza o Ensino de Ciências como descrição e experimentação de teorias, sem uma reflexão de seus significados, mas um conjunto de experiências que promovem o desenvolvimento tecnológico e científico.

Conquanto, a Ciência não é neutra, pois o conhecimento científico e tecnológico são atividades humanas de caráter histórico que, trabalhados de forma multidimensional conduz a ruptura do continuísmo, motiva os sujeitos na busca do conhecimento.

Desse modo, ao tratar do conhecimento propedêutico, vale mencionar que segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (2006), o ensino da ciências da natureza e matemática vem a contribuir para a formação escolar dos estudantes no Ensino Básico, pois a estudo das ciências têm em comum a investigação da natureza e dos desenvolvimentos tecnológicos, e compartilham linguagens para a representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos.

Contudo, em nossa sociedade, o conhecimento matemático se faz necessário em variadas situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como

instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento humano.

Nessa etapa da escolaridade, a Matemática impõe-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber (PCNs, 2006).

No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática é mantida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional (idem, 2006).

Sendo que, o conjunto das competências previstos nos PCNs para o Ensino Médio envolve a investigação e compreensão constituído por: identificação de dados e informações relevantes em situações-problema para estabelecer estratégias de solução; utilização de instrumentos e procedimentos apropriados para medir, quantificar, fazer estimativas e cálculos; interpretação e utilização de modelos explicativos das diferentes ciências; identificação e relação de fenômenos e conceitos em um dado campo de conhecimento científico; articulação entre os conhecimentos das várias ciências e outros campos do saber

Para tanto, é mister um estudo que trate de propor um ensino significativo e problematizador baseado em possibilidades de aprendizagem de natureza científica que venham a constituir saberes científicos tecnológicos no ensino de matemática utilizando tecnologias digitais da informação e comunicação como recursos auxiliares na construção do conhecimento.

1.2 TEORIA DE GALPERIN E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS POR ETAPAS MENTAIS: PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS.

A Teoria de Galperin se sustenta no princípio de que é possível a formação de processos mentais pela por meio de uma ação planejada, os quais se constituem em órgãos funcionais da própria atividade.

A ideia fundamental da Teoria da Formação das ações mentais e dos conceitos é que tais ações por sua natureza, são objetivas e que, inicialmente, realizam-se com o apoio de objetos externos e, na medida em que são manipulados, passando-se por uma série de etapas, posteriormente são realizadas no plano mental e se tornam propriedades da psique.

Para Puentes (2013, p. 295) a essência da Teoria de Galperin consiste em, primeiro, encontrar a forma adequada da ação; segundo, encontrar a forma material de sua representação; e, terceiro, transformar esta ação externa em interna. Nessa transformação, que passa por três momentos, são produzidas as mudanças na forma da ação, pois segundo a Teoria, o conteúdo permanece o mesmo.

O modelo de ensino ativo de Galperin (1975, p. 88), está pautado nas etapas que, segundo a teoria sócio histórica, caracterizam a formação dos conceitos mentais, adotando outros princípios em relação à organização do processo de aprendizagem.

De acordo com esse modelo, quando o aprendiz tem acesso ao significado operacional do conceito e à oportunidade para experimentar sua usabilidade na solução dos problemas, não precisa memorizar um conjunto de fórmulas, ou decorar conceitos e suas possíveis aplicações. O processo de internalização dos conceitos assume uma dimensão racional e não apenas informativa, além de, progressivamente, tornar o aprendiz capaz de deduzir as fórmulas sempre que for necessário e criar novas possibilidades de solucionar determinados problemas.

Esse nível de compreensão também garante a fixação do conteúdo, pois, ao desenvolver um método de estudo que lhe possibilita, a qualquer momento, seguir novamente os mesmos passos analíticos que conduziram à formulação inicial dos conceitos, em vez de apenas memoriza-los.

Sendo assim, ao invés de aprender a repetir, o modelo de ensino formativo se propõe a assegurar ao aprendiz a oportunidade de aprender, por meio da prática, não só a fazer, mas, progressivamente, a entender e depois a explicar como e porque age desta ou daquela maneira. Posteriormente, o aprendiz deve também ser capaz de corrigir tanto a própria ação como a dos demais, assumindo, em tese, a posição que o modelo “tradicional” prescreve para o professor.

Dessa forma, o modelo de ensino estabelecido por Galperin considera o aluno como um ser ativo no processo de aquisição do conhecimento em que a prática, o

saber fazer, é o elemento principal da aprendizagem, desde que esteja alicerçada por uma Base Orientadora da Ação (BOA), que diz respeito à introdução do objeto de estudo, orientação sobre como cumprir os três tipos de operações que fazem parte da ação orientadoras, executoras, de controle.

O uso da BOA inclui-se na Teoria da Formação das Ações Mentais de Galperin. De acordo com este teórico, o processo de internalização de conceitos se inicia pelo entendimento do objeto a ser assimilado, ressaltando inicialmente as suas características materiais ou materializadas, as quais se traduzem em seguida numa ação correspondente ao uso que essas características objetáveis podem proporcionar (GALPERIN, 1989).

Segundo Puentes (2013), os tipos de BOA são:

1. BOA I, caracteriza-se por uma composição insuficiente da orientação do sujeito, ou seja, a transferências de conhecimentos é limitada.
2. BOA II, são dadas aos alunos de forma elaborada, todas as condições necessárias para o cumprimento correto da ação, mas tais condições são particulares e só servem para a orientação em um caso determinado.
3. BOA III, tem uma composição completa que proporciona a possibilidade de orientar não apenas a solução das tarefas concretas, mas também todo o conjunto de tarefas de uma mesma classe.

Conquanto, o estudo desta ação permite a internalização dos conceitos implícito ao objeto de estudo. De maneira geral a formação de conceitos se inicia meio das etapas material, que representa a materialidade do fenômeno em estudo, a etapa da linguagem externa, em que são discutidos os dados da realidade objetiva, observados na etapa anterior e a etapa da linguagem interna que representa a compreensão do fenômeno no campo mental, representativo do modelo científico.

Os estudos de Talízina (2000, p. 141) confirmam a necessidade dos alunos não só compreenderem o conteúdo da atividade que se introduz, mas também a aprender a realizar a atividade proposta de forma correta. Para ela, a explicação verbal dada pelo professor durante a realização da atividade não é suficiente, pois os alunos nem sempre recordam as ligações dos conhecimentos tratados e as ações que formam a atividade em questão.

Toda a análise dos processos de ensino-aprendizagem organizados conforme a Teoria de Galperin é feita fundamentalmente ao nível da ação. Dessa forma é

importante caracterizarmos a ação no seu aspecto orientador, por meio dos tipos de BOA.

A Teoria de Galperin aponta uma importante contribuição para a didática à medida que, ao explicar o processo de internalização da atividade externa em atividade interna considera alguns passos e elementos a serem considerados no processo que, conforme menciona Núñez (2009) se dá a partir das seguintes etapas:

1. Etapa motivacional: a etapa motivacional deve estar presente no início da ação ou atividade que se deseja realizar. Sua importância reside no fato de que o aluno precisa desenvolver uma "disposição positiva" pelo estudo em questão. É considerada uma etapa preparatória para a assimilação do conhecimento e oportuna para a exploração de situações-problema coerente com a realidade em que vive os alunos.
2. Etapa de estabelecimento do esquema da BOA: nas palavras de Núñez (2009), a BOA constitui o modelo da atividade, um projeto de ação e, deste modo, preocupa-se evidenciar todas as partes estruturais e funcionais da atividade (orientação, execução e controle). Dessa forma, o aluno terá o conhecimento necessário sobre a atividade e ser realizada, bem como as etapas e aspectos conceituais e procedimentais inerentes a mesma.
3. Etapa de formação da ação no plano material ou materializado: Esta é uma etapa na qual os alunos começam a executar as ações em parceria com os pares. Como indica o tema ela ainda não ocorre no plano mental, mas em um plano concreto, que vai se abstraindo à medida que a linguagem é utilizada ajudando na reflexão acerca do objeto ou da representação do mesmo.
4. Etapa de formação da linguagem externa para si: a linguagem externa é entendida nesta teoria a partir das contribuições da teoria histórico-cultural, na perspectiva da interação entre estudantes e professor. É através da linguagem que são criados os signos que por sua vez adquirem significados e passam a ser interiorizados independente da presença do objeto.
5. Etapa Formação da lingugem interna: é nesta etapa que a linguagem interna se transforma em função mental e proporciona ao aluno, novos meios para o pensamento, é a etapa final no caminho da transformação da nova ação de externa em interna. Nesse momento, o estudante apresenta certo domínio

mental de conceitos previamente estudados, construindo seus próprios esquemas para solucionar questões de caráter complexo.

Núñez (2009) coloca como mérito de Galperin ao criar a Teoria da Assimilação de Ações Mentais por Etapas, o fato de ele ter elencado indicadores qualitativos que funcionam como uma espécie de parâmetro para caracterizar a qualidade das habilidades formadas. Os indicadores citados são os seguintes: a forma da ação, o grau de generalização, detalhamento, consciência, independência, retenção da atividade, domínio e caráter racional.

Sustentada pela teoria psicológica de formação por etapas das ações mentais, pela direção do processo de estudo, pelos princípios de resolução de problemas de Polya, criou-se a *Atividade de Situações Problema em Matemática* que é formada por um sistema invariante de quatro ações: i) compreender o problema; ii) construir o modelo matemático; iii) solucionar o modelo matemático e iv) interpretar a solução. (Mendoza, 2009; Tintorer, Mendoza & Castañeda, 2009; Mendoza & Tintorer, 2010).

Galperin (1957) esclarece que essa etapa tem como característica a ocorrência de três mudanças essenciais. A primeira pelo fato de a ação não se estruturar como um reflexo daquilo que fora realizado materialmente, mas como ação comunicativa própria. E, como tal, tem subordinação às exigências de compreensão e sentido específico a outras pessoas e, por extensão, como fenômeno social.

A segunda diz respeito à constituição do conceito com base na ação, o que exclui a limitação da ação com objetos ou simplesmente visual. Como diz Galperin (1957), é mais difícil para uma criança contar 100 do que 3 objetos, porém a mesma relação de dificuldade não pode ser estabelecida entre ambos os conceitos, pois é a mesma. A ação expressa na linguagem adquire, pois, uma outra natureza, o que adquire novas possibilidades.

A terceira mudança se dá pelo fato de que a assimilação verbal se submete a consecutivas reduções e se transforma em síntese, isto é, “ação por fórmula”. Esta ação só é atingida se for bem ensinada, fazendo com que o conteúdo da ação materializada só se “consciencializa” sem, no entanto, executá-la.

Portanto, a etapa verbal é caracterizada por um movimento de comunicação e interação que se estabelece de um relato com base em ação materializada à síntese com teor eminentemente conceitual.

Nesta etapa irá se propor uma orientação minuciosa que não é tão simples, pois depende de como os alunos desenvolveram as operações/situações nas demais etapas que a antecederam e não fica implícito e visível. Por isso, nos ateremos na própria literatura de Galperin e, na medida do possível, indicar procedimentos que possam contribuir para que os alunos desenvolvam e expressem a ação mental referente ao conceito de geometria plana e espacial.

O início da etapa mental, de acordo com Galperin (1957), ocorre quando a ação verbal abreviada é executada “para si”. Desse modo, a tarefa de comunicação muda sua trajetória: de transmissão do pensamento elaborado entre os indivíduos passa a se constituir como processo de reflexão e um dialogar para si. Assim sendo, o pensamento se volta muito mais ao conteúdo mental do conceito do que aos aspectos sonoros da forma verbal.

Contudo, o estudante compreende o significado operacional do conceito, e busca experimentar a sua utilidade na resolução dos problemas, ao invés de memorizar fórmulas e resolver exercícios de maneira mecânica. Assim, deve não apenas aprender a fazer, mas também saber explicar como e porque está agindo de determinada maneira em determinada situação-problema.

Considerando que a organização do processo de ensino (seleção das situações-problema; apresentação da base orientadora da ação; acompanhamento e reorganização do processo como um todo) lida com aspectos objetivos e racionais que, de certa forma, não dependem diretamente dos sujeitos, pode-se afirmar que a aprendizagem é organizada iniciando pelos aspectos externos, objetivos e materiais, para terminar num nível interno, mental e abstrato, no qual as ações sofrem um processo de abreviação, simplificando-se, e de automatização, ganhando agilidade, ao mesmo tempo em que podem ser facilmente monitoradas (Galperin, 1989).

Como mencionado anteriormente por Galperin (1989), a Base Orientadora expressa o sistema de condições para assimilação do conceito. Para tanto, é necessário um cuidado de estabelecer com detalhes o conjunto de princípios de ordem conceitual e sua expressão nas operações sugeridas e passíveis de ser desenvolvida pelos alunos, justamente para não correr o risco de variações

estabelecidos nas atividades propostas. Com isso, o estudante terá a sua disposição as orientações para a realização das operações ou tarefas particulares referentes da classe de fenômenos relacionados ao conceito em estudo.

Diante da complexidade que exige o ensino da matemática na educação básica, principalmente no que tange a definição de conceitos, operações e aplicações matemáticas, as tecnologias educacionais trazem na sua constituição recursos computacionais que possibilitam o uso de softwares educativos a favor do trabalho do professor no processo de ensino-aprendizagem, nesse perspectiva para que isso ocorra é necessário buscar uma teoria de ensino que fundamente sua ação pedagógica visando à construção de conceitos científicos.

1.3 A FORMAÇÃO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA

A Atividade de Situações Problema (ASP) é uma proposta didática de Mendoza (2009), composta por passos que conduzem à solução de problemas. A ASP está fundamentada na teoria psicológica de formação por etapas das ações mentais de Galperin, na direção do processo de estudo e nos princípios de resolução de problemas de Polya.

Em seu estudo Mendoza caracteriza cada estágio dos princípios sequenciais de Polya, como ação, sendo que cada ação envolve um conjunto de operações que estão diretamente ligadas à realização do sistema de quatro ações (MENDOZA, 2009, p.77).

Neste tópico serão abordados os aspectos da ASP no contexto da aplicação em situações do problemas de Limites de uma função de uma variável, visando a assimilação dos conceitos e definições fundamentais.

1.3.1 A atividade de situações problema

A partir dos pressupostos existentes no método dos princípios de Polya, Mendoza, construiu a ASP formada por um Sistema de quatro Ações, empregando como direcionamento a base orientadora da ação, com a finalidade de promover a formação das ideias conceituais.

Em cada um dos procedimentos sequenciais, existe um conjunto de perguntas e indagações (operações) que conduzem o sujeito à direção para encontrar a solução do problema de maneira detalhada. Estes princípios são tão-somente o senso comum tornado explícito na perspectiva de Mendoza, descritas para melhor entendimento de sua aplicação.

O conjunto das operações descritivas das ações se denomina Sistema de quatro Ações da ASP, segundo Mendoza (2009):

a. Compreender o Problema

- Ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos;
- Estudar e compreender os elementos desconhecidos;
- Determinar os dados e suas condições;
- Determinar o(s) objetivo(s) do problema.

b. Construir o Modelo Matemático

- Determinar as variáveis e incógnitas;
- Nomear as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas;
- Construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições;
- Realizar a análise das unidades de medida do modelo matemático.

c. Solucionar o Modelo Matemático

- Selecionar o(s) métodos(s) matemático(s) para solucionar o modelo matemático;
- Selecionar o sistema de computação algébrica que contenha os recursos necessários do(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo matemático (quando for necessário);
- Solucionar o modelo matemático.

d. Interpretar a Solução

- Interpretar o resultado obtendo da solução o modelo matemático;
- Extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema;
- Dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema;
- Realizar um informe baseado no(s) objetivo(s) do problema;
- Analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta com o(s) objetivo(s) do problema(s), a possibilidade de reformular o problema,

construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução (MENDOZA, 2009, p.69, tradução nossa).

Diante disso, vejamos as ações e seu desenvolvimento:

Primeira ação: Compreender o Problema. As operações propostas nesta ação são formadas com a intuição de assegurar que o estudante busque elementos que facilitem a compreensão do problema, destacando inicialmente uma leitura que permita extrair elementos conhecidos e desconhecidos. Recomenda destacar os elementos desconhecidos para estudar e compreender. Indica determinar os dados essenciais e as condições. E para finalizar a ação sugere determinar o(s) objetivo(s) do problema.

Através desta análise, destaca-se também a observação quanto à notação matemática apropriada ou a realização de um diagrama se for o caso.

Segunda Ação: Construir o Modelo Matemático. Neste estágio acontece à relação ou associação dos elementos dados no problema com o objetivo para solucionar, por isso torna-se importante determinar as variáveis e incógnitas, certificando-se das medidas e itens relacionados. Por exemplo, a operação seguinte, nomear as variáveis e incógnitas com suas unidades de medida, atribuindo símbolos frequentemente utilizados tais como a,x,y,z ou atribuir iniciais como símbolos sugestivos volume (v), tempo (t), massa (m).

Construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições do problema, é uma operação entendida como fator essencial desta ação, pois requer do estudante o reconhecimento de padrões que ocorrem no contexto do problema, que pode ser geométrico, numérico ou algébrico, após a identificação do padrão o estudante pode determinar o modelo matemático ou conjecturar se for o caso.

A operação realizar a análise das unidades de medida do modelo matemático visa relacionar a existência de conhecimento estável do estudante ou relacionar ideias que podem ser úteis na resolução do modelo.

Terceira Ação: Solucionar o modelo matemático. São as operações de aporte para a execução e para encontrar a solução do problema a partir do modelo esboçado. Operação inicial desta ação sugere selecionar o(s) método(s)

matemático(s) de abordagem do problema. A operação solucionar o modelo matemático, é uma operação psíquica e motora.

Em algumas situações problema há necessidade de selecionar um Sistema de Computação Algébrica (SCA) que contenha os recursos necessários do(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo matemático, geralmente é aplicado quando o problema é mais complexo ou se desejar demonstrar aspectos detalhados de um problema simples.

A última operação desta ação é solucionar o modelo matemático, que requer essencialmente a organização psíquica dos procedimentos que serão aplicados.

Quarta Ação: Interpretar a Solução. As operações desta ação são essenciais para se observar o nível de compreensão do aluno, possibilitado através do esboço descritivo revelar a forma aderida de interpretação do resultado obtido da solução do modelo matemático.

A operação de extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema, torna possível uma análise qualitativa da compreensão do processo. A operação dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema, significa que o estudante realizou uma relação bem estabelecida dos dados para encontrar a resposta correta.

O aluno ao realizar um informe baseado no(s) objetivo(s) do problema, descreve as informações essenciais relacionadas ao objetivo do problema. E a última operação do processo é analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta com o(s) objetivo(s) do problema(s), a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

Desse modo, a Atividade de Situações Problema em Matemática tem como objeto de estudo os problemas matemáticos, e com o objetivo de prover aos sujeitos a seguirem estratégias eficazes para melhorar o desempenho na resolução de problemas (MENDOZA, ORTIZ & MORENO, 2009a). A ASP será utilizada na intervenção desta pesquisa para desenvolver a habilidade dos sujeitos de resolver problemas no conteúdo de geometria plana envolvendo cálculos de ângulos, triângulos e circunferência, com a utilização de programas computacionais.

Resumidamente, a direção da ASP está organizada:

1. Objetivo de Ensino: Construir ideias conceituais de geometria plana e suas propriedades.
2. Nível de Partida: domínio dos conceitos de ângulos e triângulos, e suas operações;
3. Processo de Assimilação: iniciado a partir das ideias intuitivas orientadas para formalizar o conceito geral, aumento do grau de complexidade dos problemas e planejamento em conjunto;
4. Retroalimentação: observação direta e descrição do evento, reflexão sobre o método as aulas práticas e a execução dos problemas;
5. Correção: identificação das falhas por meio das operações do Sistema de Ações; retomadas dos pontos críticos de assimilação com ênfase nos objetivos das aulas práticas e vinculação sequencial das aulas.

Segundo Polya (2006) para resolver um problema matemático deve-se partir de conceitos muito claros, que estão razoavelmente organizados na mente, pois num problema matemático perfeitamente formulado, devem ser considerados todos os dados e todas as cláusulas da condicionante, não se esquecendo de fazer indagações sobre o problema e o processo, bem como avaliar as informações disponíveis.

Segundo a classificação de Polya são quatro as etapas do processo de resolução de problemas:

a) A primeira coisa a fazer é compreender o problema;
b) A concepção de um plano, de uma ideia da ação apropriada;
c) Executar o plano na hora certa, quando ele estiver amadurecido;
d) Reexaminar a solução completa.
e) Baseado nestas quatro etapas Polya (1975) cria os quatro princípios para a resolução de problemas matemáticos de ordem lógica amplamente utilizados, simplificados em:
f) compreender o problema;
g) construir o modelo matemático;
h) resolver o modelo matemático;
i) interpretar a solução.

Polya (2006) enfatiza a revisão da solução de um problema como o princípio mais importante, pois esta pode propiciar a verificação da argumentação e também fazer uma reflexão sobre o processo de resolução procurando descobrir a essência do problema e do método utilizado. Para Polya “resolver problemas é uma habilidade prática, que se aprende por meio de imitação e prática. [...], para se tornar um bom ‘solucionador de problemas’, tem que resolver problemas”.

Mendoza (2009) em um estudo realizado, complementa os princípios de Polya, inserido, entre os procedimentos, um sistema de ações que permite uma análise mais detalhada dos dados para resolução de problemas.

Sustentada pela teoria psicológica de formação por etapas das ações mentais, pela direção do processo de estudo e pelos princípios de resolução de problemas de Polya foi elaborada por Mendoza (2009, p.69) a Atividade de Situações Problema em Matemática estabelecida por um sistema invariante de quatro ações.

1.4 O ENSINO DA MATEMÁTICA MEDIADO POR TECNOLOGIAS

Tradicionalmente nas escolas os conteúdos de matemática são sempre trabalhados através de modelos antigos e não muito atrativos, partindo das definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, pressupondo que o aluno aprenda muitas vezes pela reprodução.

Para Lorenzato (2006, p. 55-58), uma das principais finalidades de se aprender matemática é o desenvolvimento do raciocínio lógico, da estimulação do pensamento independente da criatividade e da capacidade de resolver problemas e que os educadores matemáticos, devem procurar alternativas para complementar os ensinamentos transmitidos em sala de aula, aumentando no aluno a motivação para a aprendizagem.

O autor ainda vem abordar que durante o processo de ensino de matemática, os professores quase nunca utilizam atividades práticas para ensinar, aprofundar ou complementar conteúdo do currículo escolar, geralmente as aulas são apresentadas de forma expositiva e desvinculada do cotidiano dos alunos, fazendo com que estes alunos tenham um desinteresse pela matéria.

Uma das habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, dentro do contexto sociocultural do educando, é utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, com referência à utilização de recursos tecnológicos, recomendam que, desde o início do curso, o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho (PCNEM, 2000).

Em se tratando da Matemática, ensiná-la tem sido uma tarefa difícil. A dificuldade pode estar, segundo Gonçalves (2003), no fato de se passar uma imagem de que a Matemática é, por excelência, o lugar das abstrações, enfatizando-se seus aspectos formais e divorciando-a da realidade, tanto para quem aprende como para quem ensina.

A tecnologia, em especial, o computador, se utilizado de forma adequada, pode contribuir para a criação de um cenário que ofereça possibilidades para o aluno construir uma ponte entre os conceitos matemáticos e o mundo prático (COTTA, 2002).

O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação- TICs, podem ser um aliado do professor na proposição de espaços de aprendizagem. De acordo com Belfort (2002), na Matemática as TICs podem favorecer a compreensão de conceitos, o desempenho na resolução de problemas e no raciocínio lógico-dedutivo do estudante.

Ricoy e Couto (2011) ressaltam que o professor tem que estar preparado para reconhecer a importância de integrar as TIC como recurso didático para a comunicação, a representação gráfica, a obtenção de informação e o desenvolvimento de cálculos. Desse modo,

> [...] a formação inicial deve somar-se atualizações, sob pena de cristalização profissional. Para conseguir adequar os recursos educativos a estratégias metodológicas inovadoras é necessário saber de sua existência, explorá-los e manejá-los com tempo, com disponibilidade e abertura para recorrer às novas formas de ensinar (RICOY; COUTO, 2011, p. 97).

Nesta mesma concepção Cotta (2002, p. 32-36) nos chama a atenção quanto ao uso do software na matemática e diz que é preciso que o professor defina objetivos e domine bem as atividades que propõe, seja qual for o recurso escolhido

para utilizar em sua aula e deve estar atento para o fato de que o uso de qualquer ferramenta computacional exige muito dos educadores. Portanto, é necessária uma análise criteriosa que permita, antes, a escolha e, depois, a mais adequada utilização desta ferramenta.

Outro fator importante para a adequada exploração de tais recursos é que a escola se conscientize de que a Informática não pode ficar restrita a um "responsável pelo laboratório", mas faça parte das disciplinas, numa abordagem interdisciplinar, fornecendo condições para sua efetiva utilização por parte dos professores e alunos (LOPES, PINTO e VELOSO, 1998).

No processo de ensino e aprendizagem da matemática busca-se, muitas vezes, uma prática vinculada ao contexto do aluno para facilitar a compreensão do conhecimento. Para isso são feitas analogias entre situações vivenciadas pelo aluno e o conhecimento curricular estudado, na tentativa de superar a complexidade do conteúdo puramente abstrato (Giardinetto, 1996).

Dessa forma, o ensino da matemática pode e deve estar contribuindo para o desenvolvimento do homem na sua formação ética, na autonomia intelectual e na compreensão sociocultural. Por meio do ato educativo ocorre a apropriação das objetivações humanizadoras resultantes do processo histórico-social desencadeado pelos homens, oferecendo ao educando a sua humanização e emancipação (Brasil, 2006).

Então, é necessário não apenas ter domínio dos recursos tecnológicos, mas de um método de ensino, de uma sequência didática que promova o trabalho com o uso de softwares no ensino da matemática, envolvendo o domínio das competências exigidas para o estudo, a elaboração de um planejamento didático eficaz e flexível, os recursos didáticos disponíveis e a participação do estudante na construção dos saberes escolares.

1.5 O POTENCIAL DOS COMPUTADORES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Com o desenvolvimento do campo tecnológico e as mudanças contemporâneas através do uso da internet e outras tecnologias disponíveis, nos vemos em uma nova era tecnológica da informação. Hoje é possível perceber o quanto as tecnologias estão diretamente ligadas à forma de comunicar, aprender e realizar simples tarefas, como obter algum produto, por isso acredita-se que seu uso

na prática pedagógica vem a contribuir com o ensino-aprendizagem além de integrar a escola neste constante processo de transformação social. “Cada vez mais, é preciso que haja uma nova escola, que passa aceitar o desafio da mudança e atender às necessidades de formação e treinamento em novas bases.” (KENSKI, 2007, p. 51).

O uso de computador como recurso didático é uma tendência em educação que vêm ganhando força nos últimos anos, principalmente por causa do desenvolvimento tecnológico, que possibilita a criação de ferramentas como os softwares, cada vez mais favoráveis na sua composição.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam para o uso de softwares em sala de aula, como recurso didático, ao afirmarem que os computadores podem ser usados nas aulas de Matemática com várias finalidades, por exemplo, como meio para desenvolver autonomia pelo uso do software que possibilitem pensar, refletir e criar soluções, ou também como uma ferramenta para realizar determinadas atividades-uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, bancos de dados, entre outras possibilidades (BRASIL, 1998).

Essas recomendações também foram apresentadas às organizações escolares por meio dos PCNs (BRASIL,1997) segundo os quais o computador é apontado como um instrumento que traz diversas possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua presença na sociedade da comunicação e informação, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo.

Segundo Kenski (2007), escola é um espaço reservado ao desenvolvimento pessoal, para que os alunos se integrem na sociedade com valores e atitudes que venham a contribuir para o desenvolvimento, tanto individual como social. Tendo em vista as características desta nova sociedade da era tecnológica e a finalidade das escolas, percebemos o quanto é imprescindível à efetiva utilização de recursos tecnológicos na formação dos indivíduos.

> O desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, a qual transcende os paradigmas ultrapassados do ensino tradicional [...]. Essa nova dimensão prioriza um novo conhecimento que considera o desenvolvimento do pensamento criativo como uma dimensão fundamental da cognição humana. (MISKULIN, 2010, p. 154).

Contudo, é mister salientar que as tecnologias em si, presentes nas escolas, não proporcionam o resultado esperado se não utilizadas em conjunto com a reflexão humana, como aponta Rezende (2002, p.1), então cabe ao professor se apropriar destes meios a fim de que contribua para a reflexão e estimule o pensamento crítico do aluno, e não simplesmente na facilitação da resolução de questões complexas.

> A tecnologia por si só não é um instrumento para resolver todos os problemas, mas auxilia no processo de cognição, usando tanto a escrita como a oralidade das soluções, criando novos ambientes, com grandes possibilidades de serem explorados; a esses ambientes chamamos de ecologia cognitiva, em que convivem as tecnologias de informação, com as engenharias cognitivas e pedagógicas e principalmente com o elemento humano e suas interações. (TREBIEN, 2003, p. 82).

No ensino da matemática, as tecnologias têm possibilitado novos meios, ferramentas diferenciadas e dinamicidade para auxiliar e diversificar o trabalho do professor.

As novas tecnologias de comunicação (NTICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas modificações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. A imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Quando bem utilizados, provocam a alteração de comportamento de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. (KENSKI, 2007, p. 45).

Para Trebien (2003, p. 84) com o uso de softwares educacionais, além de absorver todos os componentes de um produto de software tradicional, deve envolver equipes de desenvolvimento multidisciplinar, devendo refletir os objetivos educacionais propostos e a ecologia cognitiva a que se propõe, criando situações que estimulem o desenvolvimento das habilidades desejadas.

Este fato indica que, por ser um instrumento lógico e simbólico, pode vir a contribuir muito para que a criança, já no Ensino Fundamental, aprenda a lidar com sistemas representativos simbólicos, linguísticos e/ou numéricos. Assim, pode não apenas consolidar a construção de conceitos como o de números e formas, mas também construir bases da inteligência mais abstrata que virá depois, com as hipóteses e deduções em situações-problema.

Pode-se despertar o interesse dos alunos, uma vez que se trata de uma forma diferenciada do professor abordar conteúdos matemáticos no uso de recursos gráficos e midiáticos nas aulas. Porém, para ocorrer essa aprendizagem, o professor precisa propor uma metodologia que possibilite a ação pedagógica, haja vista que, no processo de aquisição de conhecimentos o uso de recursos didáticos tecnológicos, correm o risco de apenas ser um mero transmissor de conteúdos por meio da repetição e memorização, então o professor deve ater em uma teoria de ensino que direcione as ações pedagógicas no uso de softwares educacionais na escola.

Para tanto, Valente (1999) aponta que é importante deixar claro que somente a inclusão da informática na escola não é indicação de mudança. Mais ainda, o estudante usar o computador para realizar tarefas (agora bem apresentadas, coloridas, animadas etc.), não é indicação de que ele compreendeu o que fez. A qualidade da interação aprendiz-objeto, descrita por Piaget é, particularmente pertinente no caso do uso da informática e de diferentes softwares educacionais.

Do mesmo modo que não é o objeto que leva compreensão, não é o computador que permite ao estudante entender ou não um determinado conceito. A compreensão é fruto de como o computador é utilizado e de como o estudante está sendo desafiado na atividade de uso desse recurso. (PIAGET, 1978, p. 179)

Piaget, no seu livro "Fazer e Compreender" (Piaget, 1978), fala sobre essa mesma ideia em termos da "direção para o futuro" ou "aberturas sobre novidades imprevisíveis" (Piaget, 1978, p.183).

Para o autor, o que motiva um indivíduo a compreender uma tarefa é o desejo de alcançar, no futuro, um resultado que é atualmente previsível. Porém, o processo de resolver um problema ou explicar um fenômeno conduz a soluções que criar novos problemas, que exigir novas soluções e, assim, sucessivamente. Esta direção para o futuro oscila entre uma solução obtida no passado e aberturas para novidades, impossíveis de serem previsíveis.

Entretanto, o aprendiz sabe que pode alcançar um nível de compreensão conceitual graças ao seu raciocínio e consciência da sua capacidade e não por adivinhá-lo ou descoberta.

1.6 O ENSINO DE GEOMETRIA NO COTIDIANO ESCOLAR

Atualmente alguns pesquisadores têm se dedicado ao estudo da geometria, Lorenzato (1995), Pais (1996), Passos (2000), Pavanello (1993), Gravina (1998) entre outros, se discute sobre algumas habilidades que as escolas devem desenvolver nos estudantes, sendo que uma delas diz respeito à compreensão dos conceitos geométricos de uma maneira ordenada e que conduza o aluno à resolução adequada e significativa de problemas.

Os professores, conforme pesquisas de periódicos, devido à sua formação têm uma tendência em pensar que a geometria é assunto para segundo plano, sendo que os outros assuntos de álgebra, por exemplo, são mais importantes e por isso têm prioridade.

Nesse sentido, no artigo de Ivan Nivem, organizado por Lindquist (p.50) acrescenta que “devemos ensinar geometria como geometria, do mesmo modo como a álgebra e o cálculo são ensinados”. Estas afirmações são reforçadas por Lorenzato (2006, p.59) quando diz que “por mais conhecimentos sobre outras partes da matemática que alguém possuir, eles não serão suficientes para resolver questões que demandarem percepção e raciocínio geométrico”. Assim, a matemática apresenta questionamentos que exigem uma forma própria de raciocínio que é desenvolvido apenas pelo estudo da geometria.

Para os PCN’s (2006) a geometria está presente nas formas naturais e construídas, representadas em infinidades de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços, vivenciados na sociedade.

O componente geometria, no ensino médio vem tratar das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Daí a importância do estudante, em ser estimulado ao estudo das representações geométricas, pois traz um conjuntos de conceitos e definições que expressam o próprio espaço que o circunda.

Para tanto o estudo proposto trará duas maneiras diferentes de pensar em Geometria, a primeira delas marcada pela identificação de propriedades relativas a paralelismo, perpendicularismo, interseção e composição de diferentes formas e a segunda, que tem como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes.

> Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas. (PCN's, 2006, p. 86)

Então, parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. Com isso, o estudante tem a possibilidade de criar, recriar, montar, construir, com bases nos axiomas propostos.

Para os PCN's (2006), o ensino da geometria, na perspectiva das medidas, pode se estruturar de modo a garantir que os estudantes aprendam a efetuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro. E apresenta seus objetivos com este estudo sobre geometria espacial que traz: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

• Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.

• Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.

• Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.

• Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.

Contudo, a principal estratégia de abordagem dos conteúdos de geometria indicada pelos Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio é a resolução de problemas relacionados com a realidade dos estudantes.

> Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento da matemática, a Proposta dos PCN's + privilegia o tratamento das situações-problemas, preferencialmente tomadas em contextos reais. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que posa ser questionado. (BRASIL, p. 23, 2006)

1.7 O GEOGEBRA E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA.

Atualmente a maioria das escolas é equipada com computadores com acesso à internet e softwares educacionais instalados. Para a disciplina de matemática existem softwares (livres ou proprietários) que podem fornecer uma melhor visualização de gráficos, figuras geométricas inclusive em 3D.

Com a utilização destes softwares é possível que o aluno teste hipóteses e investigue conteúdos e, quem sabe, confira conceitos já estudados, resolva problemas propostos, ou até mesmo de uma forma mais interativa resolva exercícios de fixação em softwares, que passam a ideia de etapas e grau de dificuldade, como um jogo de vídeo game, uma forma de incentivar o aluno a pensar cada vez mais para superar limites.

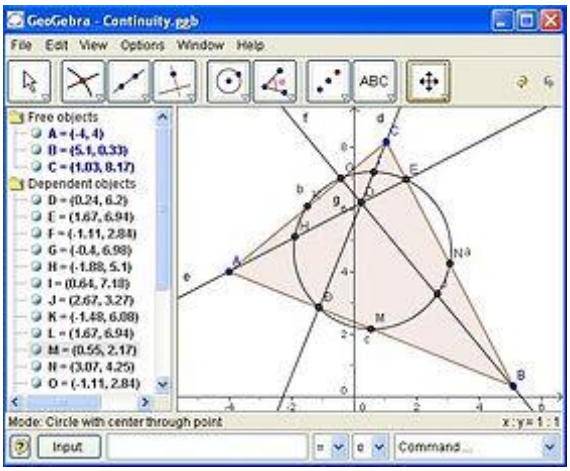
Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, são ferramentas que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. Eles apresentam o recurso de “estabilidade sob ação de movimento”. Ou seja, feita uma construção, a figura que está na tela do computador se transforma quanto ao tamanho e posição, mas preserva as propriedades geométricas que foram impostas no processo de construção, bem como as propriedades delas decorrentes. Assim, a “figura em movimento” guarda características que são importantes sob o ponto de vista da geometria e estas figuras que não perdem suas propriedades são ditas figuras da geometria dinâmica (Gravina 1998).

A interface interativa desses programas também favorece o espaço para exploração e para experimentos de pensamento. A manipulação direta de objetos na tela do computador, com análise imediata da construção, faz com que o aluno procure entender o resultado de suas ações e assim questione suas conjecturas.

Os softwares de geometria dinâmica propiciam atividades de investigação que organizam o processo de aprendizagem na forma de espiral com as etapas de ação, de formulação e de validação. Se as primeiras conjeturas estão ainda baseadas em raciocínios empíricos, conforme o aluno avança nas manipulações de figuras da geometria dinâmica, suas conjeturas passam a ser enunciadas com controle geométrico (Gravina, 2001).

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para ser utilizado no ensino de Matemática nas modalidades de Ensino Fundamental, Médio e Superior que reúne geometria, álgebra e cálculo. O uso pedagógico deste programa pode trazer importantes contribuições para que as aulas de matemática tenham um complemento do trabalho realizado em sala de aula

O GeoGebra é escrito na linguagem de programação Java e assim está disponível em múltiplas plataformas. Uma de suas principais características é o fato de ser gratuito, suas construções podem ser disponibilizadas na Internet, roda em qualquer sistema operacional (Microsoft Windows, GNU/Linux, Macintosh), possibilita uma comunicação direta com os autores, correção de problemas e incorporação de novos recursos (ARAÚJO, 2008).



Fonte: http://geogebra.org

Figura1: Interface gráfica do Geogebra

Conforme figura acima, as configurações básicas do programa são: a janela da esquerda ou janela de álgebra é onde aparecem indicações dos objetos (coordenadas de pontos, equações de retas, de cônicas, funções, comprimentos, áreas); a janela da direita ou janela de gráficos é onde aparecem os pontos, figuras geométricas e apresenta um sistema de eixos coordenados e as linhas de grade; e a linha/entrada de comandos, zona destinada à entrada dos comandos/condições que definem os objetos.

O Geogebra por ser um software de geometria dinâmica, o Geogebra permite a movimentação dos elementos representados, pontos, retas, circunferências e todos enfim, por meio da ferramenta próprias. Por meio desse recurso, os alunos podem fazer diversas alterações de forma, posição e tamanho, triangulação, e visualização da composição algébrica, entre outros recursos possibilitarão aos alunos uma série de combinações de construções geométricas, nas quais eles utilizaram as orientações e a criatividade para construir e resolver as atividades propostas.

Por esta razão, o Geogebra irá propiciar uma situação favorável para que os alunos se interessassem pela criação de representações próprias da geometria plana, podendo, assim, construir o seu conhecimento e desenvolver autonomia para a aprendizagem, pois permitirá ao estudante a experimentação em espaço virtual, construindo seus próprios significados.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo é feito uma abordagem sobre os procedimentos teórico-metodológicos da pesquisa enfocando os aspectos que envolvem o problema, os objetivos, as finalidades do estudo e as etapas que irá ser desenvolvidas ao longo da pesquisa. Seguidamente, é feita uma breve descrição dos participantes na investigação (sujeitos/alunos, monitores/pesquisadores e investigador/professor). São ainda referidas as estratégias de coleta e tratamento de dados durante a investigação, nomeadamente através da observação direta e participante (questionários e entrevistas), análise de registros de avaliações periódicas, a maneira como são tratados os dados e a estratégia pedagógica utilizada.

2.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DA PESQUISA

A investigação teve início em maio de 2014, com a realização de uma oficina didática cujo o objetivo foi de estudar modelos matemáticos com uso de softwares dinâmicos utilizando a geometria plana como área de conhecimento a ser estudado.

Inicialmente realizamos uma reunião com gestores e professores de matemática para expor a pesquisa, assim poderíamos diagnosticar o cenário, realizar visitas aos espaços pedagógicos da escola para verificar as condições e rotinas dos mesmos, criando uma certa ambientação ao campo de pesquisa.

Em seguida buscamos observar, participar das aulas de matemática, na certeza de familiarizar-se com os espaços de estudo dos estudantes em classe. Assim, poderíamos estabelecer uma contato mais próximos com os sujeitos da pesquisa, e criar um certo vínculo, para estudar e entender suas impressões diante da disciplina e sua rotina escolar. Aproveitando o ensejo para estudar como se dava a rotina de sala de aula do professor com os estudantes em classe.

Portanto, tivemos como base a investigação qualitativa, por estabelecer características prioritárias ao nosso estudo: a importância da pesquisa, a importância na interpretação dos significados dos dados, a coleta e a análise desses dados de forma indutiva e descritiva que se baseiam o trabalho.

Diante disso, tivemos como investigar os conteúdos proposto para o período letivo para o 1º ano do Ensino Médio em matemática, mais especificamente, os conceitos de geometria plana e a resolução de problemas envolvendo os polígonos. E também a utilização de espaços pedagógicos multimídias na escola.

Contudo, a pesquisa corresponde a um estudo descritivo com abordagem qualitativa, pelo fato de podermos ter informações mais consistentes sobre as situações vivenciadas em sala de aula, com o estudo da Geometria plana. Nossa pesquisa corresponde ao que dizem Lüdke e André (1986):

> [...] a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra do trabalho investigativo de campo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.11).

O universo da pesquisa é composto por 5 (três) turmas de 1° ano do Ensino Médio, todas do turno vespertino, totalizando aproximadamente 102 alunos. Deste universo obtivemos 26 alunos inscritos que se dispuseram a participar. A escolha se deu por meio de inscrições. A partir do contato anteriormente em sala de aula, realizamos o convite aos estudantes de todas as turmas do 1º ano, em aprofundar os estudos de conceitos de geometria plana, fora do ambiente escolar. Os estudantes traziam um Termo de Compromisso (conforme modelo em anexo) assinado por seus pais ou responsáveis, se comprometendo participar do estudo,

que iriam ocorrer num Laboratório de Informática, em uma instituição de Ensino Superior, nas proximidades da escola-campo de pesquisa.

As atividades ocorreriam todos os sábados, manhã e tarde, com (3) três horas de duração, totalizando (10) dez encontros, que corresponderia à 40 (quarenta) horas, com direito à Certificado de Participação ao final do estudo. É importante salientar, que os estudantes inscritos, formaram duas turmas, 13 (treze) no período da manhã e 13 (treze) no período da tarde.

No laboratório de informática da escola. Os alunos da escola foram auxiliados por 5 (cinco) acadêmicos do 6º Período do Curso de Licenciatura em Computação do, na condição de “co-pesquisadores”, cujo suas tarefas foram auxiliar os alunos nas suas atividades, elaboração e registros e correção do problemas geométricos com uso do geogebra, instalar, configurar e programas os recursos necessários nos computadores.

Conforme Lakatos:

> A delimitação do universo consiste em explicar que pessoas ou coisas, fenômenos etc. serão pesquisadas, enumerando suas características comuns, como por exemplo, sexo, idade, faixa etária, organização a que pertencem, comunidade onde vivem etc.(LAKATOS, 1992, p.108).

Para a realização da pesquisa, elaboramos atividades sequenciadas baseadas no livro didático e apostilas adotado pelo professor de matemática, nestes exercícios transpondo-os para o software GeoGebra a fim de serem desenvolvidos com os estudantes na resolução de problemas matemáticos.

2.2 CENÁRIO DA PESQUISA

A Escola Estadual Jesus Nazareno de Souza Cruz foi cenário desta pesquisa, a mesma pertence a Rede Estadual de Ensino de Boa Vista/ Roraima, situada á Rua Manuel Sabino dos Santos, 36 - Bairro Caranã, completou 24 anos de existência no dia 28/09/2014.A escola funciona nos três turnos oferecendo o Ensino Fundamental e Médio e atende aproximadamente 1.126 alunos. Trata-se de uma escola por volta de 37 professores com formação em Graduação e Pós- Graduação: Especialização, Mestrado e Doutorado.

A maioria dos alunos, são oriundos do próprio bairro e áreas adjacentes, são de famílias carentes que sofre com os problemas sociais da Região. Os alunos

também possuem razoáveis índices de aproveitamento nas avaliações realizadas pela escola e nas avaliações realizadas pelo Governo Federal como a Prova do ENEM. Em 2013, a média do desempenho em matemática chegou a 441, 65, tendo por base a média da escola que ficou no ranking em primeiro lugar no Estado chegou a 490,68. Vale lembrar que não levamos em consideração os dados das provas do ENEM como parâmetro de nossa pesquisa com os estudantes, haja vista que, não obtivemos inscritos do 1º ano que realizaram as provas em 2013.

A escola também conta com um laboratório de informática com 12 (doze) máquinas, sendo que apenas 9 (nove) estão funcionando, são computadores multi-terminais, nas quais está instalado o Linux educacional 3.0. As condições físicas do laboratório não são consideradas excelentes devido à acomodação dos computadores realizada de forma precária e provisória. Por estas circunstâncias que resolvemos utilizar outro laboratório, fora da escola, para a realização do estudo, oferecendo os recursos necessários para a produção das aulas de forma tranquila.

2.3 DEFINIÇÃO DA ESCOLA-CAMPO

Trata-se de um estudo que envolve os alunos e os professores do 1º ano Ensino Médio. O critério inicial de seleção da escola participante da pesquisa é ser da rede estadual de ensino, haja vista que o Programa de Pós Graduação do Mestrado Profissional apresenta como um dos objetivos a formação de pessoal qualificado para o exercício da atividade de ensino.

Em razão do grande número de escolas estaduais e do tema de estudo envolver o Ensino problematizador, elegemos como segundo critério, a disponibilidade no trabalho com a informática na educação em outro espaço de aprendizagem (laboratório de Informática). O envolvimento dos gestores e dos professores; a localização da escola perto de nós (pesquisadora), fator de grande importância por facilitar o contato com os gestores, professores e alunos.

Procuramos inicialmente a escola, com a intenção de conhecer os gestores, os professores e os alunos. Percebemos em conversas informais que a escola estava interessada em participar dessa pesquisa colocando-se à disposição dos pesquisadores.

Como mencionado anterior, no segundo encontro, foi realizada uma reunião entre os pesquisadores e monitores, a coordenadora pedagógica e os professores de Matemática do 1° ano, quando foi discutido como seria a investigação, a utilização do software e por fim a produção de um material didático multimídia para ficar disponível no acervo da escola.

Além disso, foi acertado que os pesquisadores estariam juntamente com o professor da disciplina de matemática na realização desta Oficina, tanto no planejamento, quanto na execução das atividades propostas. Ainda ficou estipulado que ocorreriam reuniões semanais com o professor de Matemática para discussões e reflexões a respeito do desenvolvimento das atividades, reuniões estas que foram apoiadas tanto pelos interesses relacionados à pesquisa como também por objetivos pedagógicos da escola e do professor.

2.4 ESTRATÉGIAS PARA A COLETA DE DADOS

O Processo de coleta de dados em uma pesquisa qualitativa é um processo dinâmico. Conforme Lakatos e Marconi (1993, p. 165), a coleta de dados “exige do pesquisador paciência, perseverança e esforço pessoal, além do cuidadoso registro dos dados e de um bom preparo anterior”. Por esse motivo especificamos formas de coletar dados durante a pesquisa, nas aulas de Geometria no laboratório de informática com o software GeoGebra, com a finalidade de registrar o processo de construção de conceitos de elementos da geometria plana e resolução de problemas matemáticos com o uso do software GeoGebra para alunos do 1°ano do Ensino Médio, possibilitando uma reflexão crítica sobre esse processo.

Os instrumentos propostos para a coleta de dados contemplam informações importantes para compreender a questão da pesquisa. Com isso, buscamos compreender esse processo de apropriação desse conceito pelos estudantes, onde consideramos o ponto de partida, por meio da prova diagnóstica. Para tanto, iniciamos a coleta de dados trabalhando com alguns instrumentos: prova diagnóstica, entrevistas, observações, fotos, gravações e diário de campo.

2.5 PROVA DIAGNÓSTICA

A realização da primeira avaliação que denominamos aqui de *teste diagnóstico* (vide em anexo) foi realizada com as duas turmas dia 16 de maio de 2014. Essa avaliação contém um total de cinco (5) questões onde abordamos o tema sobre: polígonos, diferentes tipos de polígonos; lados, vértices e perímetro de polígonos; triângulos; medidas dos ângulos. Sendo destas questões extraímos três (2) duas resolvidas pelos estudantes para fazer as análises das respostas.

Propôs-se como análise das respostas produzidas pelos estudantes por meio dos níveis de desempenho por realização de cada ação, assim representados: ***(1) Fraco***- não desenvolveu a ação; ***(2) Regular*** – desenvolveu a ação parcialmente com erros; ***(3) Moderado***- desenvolveu a ação parcialmente sem erros; ***(4) Forte***- desenvolveu a ação corretamente com rasuras; ***(5) Muito Forte-*** desenvolveu a ação completamente correta.

Desta forma, pôde-se obter parâmetros que nos permitiram avaliar o desempenho dos alunos e o seu nível de partida em relação às suas competências. Vale ressaltar, que no pré teste não se utilizou do software Geogebra para realizar os cálculos e resolução dos problemas.

2.6 ENTREVISTAS

A entrevista facilita a integração entre os entrevistados e o pesquisador, proporcionando uma maior interação e flexibilidade. A escolha por esse instrumento se deve ao fato de ser bastante flexível, permitindo ao pesquisador perceber informações sobre as atitudes e opiniões dos entrevistados.

As entrevistas foram realizadas em conjunto com as avaliações feitas pelos estudantes, tendo como finalidade compreender as respostas dadas por estes alunos em cada questão. Essas entrevistas não seguiram um roteiro específico, pois procuramos questionar as respostas dadas pelos alunos a fim de compreender as resoluções das atividades propostas e suas percepções sobre os conceitos estudados anteriormente.

Esse instrumento nos possibilitou compreender o processo de construção do conceito de geometria plana pelos estudantes ao trabalharem com as atividades de

situação problema auxiliados por um software educativo. Além disso, a entrevista tem a vantagem de ser uma ferramenta flexível quanto ao tempo, permitindo ao pesquisador se deter mais profundamente em um determinado tópico, e a interação entre entrevistado e pesquisador favorece as respostas espontâneas, que são de grande importância para a nossa pesquisa.

2.7 OBSERVAÇÕES

Elaboramos um roteiro de observação(vide anexo) com o intuito de conhecer a forma como os estudantes se apropriam do conceito de geometria plana com o uso do software educacional na resolução de situações problemas matemáticos. A observação teve um caráter exploratório, tendo sido realizada em todos os encontros de nossa pesquisa, visando conhecer como os estudantes realizam a construção desses conceitos trabalhando com atividade de situação problema e utilizando o software como ferramenta de apoio a aprendizagem.

Segundo Vianna (2003,p.12) observação é "uma das mais importantes fontes de informações em pesquisas qualitativas em educação.". Optamos pela observação participante, na qual o observador participa do grupo estudado, entrando em contato, estabelecendo diálogos com os participantes da pesquisa e tentando fazer com que a sua presença não interfira nos acontecimentos. Entendemos que esta espontaneidade venha a contribuir com a construção de conceitos dos estudos.

2.8 FOTOS E GRAVAÇÕES EM VÍDEO

Optamos pelos registros fotográficos, procurando capturar os momentos dos gestos dos alunos nesta fase da pesquisa, ou seja, a utilização do Geogebra nas aulas de Matemática. As fotos foram tiradas tendo a permissão escrita dos pais e responsáveis pelos alunos sujeitos da pesquisa e autorização dos coordenadores e gestores da escola, estas foram utilizadas juntamente com cópias das atividades desenvolvidas pelos alunos, para a construção de um banner que foi apresentado na Feira de Ciências organizada pela escola.

Também utilizamos a gravação de vídeos, com o intuito de analisar o potencial dos estudantes na interpretação das situações problemas matemáticas e

nas produções realizadas com o Geogebra. Para a produção dos vídeos utilizamos um editor Camtasia, que captura áudio e vídeo direto do computador.

Assim, tínhamos como registrar as atividades desenvolvidas pelos alunos no uso do Geogebra no computador, e capturar suas imagens na execução das tarefas ao longo da pesquisa.

2.9 DIÁRIO DE CAMPO

No diário de campo podemos anotar observações, registramos fatos, acontecimentos ou incidentes ao longo do decorrer dos encontros a serem realizados no Laboratório, fornecendo dados para análise da construção do conceito de polígonos pelos alunos, com base na atividade de situação problema matemático com o auxílio do software dinâmico em matemático, o geogebra.

Nesse diário registramos nossas reflexões a respeito do comportamento dos alunos, a interação dos alunos com o software no laboratório, a relação desses alunos com as professoras e colegas, suas dificuldades e facilidades em interagir com o software GeoGebra, buscando indagar como se dava a resolução das atividades realizadas.

2.10 ORGANIZAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As análises foram realizadas com caráter qualitativo e interpretativo, buscando responder a questão da pesquisa considerando o seu contexto, no que diz respeito a como se estabelece a relação entre a aprendizagem do conceito de geometria pelo aluno no ensino médio? Será que ao utilizar o geogebra como recurso auxiliar no ensino de geometria plana o aluno pode apresentar domínio do conteúdo geometria? Será que a teoria de Galperin, por meio da formação por etapas metais irá contribuir com o aluno no alcance das competências específicas do ensino de geometria? Qual é a contribuição desta teoria para o alcance dos objetivos educacionais no ensino de geometria plana? Poderíamos utilizar os recursos do geogebra para otimizar a situação referente ao ensino de geometria plana e espacial?

Para iniciarmos a análise dos dados, buscamos organizá-los de forma a simplificar o processo:

- Categorização dos dados de acordo com situações e acontecimentos;
- Análises sobre essas categorias, procurando descrever e justificar esses acontecimentos;
- Trabalho com os dados visando descobrir processos pessoais da construção de conceitos;
- Realização da escrita dos resultados encontrados;

Durante os meses de abril a agosto de 2014, coletamos os dados junto aos sujeitos da pesquisa. Para dar subsídio à realização das análises, procuramos realizar uma leitura de todo esse material para obtermos uma visão mais ampla e significativa sobre a questão da pesquisa. Realizamos a triangulação dos instrumentos da pesquisa para uma melhor compreensão e análise dos dados.

Seguindo as orientações teórico-metodológicas de Galperin, as intervenções tiveram as seguintes etapas:

• Definição do conceito: Enfoque nas características essenciais dos conceitos envolvidos na temática e na ação requerida para a sua compreensão;

• A etapa material – trabalha-se com as características necessárias e suficientes para o processo de inclusão dos conceitos na ação a partir dos conceitos geométricos e derivados de ponto, reta, linha curva, semi reta, segmento de reta, plano, semi plano, lugar geométrico e ângulos.

• Etapa da linguagem externa: discussões orientadas pelas observações e questões referentes aos fenômenos estudados e dos resultados obtidos na etapa anterior;

• Etapa da linguagem interna: estudo individual por parte dos alunos sobre o conteúdo e atividades a serem realizadas durante as intervenções.

• Uso da Base Orientadora da Ação: será proposta pelo professor e utilizada pelos alunos para responder uma prova diagnóstica, como ponto de partida, composta de 10 (dez) problemas matemáticos envolvendo as propriedades dos polígonos, quadriláteros, leis e teoremas. Este será corrigido baseado em padrões de respostas previamente definidos pelo professor regente da turma.

Os elementos estruturais consistem na Base Orientadora da Ação – BOA, onde apresentam-se como um sistema de condições objetivamente necessárias em

que o sujeito se apoia e que torna possível o cumprimento da ação. É um projeto de ação a ser realizada pelo aluno, representa um caminho que serve para orientar-se, apresentando condições para o cumprimento bem sucedido da ação. A BOA é considerada responsável pela construção correta e racional da execução de determinada ação. Considerando a importância dada à base orientadora da ação, é necessário, a partir dos primeiros dias na escola, ensinar aos alunos a identificar e compreender o seu sistema de condições, no qual se deve orientar na resolução de problemas. A atitude consciente dos alunos em relação as suas atividades de estudo deve encontrar apoio em seu desejo e na capacidade de estudar, que podem surgir no processo de realização real da atividade de aprendizagem (DAVYDOV, 1988, p. 93).

Rovira e Sanmartí (1998) indica um esquema geral para a construção de uma base de orientação para os alunos, de modo que possam, na análise do problema, formular as seguintes perguntas:

- Identificação do problema: a que categoria pertence a atividade planejada?
- A motivação para resolver o problema: Por que esta ação deve ser realizada?
- Objetivo do problema: o que podemos conseguir na realização desta ação?
- Operações: quais as operações que devem ser realizada na solução da tarefa e em que ordem devem ser executadas?
- Condições para resolver o problema: quais as condições que disponho para colocar em prática a minha ação. O que devo considerar sobre os dados de que disponho sobre a realidade objetiva? As condições incluem os conhecimentos necessários que tenho ou preciso ter para resolver o problema e também se relaciona com o conteúdo da base de orientação.
- Estratégias de resolução do problema: de que forma podemos resolver o problema; qual o caminho menos oneroso, mais rápido e eficiente para resolver o problema.
- Resultados esperados: a partir da análise dos dados que projeção posso fazer dos resultados
- Plano de ação: esquemas de resolução que podem ser sistematizados a partir da análise dos itens anteriores e adquiridos por experiência na resolução de problemas;
- Resposta ao problema: representa o resultado do percurso desenvolvido e deve ser adequada a proposição inicial do problema.

As etapas material, verbal e verbal externa, serão estudadas conforme o desenvolvimento da fase formativa da pesquisa, onde serão destacadas situações problemas específicas para este período.

E para finalizar o último teste permitirá a análise da transferência de conceitos a situações problemas novos.

Este será desenvolvido por meio de gravações audiovisuais, na certeza de propor problemas matemáticos envolvendo as ferramentas do Geogebra e outro software de modelagem dinâmica.

Os procedimentos serão avaliados qualitativamente no processo de desempenho do estudante, quanto as habilidade para aplicar os conceitos de geometria plana na resolução de problemas.

Os problemas da atividade formativa, foram realizados em diversos momentos, mas foram escolhidos de acordo com o objetivo da análise e com relação aos procedimentos realizados para assimilação das ideias conceituais de geometria no contexto da formação por etapas das ações mentais.

A análise discursiva inicia-se com os dados obtidos no teste diagnóstico de características descritiva e exploratória, formando uma correlação com o nível de partida e as novas ideias do conteúdo de geometria plana, chegando à explicativa com base nas atividades de situações problemas realizadas durante o período.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo é apresentado com detalhes a proposta de ensino de geometria plana, com a compreensão de que pode ser desenvolvida com alunos do Ensino Médio. Para tanto, está organizado em cinco seções que corresponde a cada etapa da Teoria da Assimilação da Ação por Etapas de Galperin.

Em consonância com a própria postura de Galperin (1957) e de todo o grupo de psicólogos soviéticos, Vigotsky (1983), Talízina (1985), Davidov (1988), Leontiev (1978), se faz necessário um estudo preliminar para conhecer as condições conceituais em que se encontram os estudantes. Os resultados é que indicaram o sistema destinado ao grupo efetivo de estudante que desenvolveram as tarefas.

No entanto, Galperin (1989, p. 232) afirma que, geralmente, há alunos com níveis diferentes de formação dos conceitos, pois alguns deles já executam mentalmente algumas ações do conceito, outros somente por raciocínio em voz alta e, também, há aqueles que se apegam a materiais disponíveis. Tais diferenciações são expressões, de certa forma naturais, de assimilação avançada no processo de ensino tradicional.

A partir daí, para criar um ambiente propício para a realização do estudo, logo propôs-se uma Oficina à alunos do 1º ano do Ensino Médio da escola campo de pesquisa, definida anteriormente, com o intuito de estudar conceitos matemáticos relacionados à geometria plana por meio do uso de softwares de modelagem e geometria dinâmica a ser produzido em laboratórios de práticas interdisplinares, de forma auxiliar aos estudos já realizados em sala de aula no período escolar, de acordo com o plano de ensino semestral.

Vale ressaltar que os objetivos de ensino a serem estudados, estavam em concordância com a plano de ensino do professor da disciplina em classe escolar, e extraímos algumas competências que foram pertinentes para a elaboração do plano de trabalho que foram: traduzir a linguagem matemática durante a realização de situações problemas envolvendo ângulos, compreender as noções de ângulos opostos pelo vértice, utilizar a relação trigonométrica fundamental na resolução de problemas.

Para isso, os estudantes do 1º ano do Ensino Médio que tinham interesse em participar da Oficina para fazer parte do estudo, no compromisso de frequentar as aulas, ser assíduo, responsável, participativo, criativo, dedicar-se aos estudos

complementares. Em contrapartida receberiam um Certificado de participação, para fins de comprovação, e seriam convidados a apresentar os resultados dos estudos em uma Feira de Ciências da própria escola, sendo assim, reconhecidos pelos méritos por toda a escola.

Neste caso, percebe-se que os alunos foram motivados estudar, haja vista que se tratava de outro ambiente fora da escola, um espaço físico diferenciado, modelos de ensino sistematizado, estrutura de computadores e multimídia, climatizado, com recursos materiais impressos e digitais, ou seja, uma estrutura favorável para os estudos propostos.

Na ocasião informamos que a pesquisa ocorreria ao longo de uma atividade de extensão a ser ofertada pelos pesquisadores juntamente com o professor regente da turma, apoiado pelos monitores que auxiliaram em todo o trabalho (acadêmicos do Curso de Licenciatura em Computação) num período de 40h. Neste período, os alunos/cursistas fariam parte do Projeto de extensão que visava estudar matemática com uso de programas de computadores, no caso, o Geogebra a partir da atividade de situação problema.

Diante disso, o estudo ocorreu no Laboratório de Práticas de Ensino da Faculdade Estácio da Amazônia no período matutino e vespertino aos sábados, tinham a duração de 3 (três) horas. As aulas eram monitoradas pelo professor regente da disciplina de matemática da escola-campo, que tinha o papel de reforçar o estudo dos conceitos de geometria plana estudados em classe escolar, planejar e corrigir as atividades propostas, juntamente com o pesquisador, e propor atividades específicas ao ensino de geometria plana. E como co-pesquisadores obtivemos o auxílio dos alunos bolsistas do Curso de Licenciatura em Computação da Faculdade, que tinham a tarefa de atender os estudantes/sujeitos da pesquisa na realização das atividades, no monitoramento quanto ao uso do computador e softwares utilizados, nas observações diretas das resoluções das situações problemas e no registro das etapas realizadas no encontro.

Vale registrar que inicialmente tivemos 26 estudantes inscritos na Oficina, mas no decorrer, obtivemos uma evasão 11 estudantes, onde fora questionado posteriormente o motivo da desistência do estudo. Destes alegaram, várias questões dentre elas citaram: a afinidade com a área, dificuldades com o uso de softwares no computador, outros compromissos particulares no sábado (dia da oficina), afinidade

com o professor da disciplina, falta de transporte para o deslocamento ao Laboratório de Informática da Faculdade, entre outros menos importantes para serem citados.

Contudo, este estudo está definido pela influência do método da ASP em função da aprendizagem, conduzidos pelo modelo das características do sistema de ações para resolver problemas, complementado pelas etapas qualitativas de Galperin, para levar ao melhor desempenho e desenvolvimento mais próximo das ideias conceituais de geometria plana.

As aulas práticas serão direcionadas, para que o estudante obtenha, na primeira etapa da aplicação da BOA, a compreensão do conteúdo precedente de geometria plana por meio dos problemas aplicados no teste diagnóstico. A dimensão do conceito de geometria plana, nas demais atividades de situações problemas, visam que o estudante expresse verbalmente as ideias conceituais, e generalizar o conceito, por meio da aplicação em outras situações propostas no teste final, que serão na preparação para a Feira de Ciências da escola.

O processo de assimilação por etapas será dirigido pelo professor, mas o estudantes terão autonomia para realizar pesquisas e buscar outros recursos para auxiliar-se e encontrar a solução de problemas, consultar os livros textos indicados e formar de grupos de estudo, com outros colegas partícipes da Oficina.

Atendendo ao objetivo geral da pesquisa, visamos que os estudantes assimilem o conceito de geometria plana e suas propriedades. Portanto, o conteúdo matemático a ser assimilado não é novo para o grupo, pois paralelamente ao estudo, os estudantes estão realizando tarefas similares na sua classe escolar. Nesse aspecto, deve-se analisar quais atividades prévias devem dominar os estudantes. Assim, a atividade nova a formar se denominará Atividade de Situações Problema (ASP) em geometria plana.

3.1. TESTE DIAGNÓSTICO

A investigação teve início em abril de 2014, de início, foram realizadas observações diretas na sala de aula, especificamente na disciplina de matemática, área escolhida para o presente estudo, na certeza de analisar os aspectos didáticos e metodológicos utilizados nas aulas pelo professor de classe.

Tivemos que adotar critérios para descrever a rotina escolar. Então, as aulas ocorriam para as turmas dos 1º ano, no turno da tarde, nos dias de quarta e quinta-feira, das 13h as 17h, que corresponde a 5 (cinco) tempos de aula.

Neste momento, os pesquisadores necessitavam conhecer a rotina dos estudantes nas aulas de matemática, buscar familiarizar-se com as atividades trabalhadas em classe, saber conhecer suas expectativas quanto aos estudos escolares. Assim, poderíamos a partir de uma proposta de estudos, buscar um discurso que favorecesse o estudo de conceitos matemáticos e sua necessidade para a sua carreira estudantil.

Para obter elementos consistentes nas observações, iniciamos com uma entrevista estruturada com o professor de classe, no intuito de conhecer os conteúdos estudados no período bimestral, o plano de ensino anual, os recursos didáticos e materiais, as competências a serem atingidas pelos estudantes na disciplina em questão. Com isso, pode-se realizar anotações pertinentes a prática escolar no professor em classe.

Após realizado as observações iniciais em sala de aula, indagamos ao professor se havia outro meio de comunicação para tira-dúvidas com os estudantes fora do horário de aula. Segundo ele, informou que utilizava contas de e-mail, redes sociais (facebook) para interagir, enviar apostilas, exercícios, vídeo-aulas, tratar de assuntos referentes aos conteúdos estudados. Ele considerava que, esta ferramenta da internet, ajudava na comunicação com os estudantes, na resolução dos exercícios e orientação quanto aos conteúdos estudados em classe.

Indagamos também à respeito dos métodos e recursos didáticos utilizados em classe para auxiliar os alunos na aquisição da aprendizagem de conceitos e resolução de problemas matemáticos. Segundo ele, a escola adota uma proposta de ensino voltado para aquisição de conceitos, mas em sua disciplina, busca disponibilizar aos alunos recursos materiais que são estudados em diversas escolas: exercícios extraídos de livros didáticos especializados na área, sites institucionais voltados para o ensino da matemática.

Notou-se, ao longo das observações, que embora se utilizasse de uma rotina diferenciada na organização das aulas com as turmas, persiste a caracterização das aulas com pouco uso de recursos didáticos, haja vista que, as turmas têm apenas 50 minutos de aula para cada disciplina. Desta forma, percebe-se a limitação do

professor de classe em propor aulas que favoreçam a aprendizagem dos alunos, pois necessita-se de contato mais próximo com os estudantes na realização das atividades de classe, diante dos conceitos matemáticos estudados.

3.2 ANÁLISE DIAGNÓSTICA

A realização de uma primeira avaliação que denominamos aqui de *teste diagnóstico* foi realizada com as duas turmas dia 16 de maio de 2014. Essa avaliação contém um total de cinco (5) questões onde abordamos o tema sobre: polígonos, diferentes tipos de polígonos; lados, vértices e perímetro de polígonos; triângulos; medidas dos ângulos. Sendo destas questões extraímos (2) duas resolvidas pelos estudantes para fazer a descrição do métodos de resolução de problemas. Desta forma, podemos obter parâmetros que nos permitam avaliar o desempenho dos alunos e o seu nível de partida em relação às competências desempenhadas com a temática. Vale ressaltar, que no pré teste não se utilizou do software Geogebra para realizar os cálculos e resolução dos problemas.

O Problema 1, mantém-se numa classificação análoga de aplicação de conceitos, neste o estudante deve-se aplicar modelos de área limitada por uma circunferência. Isto requer o uso de conceitos de *circunferência:* que é uma curva plana cujos pontos são equidistantes de um mesmo ponto denominado de centro; *círculo:* que é a superfície plana limitada pela circunferência; *raio:* segmento de reta que une um ponto da circunferência ao centro e *diâmetro:* segmento de reta que une dois pontos da circunferência passando pelo centro.

Pretende-se identificar, no resultado deste problema, se o estudante possui habilidade para elaborar o modelo aplicando às regras básicas de área limitada pela circunferência que é igual ao produto de π pelo quadrado do raio (r) e interpretar a solução, por meio do desenvolvimento do cálculo e das descrições.

Problema 1: De uma peça quadrada de madeira de 2,2m de lado, um marceneiro recortou um tampo de mesa perfeitamente redondo, com o maior diâmetro possível. Qual a área aproximada, em metros quadrados, desse tampo de madeira?

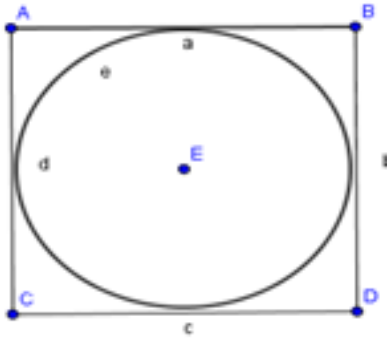


Figura 2: Área da circunferência entre dois pontos

Os parâmetros descritores empregados nas ações, incluem um nível a mais de complexidade em relação ao problema 1, pois requer a elaboração do modelo matemático, com entendimento conceitual sobre área limitada por uma circunferência. A equação da área em seus diversos modelos de representação, pode ser vista nos livros da seguinte forma: $\boxed{A = \pi r^2}$.

Portanto, as ações irão descrever a habilidade conceitual dos estudantes com relação à aplicação de estratégias para elaboração do modelo matemático e interpretação das ações objetivas mencionadas.

Quadro 1: Parâmetros do Problema nº 1

Categoria	Operações de Parâmetros Conceituais para Análise do Problema 1
A primeira ação: *compreender o modelo*	*Ler e extrair os elementos desconhecidos:* a) inserir 2,2m de cada lado do quadrado; b) esboçar na forma gráfica. *Os dados do problema*: uma circunferência é formada dentro do quadrado.
A segunda ação: *identificar o modelo*	*Determinar e nominar as variáveis e incógnitas*: as variáveis já foram determinadas no problema, porém o estudante deve identificar a área aproximada em metros quadrados. *Solucionar o modelo*: Se os lados medem 2,2m, o raio é determinado pela sua metade.
A terceira ação: *solucionar o modelo matamático*	*Método para solucionar*: A área limitada pela circunferência é igual ao produto de π pelo quadrado do raio (r). *Solucionar o modelo*: Logo, pode-se utilizar: $\boxed{A = \pi r^2}$ para achar o valor aproximado da área.
A quarta ação: *interpretar a solução do modelo*	*Resposta ao objetivo do problema*: determinar o valor do ângulo α. *Relatório discursivo*: descrever sobre o procedimento de aplicação do modelo, representação gráfica no software geogebra.

O problema nº 2, trata das propriedades dos quadriláteros, neste o estudante deve aplicar conceitos de área e perímetro de um quadrilátero. O perímetro de um

quadrilátero ABCD é a soma das medidas de seus lados, ou seja: AB + BC + CD + DA.

Problema 2: Um fazendeiro pretende cercar um terreno retangular de 120 m de comprimento por 90 m de largura. Sabe-se que a cerca terá 5 fios de arame. Quantos metros de arame serão necessários para fazer a cerca? Se o metro de arame custa R$ 15,00, qual será o valor total gasto pelo fazendeiro?

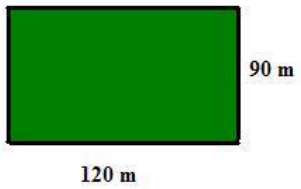


Figura 3: retângulo com as medidas dos lados

Pretende-se identificar se o estudante consegue conceituar o que é um quadrilátero, e quanto a sua propriedade, e fazer a correspondência de maneira bem intuitiva, para determinar as medidas de cada lado do terreno e então, somá-las, obtendo o resultado esperado.

Nesse sentido, abaixo temos os parâmetros que serão determinantes na análise de respostas extraídas pelos estudantes no problema.

Quadro 2: Parâmetros do Problema nº 2

Categoria	**Operações de Parâmetros Conceituais para Análise do Problema 2**
A primeira ação: *compreender o modelo*	*O total de arame gasto para contornar todo o terreno será igual à medida do perímetro da figura*
A segunda ação: *identificar o modelo*	Como a cerca terá 5 fios de arame, o total gasto será 5 vezes o valor do perímetro.
A terceira ação: *solucionar o modelo matamático*	*Método para solucionar*: 2p = 120m + 90m + 120m + 90m = 420 m *Solucionar o modelo*: Total de arame gasto: 5*420 = 2100 m de arame para fazer a cerca.
A quarta ação: *interpretar a solução do modelo*	*Resposta ao objetivo do problema*: Como cada metro de arame custa R$ 15,00, o gasto total com a cerca será de: 2100*15 = R$ 31. 500,00 *Relatório discursivo*: descrever sobre o procedimento de aplicação do modelo, representação gráfica no software geogebra.

As questões acima representadas tem o intuito de ilustrar o modelos de atividades que foram descritas no teste diagnóstico dos estudantes. Após as análises, conforme tabela abaixo, será composta pelo desempenho quantitativo do estudante de acordo com execução das ações da ASP:

Quadro 3: Demonstrativo da Prova Diagnóstica segundo a ASP.

Segunda ação ASP- Construir o modelo

Situação- problema	*Estudante 1* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 2* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 3* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 4* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 5* Nível 1 2 3 4 5
Problema 1					
Problema 2					
Problema 3					
Problema 4					
Problema 5					

Terceira ação ASP- solucionar o modelo

Situação- problema	*Estudante 1* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 2* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 3* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 4* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 5* Nível 1 2 3 4 5
Problema 1					
Problema 2					
Problema 3					
Problema 4					
Problema 5					

Quarta ação ASP– Interpretar a solução

Situação- problema	*Estudante 1* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 2* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 3* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 4* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 5* Nível 1 2 3 4 5
Problema 1					
Problema 2					
Problema 3					
Problema 4					
Problema 5					

Legenda:

	Não realizou a ação
1	Fraco
2	Regular
3	Moderado
4	Forte
5	Muito forte

Os resultados do teste diagnostico foram analisados com base nas características das ações de acordo com a fase e a etapa das ações mentais. Os testes diagnósticos proporcionaram uma visibilidade dos conhecimentos prévios dos alunos, resultando na elaboração da base orientadora da ação com foco na resolução de problemas.

É válido ressaltar que, os estudantes partícipes do estudo, apresentam características próprias para resolver problemas matemáticos, a partir dos conceitos estudados em classe com o professor regente da turma. Logo, o estudante já conhecia os conteúdos que envolviam as questões propostas.

Outro fator de grande relevância a ser apresentado é em relação às questões propostas para o teste, foram questões similares que anteriormente já haviam sido trabalhadas em classe, por meio de exercícios e/ou atividades realizadas pelo professor regente da turma.

Visto que, o teste diagnóstico serve de fonte essencial para a construção da ASP em Matemática que é utilizada como metodologia de ensino e deve passar pelas cinco etapas de formação por etapas das ações mentais e ser regulada pela direção da atividade de estudo, envolvendo geometria plana.

Durante o teste diagnóstico, observou nos estudantes certa insegurança na resolução das questões, a grande maioria pediu que os monitores (auxiliares na aplicação do teste) fizessem a leitura dos enunciados, esclarecessem quanto às fórmulas a serem aplicadas nos problemas, perguntavam entre si, quais respostas poderiam ser as corretas, quais as formas de resolução, entre outras indagações.

Vejamos que, ficou notório que, por não fazermos parte da rotina escolar diária do estudante, de certa forma não os deixou nesse primeiro momento à vontade, e com tranquilidade para inicialmente responder às questões- problemas. Diante destas observações, constatou-se que, o clima vivenciado em sala, pode influenciar, de certa forma, na construção das respostas dos alunos.

O que podemos notar é que os estudantes na sua maioria conseguiram responder às questões- problemas aplicadas no teste diagnóstico, e o nível de partida dos estudantes mostra que eles já apresentam domínio dos conceitos de ângulos e triângulos, e suas operações.

Vejamos alguns destaques a respeito do desenvolvimento das ações que foram observadas:

- Os *Estudantes 1 e 3* conseguiram concluir as ações dentro de uma ordem lógica, determinaram as variáveis e incógnitas; nominaram as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas; construíram o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições, e por último realizaram a análise das unidades do modelo matemático;

- Os *Estudantes 4 e 5* tiveram dificuldades na compreensão dos problemas propostos, visto que, os mesmos alegavam não lembrar das aulas que foram trabalhados os conteúdos de referentes da questão;

- O *Estudante 3*, se destacou por se mostrar seguro por selecionar um programa informático que contenha os recursos necessários do(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo e solucionar o modelo matemático;

- Quanto a quarta ação: interpretar a solução, observamos que nenhum dos estudantes conseguiram interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema.

Partindo daí, como mencionado anteriormente a BOA, que expressa o sistema de condições para a assimilação de conceitos, vem a nortear os planos de trabalhos que serão realizados com os estudantes.

Este momento revela o nível de conhecimento e das habilidades que o aluno tem acerca do que vai estudar. Revela também se existe ou não domínio adequado dos pré-requisitos necessários para a assimilação dos novos conteúdos.

Para tanto, tomamos o cuidado de estabelecer com detalhes o conjunto de princípios de ordem conceitual e sua expressão nas operações sugeridas e passíveis de ser desenvolvida pelos estudantes. Dentre aquelas estudadas por Galperin, aqui, a opção foi pelo tipo de BOA III por ter maior aproximação com as peculiaridades do objetivo e do objeto da ação referente à apropriação do conceito de ângulos e triângulos e com a característica da ordem das operações.

Para Puentes (2013) a BOA tipo III é contida a essência invariante da atividade por se tratar de uma orientação teórica. O estudante pode construí-la de forma independente, com ajuda de métodos gerais que lhe são fornecidos pelo professor, ou seja, apoiados em conceitos e exercícios estudados em classe. A atividade, de acordo com esse tipo, forma-se rapidamente com poucos erros e se caracteriza por sua estabilidade, alto nível de generalização e, portanto, por uma transferência a situações novas, com potencial para o desenvolvimento da criatividade.

3.3 OFICINA SOBRE O GEOGEBRA

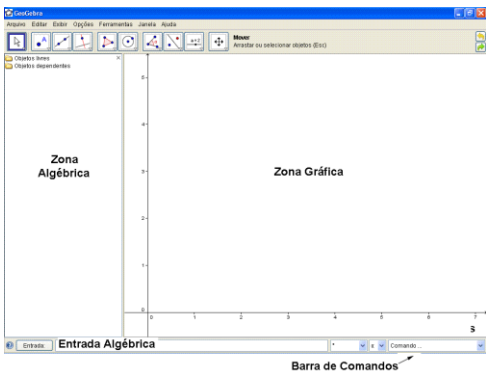
O segundo encontro foi planejado e executado pelos colaboradores da pesquisa de campo, acadêmicos do Curso de Licenciatura em Computação, mencionados anteriormente, que tinham o papel de apresentar as ferramentas essenciais do Geogebra e acompanhar o desempenho dos estudantes na execução das tarefas aplicadas ao longo da Oficina, juntamente com os professores colaboradores da matemática da escola de pesquisa, e observado pelo pesquisador de campo.

Neste momento estiveram frequentes 15 (quinze) estudantes, e destes apenas 2 (dois) tinham conhecimentos básicos em Informática e os demais já haviam trabalhados com aplicativos no computador. Com isso tínhamos o objetivo de aplicar as ferramentas no uso de resolução de problemas matemáticos envolvendo cálculos sobre ângulos, triângulos.

Com o Geogebra, vimos que poderíamos utilizar sua interface gráfica e suas ferramentas para traçar retas, ângulos, circunferências, etc. E uma das vantagens do uso do Geogebra é que as construções são dinâmicas, isto é, podem ser modificadas sem a perda dos vínculos geométricos. Isso permite que o usuário realize grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas.

Para tanto, realizamos algumas tarefas básicas do Geogebra como forma de exercitar com os estudantes o uso das ferramentas básicas do programa.

Primeiramente apresentamos o campo de visualização de acordo com a figura:



Fonte: Interface do Sofware geogebra (2013)

Figura 4- Campo de Visualização

Em seguida, mostramos a barra de ferramentas, que na versão 3.0 é composta por dez botões e para facilitar a comunicação durante o desenvolvimento das atividades, os denominamos de **B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9 e B10** de acordo com a figura:

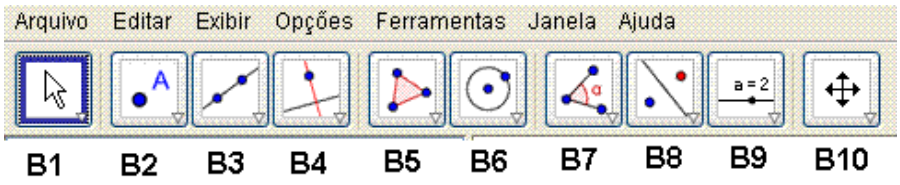


Figura 5- Barra de ferramentas

A partir daí, para familiarizar com os comandos essenciais do programa, foi proposto algumas atividades básicas. A partir do conhecimento prévio dos estudantes que foram analisados no teste diagnóstico.

Esta atividade abaixo irá tratar sobre área e perímetro do triângulos e tem como objetivo criar figuras geométricas dinâmicas a partir dos conceitos de geometria plana.

Para tanto, os estudantes procuraram desenvolvem conforme enunciado abaixo.

a)

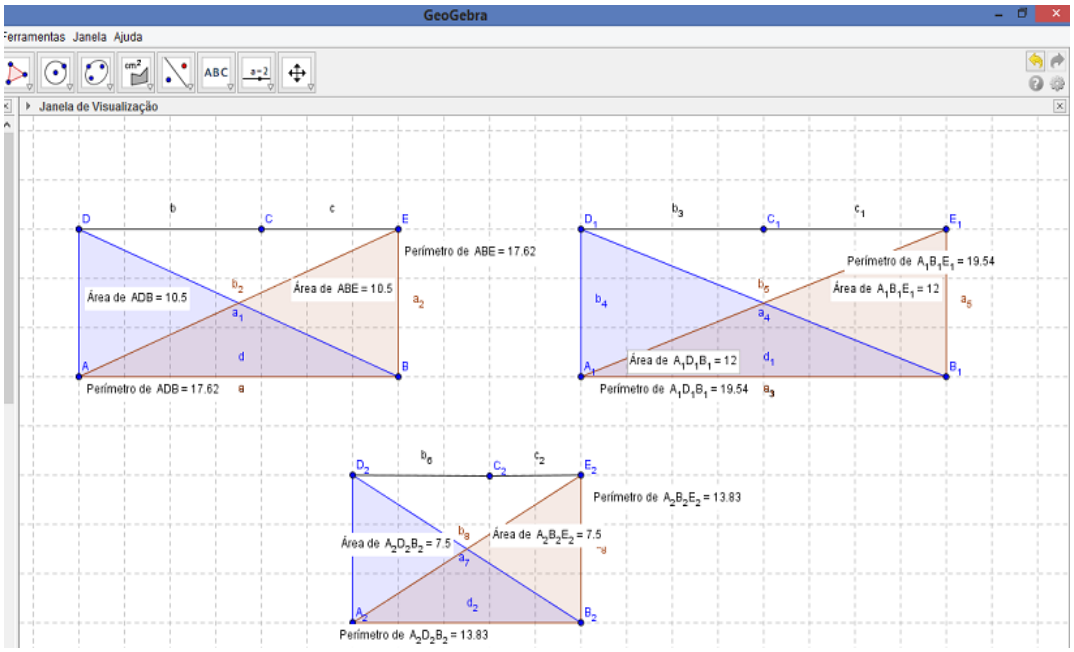


Figura 6- Área e perímetro do triângulo

Questão- Construir uma reta r (B3) e uma reta s paralela a r (B4) passando por C. Faça um segmento (B3) clicando nos pontos A e B. Construa os pontos D e E sobre a outra reta (B2). Construa os triângulos ABD e ABE (B5), calcule suas áreas (B7) e seus perímetros (B7), movimente D e E e descreva o que acontece com as medidas.

A partir deste modelo acima, os estudantes tiveram a possibilidade de mover a figura representada, extrair os valores (área e perímetro dos triângulos ABD e ABE) e emitir juízo de valor sobre a questão. Neste caso, os triângulos formados são representados pelas mesmas medidas. Ao movê-los, iremos perceber a inversão de valores, consequentemente de área e perímetro apresentaram variações nas suas medidas. Esta atividade veio dar possibilidade do estudante de pensar, criar e observar os movimentos e suas semelhanças do assunto tratado.

Notou-se também a participação efetiva dos estudantes na formulação de perguntas, questionamentos, dúvidas referentes ao programa e comandos de menus. Vimos o empenho nos estudantes em realizar novas tarefas, o interesse e concentração no uso de recursos dinâmicos do Geogebra e a discussão sobre os assuntos trabalhos em sala de aula, no ensino escolar.

Quanto à atividade 2 trata de explicar o teorema fundamental da semelhança de triângulos, que diz: ***Construa um triângulo ABC qualquer (B5). Crie o ponto D (B2) sobre o segmento AC. Trace uma reta paralela (B4) ao segmento AB. Encontre a intersecção da reta paralela com o segmento BC e marque o ponto E. Com a ferramenta Ângulo (B7) dê um clique dentro do triângulo para marcar seus ângulos internos. Com a mesma ferramenta marque os ângulos EDC e CED (sentido horário). Com a ferramenta Distância ou comprimento (B7), encontre as medidas dos segmentos AC, DC, AB, DE, para isso clique nos pares de pontos.***

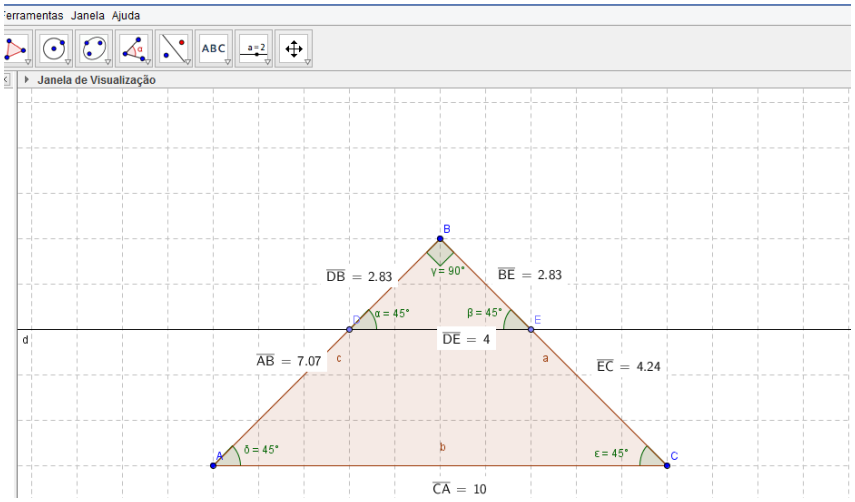


Figura 7- Teorema de semelhança dos triângulos

Com este modelos acima exposto, o objetivo proposto foi demonstrar aos estudantes que, toda reta paralela a um lado de um triângulo e que encontra os outros dois lados em pontos distintos determina com esses lados um triângulo semelhante ao primeiro.

Em seguida, solicitamos aos estudantes realizarem algumas tarefas que exigiam análises de axiomas. Vejamos:

1) No primeiro momento, solicitamos aos estudantes a construção de uma circunferência qualquer, de centro O, utilizando o comando "Círculo dados Centro e Um de seus Pontos". Em seguida, que tracem o diâmetro AB dessa circunferência, usando o comando "Segmentos definido por Dois Pontos". (Figura 8)

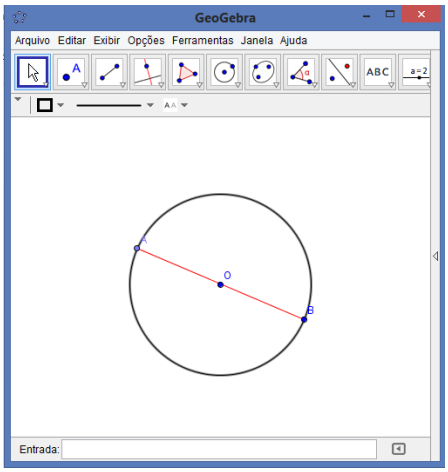


Figura 8- Construção do diâmetro AB

Em seguida, feita a construção, os estudantes escolheram um ponto C qualquer da circunferência, definindo assim um triângulo ABC e traçou os segmentos AC e CB e destacou o triângulo em cores.

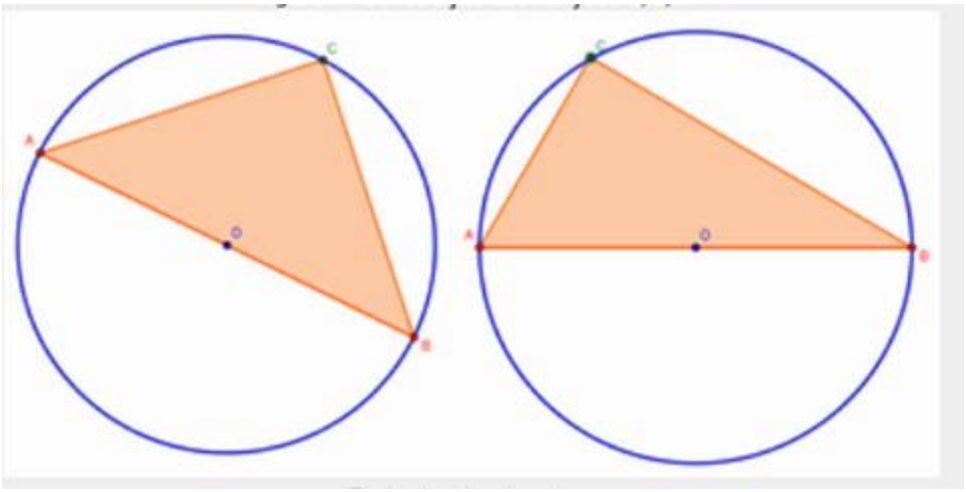


Figura 9- Construção das funções D, E e F.

Logo após, foi solicitado aos estudantes que meçam o ângulo com vértice em C e compare o resultado obtido com os resultados obtidos por seus colegas. (Utilizar a ferramenta “ângulo”).

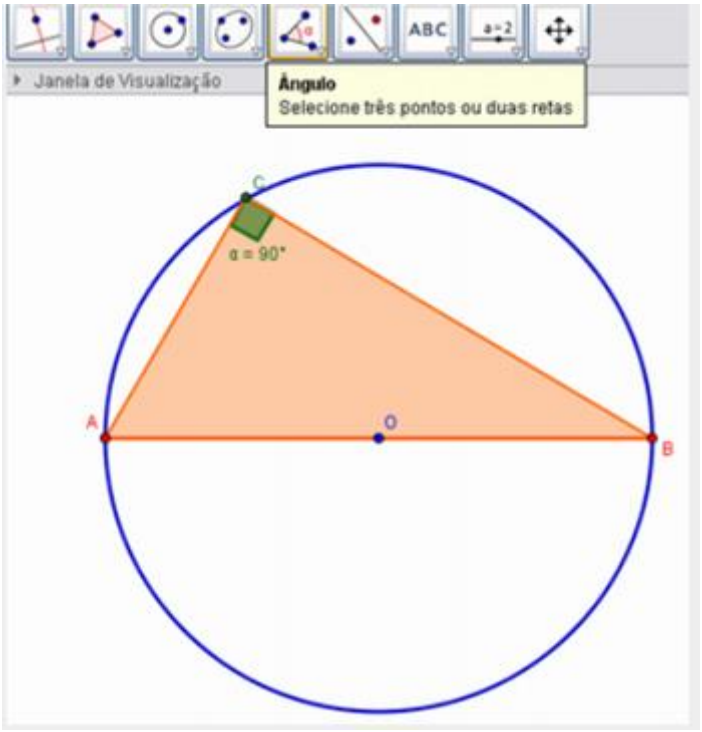


Figura 10- Medindo o ângulo

Perante a atividade acima descrita, um dos objetivos esperados pelos estudantes eram que os mesmos respondessem ao observar o feito de cada colega que: ***"O ângulo mede 90º na construção de todos"***. Em seguida, continuamos com os mesmos modelos para ilustrar outros axiomas matemáticos. E s*olicitamos que movimentem os pontos, observem os resultados e os compare.*

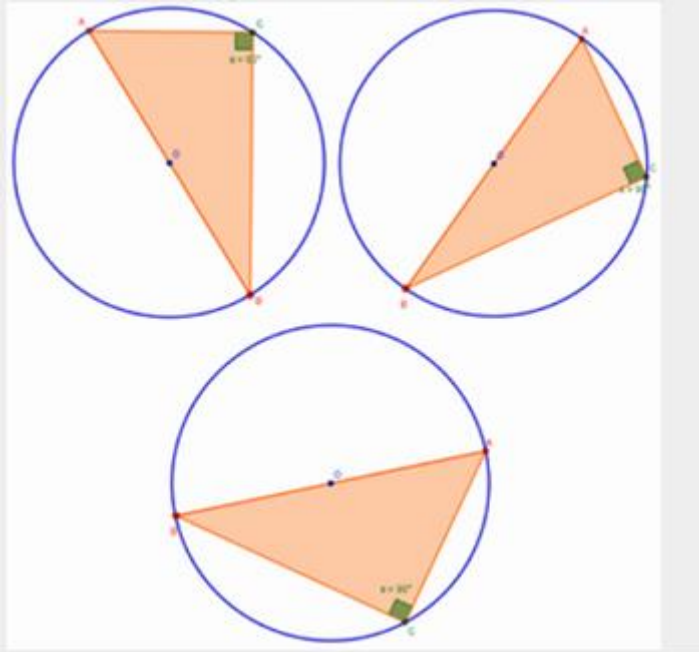


Figura 11- Movimentando os pontos

A partir dos enunciados acima descritos. Perguntamos aos estudantes: O que esta experiência vem nos mostrar? E esperávamos que chegassem a este registro: *"Todo triângulo inscrito numa semicircunferência e que tem um dos lados coincidindo com o diâmetro é retângulo".* E que também os estudantes registrassem a propriedade abordada com a experiência no uso do Geogebra. E esperou-se que os estudantes chegassem a um registro semelhante a: *"Se um vértice de um triângulo pertence à uma semicircunferência e os outros dois vértices são extremos do diâmetro desta circunferência, então este triângulo é retângulo".*

No entanto, percebemos algumas dificuldades nas execução desta tarefa proposta aos estudantes, tais como:

- Manuseio dos menus do Geogebra;
- Coordenação na criação dos circunferências;
- Dificuldades na medição dos ângulos propostos;

- Falta de compreensão nos conceitos de ângulos e triângulos em uma circunferência, entre outros com pouca relevância.

Vimos que dos 15 (quinze) estudantes apenas 3 (três) conseguiram obter resultados na descrição dos processos solicitados.

Esta oficina de uso do Geogebra se estendeu durante 8 horas subdivididas dois encontros, e este fato foi devido à dificuldades apresentadas pela maioria dos estudantes tanto no manuseio dos computadores quanto na execução de tarefas do geogebra. Pois, identificamos que os mesmos ainda não haviam estudado com os uso de qualquer programa computacional e que sua escola de origem não dispunha de um laboratório de informática para fins educacionais com uso de aplicativos.

Diante disso, o ponto de partida da ação ainda é de forma material, traz o objeto como o próprio referente a ser estudado. Na medida em que utilizamos outros elementos para representar a construção geométrica de forma dinâmica, estamos dando novas possibilidades para o estudante criar, recriar e modificar informações referentes aos problemas matemáticos envolvendo estas representações geométricas no Geogebra.

Contudo, Galperin e Talízina (1967, p. 273) afirmam que o modelo deve apresentar proximidades com o que o estudante tenha condições de observar de maneira clara e concreta. E que ao mesmo tempo, não contenha elementos que possa desviar a atenção do mesmo, isto é, que tirem sua atenção no momento da realização da atividade.

De acordo com Nuñez e Pacheco (1997), os objetivos voltam-se à transformação do objeto, alvo da atividade, por meio de reflexão e discussão sobre o teor conceitual, que conduz à apropriação do conhecimento no plano mental. O estudante, ao executar as operações – manipulativas ou visuais – descobre, distingue e fixa a relação geral que caracteriza o conteúdo e a estrutura do objeto do conceito.

Nesse sentido, os autores vem afirmar o que pode-se perceber no momento da execução de tarefas iniciais com o Geogebra. A relação dos estudantes com os demais integrantes, o questionamento quanto às relações métricas observadas, a descoberta de novas formas de utilizar as semelhanças e similaridades com as ângulos, triângulos e circunferências nas denominações de resultados.

Portanto, é importante mencionar que essa etapa exigiu um planejamento de um modo tal que, pôde instigar os alunos a extrair a essência do conceito com representações dinâmicas com o uso do Geogebra, pois é início da transformação da atividade externa em interna. Como diz Galperin (1957,p.8) é o momento em que "grande parte da ação se converte em "mental" no sentido que não se realiza, mas apenas se conscientiza para executar as tarefas que serão sugeridas".

3.4 RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Segundo Puentes (2013, p.297), sobre a formação de conceitos e das ações mentais de Galperin, traz que o segundo momento para o processo de assimilação é a formação da ação no plano material ou materializada, ou seja, como objetos reais e suas representações. A ação se realiza de forma detalhada segundo cada operação e, em cada uma destas, a orientação e o controle se realiza de acordo com o conteúdo e não só com o resultado.

Para tanto utilizamos nesse momento da ação, a BOA envolvendo problemas sobre medidas *de área, triângulos e circunferências*. Tendo por base as questões já resolvidas pelos alunos de forma impressa, nos exercícios que o professor regente de classe estudou com os estudantes.

Nesse momento, os estudantes recebem somente algumas indicações para a realização da ação de uma classe de fenômenos. As orientações levam em consideração os métodos gerais e a utilização das invariantes. Trata-se de um tipo de BOA generalizado, completo e independente. É considerada eficiente, por fazer com que o estudante avance rapidamente, cometa poucos erros e amplie a transferência para outras situações. Para Talízina (1988), "o terceiro tipo é mais produtivo". Além disso, atende às exigências atuais da atividade humana.

Diante disso, iremos notar que as questões que foram reelaboradas aos estudantes veem com o caráter de preparação para a etapa seguinte mencionada por Gallperin e Talyzina (1967, p. 273) onde dizem que, somente se deve recorrer à forma materializada quando "o objeto e os meios originais para percebê-los diretamente já estão ao alcance" dos indivíduos.

Vale ressaltar que os estudos acontecem ainda aos sábados em horário diurno, no laboratório de informática de nossos colaboradores da pesquisa. E que os

estudantes veem na condição de partícipes da pesquisa, sendo informados que estas atividades desenvolvidas em laboratório serão analisados e tabulados os seus resultados. Neste momento tivemos presentes 10 (dez) estudantes, e já verificamos que alguns estudantes não compareceram, e posteriormente consultados, informaram que estavam com dificuldades de deslocamento, outros compromissos pessoais, e também por falta de interesse aos estudos.

Perante tal observação, notamos que precisávamos sempre estar visitando a escola, a sala de aula dos estudantes que participam do estudo, realizar uma comunicação eficaz, na certeza de valorizar o trabalho que estavam desenvolvendo extra classe juntamente com a relação do professor e estudante no compromisso firmado com os pares. Haja vista que ao final do trabalho, iriam receber um certificado de participação, emitido pela equipe de pesquisadores.

Então, os estudantes presentes tiveram que realizar as questões propostas, individualmente e com ajuda dos acadêmicos colaboradores do Curso de Computação, que anteriormente foram mencionados.

Primeiramente mostravam-se exemplos em modelos matemáticos para a resolução das questões, o professor regente das turma buscava resgatar os conceitos estudados em classe referentes aos assuntos a serem abordados. Em seguida, os estudantes respondiam as questões propostas no programa Geogebra.

Abaixo iremos apresentar alguns problemas matemáticos que foram trabalhados com os estudantes. Pois nesta etapa utilizamos uma sequência de problemas envolvendo *retas, ângulos, triângulos e área de uma circunferência.*

As estratégias assumidas pelos pesquisadores, diante desta perspectiva, assume um papel de parceiro, conduzindo atividades que visem à exploração e a descoberta e favoreçam a criatividade e o envolvimento do estudante com o assunto em questão. Assim, em uma prática em que o sujeito participa e percebe os resultados de suas ações, e mais, faz uso desta interação para o desenvolvimento do conhecimento. Assim como, o uso do Geogebra com o representação dinâmica traz contribuições, sobretudo, em relação à percepção dos objetos geométricos e ao processamento da imagem, proporcionando uma compreensão mais eficaz de certas proposições.

Vejamos o Problema 1: **Sabe-se que *a base do triangulo EBD é 8 e altura 16 representado na figura seguinte, qual o valor do comprimento do segmento DE.***

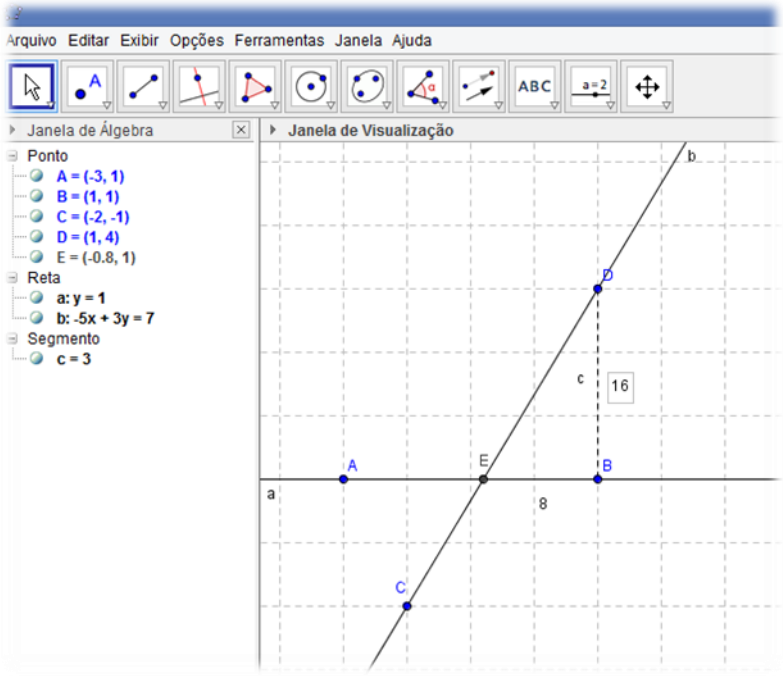


Figura 12 Questão nº1- Teorema de Pitágoras

Espera-se que os estudantes cheguem a um registro semelhante a: Compreendam as relações métricas de um triângulo "a altura ao quadrado é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa", e obtenham o quadrado da altura relativa à hipotenusa, assim usamos o Teorema de Pitágoras: $a^2=b^2+c^2$. Com estes quadros abaixo temos por base o processo de resolução de problema a ser analisado.

Quadro 4: Categorização dos problemas – Parte 2

Categoria	**Operações de Parâmetros Conceituais para Análise do Problema 1**
A primeira ação: *compreender o modelo*	*Ler e extrair os elementos desconhecidos:* a) o valor do comprimento do ponto de interseção ao D; b) esboçar na forma gráfica. *Os dados do problema*: EBD=8 e altura 16
A segunda ação: *identificar o modelo*	*Determinar e nominar as variáveis e incógnitas*: as variáveis já foram determinadas no problema, porém o estudante deve aplicar o teorema de Pitágoras $a^2=b^2+c^2$.
A terceira ação: *solucionar o modelo*	*Método para solucionar*: Com os dados já postos o estudante irá aplicar $(DE)^2 = (DB)^2 + (EB)^2$. *Solucionar o modelo*: Ao utilizar os dados já descritos em: $(DE)^2 = (16)^2 +$

matemático	$(8)^2$ temos : DE= 17,88.
A quarta ação: *interpretar a solução do modelo*	*Resposta ao objetivo do problema*: determinar o valor do comprimento de DE. Portanto: $17,88^2 = 256 + 64$ 319,6944 = 320 (aproximadamente). *Relatório discursivo*: descrever sobre o procedimento de aplicação do modelo, representação gráfica no software geogebra.

Vejamos o Problema 2: ***A partir dos pontos A = (1,5) e B = (6,5), faça uma reta paralela com a reta dos pontos C = (1,1) e D = (6,1). Faça uma linha transversal do ponto A à D e em seguida faça um retângulo ABCD e encontre a área do retângulo e encontre os ângulos do triângulo ACD. E sabendo que os segmentos AC= 4 e CD = 5. Encontre qual é a hipotenusa do triângulo ACD.***

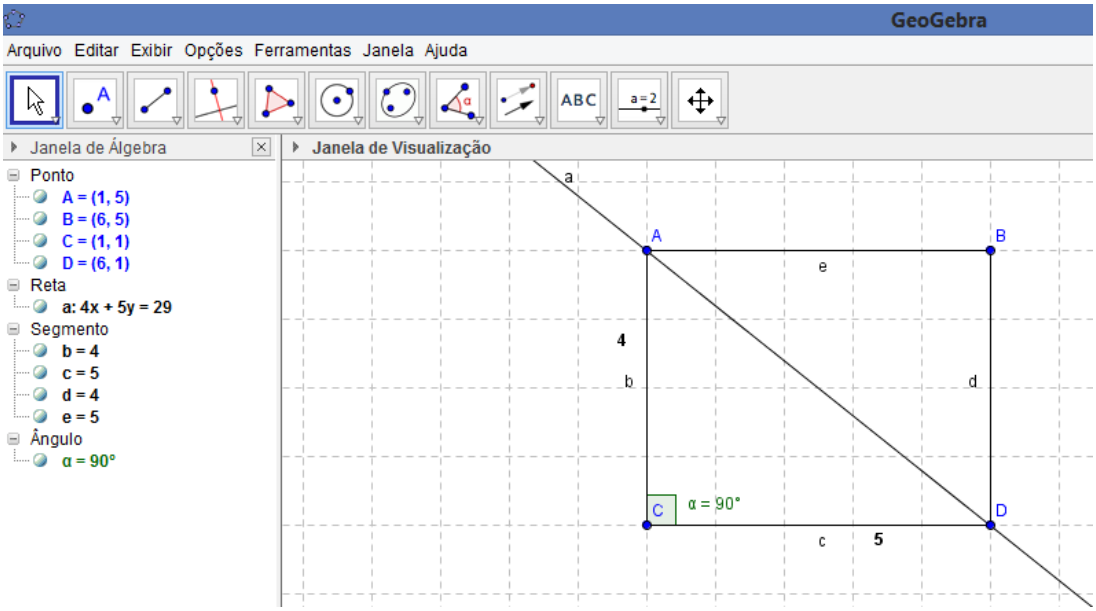


Figura 13 Questão 2- retas, ângulos e retângulos

Com este problema, espera-se que o estudante perceba a relação métrica do triângulo e retângulo. Segundo Dante (2004), o retângulo é um quadrilátero equiângulo (todo os seus ângulos internos são iguais), cujos lados opostos são iguais.

Se todos os seus quatro lados forem iguais, teremos um tipo especial de retângulo, chamado de quadrado.

Abaixo iremos representar segundo a resolução de problemas, as etapas a serem apresentadas na questão.

Quadro 5: Categorização dos problemas – Parte 2

Categoria	Operações de Parâmetros Conceituais para Análise do Problema 2	Nível
1.A primeira ação: *compreender o modelo*	*Ler e extrair os elementos desconhecidos:* a) o valor da hipotenusa do triângulo; b) esboçar na forma gráfica. *A atenção deve ser dada aos dois polígonos (retângulo e triângulo)* *Os dados do problema*: A = (1,5) ; B = (6,5); C= (1,1); D= (6,1); AC= (4) e CD= (5).	**1**
2.A segunda ação: *identificar o modelo*	*Determinar e nominar as variáveis e incógnitas*: as variáveis já foram determinadas no problema, porém o estudante deve aplicar o teorema de Pitágoras $a^2=b^2+c^2$ e a solução da área de um retângulo: S= b. h	***2***
3.A terceira ação: *solucionar o modelo matemático*	*Método para solucionar*: Com os dados já postos o estudante irá aplicar $X^2 = AC^2 + CD^2$. *Solucionar o modelo*: Ao utilizar os dados já descritos em: $X^2 = (4)^2 + (5)^2$ temos : $X^2 = 41$. Então X= 6,4 Quanto à área de um retângulo usamos S=b . h. Temos: S= 5.4. Então fica $20cm^2$	***3***
4.A quarta ação: *interpretar a solução do modelo*	*Resposta ao objetivo do problema*: determinar o valor área do retângulo e a hipotenusa do triângulo *Relatório discursivo*: descrever sobre o procedimento de aplicação do modelo, representação gráfica no software Geogebra.	**4 e 5**

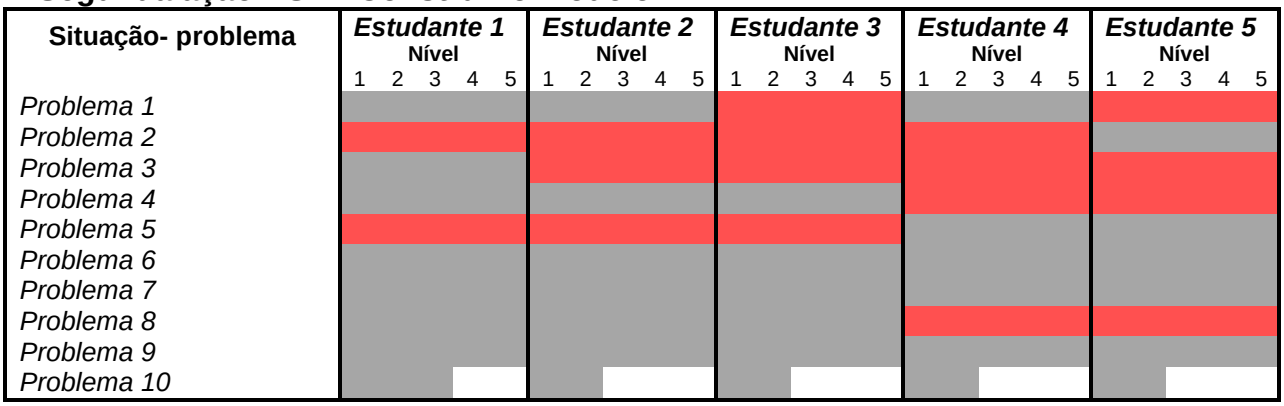
Acima foram apenas amostras de problemas que foram explanados nas atividades estudadas com os sujeitos da pesquisa. Com isso conseguimos obter estes seguintes dados:

QUADRO 6: DEMONSTRATIVO DOS RESULTADOS DAS RESOLUÇÕES DE QUESTÕES PROBLEMAS MATEMÁTICOS COM USO DO GEOGEBRA

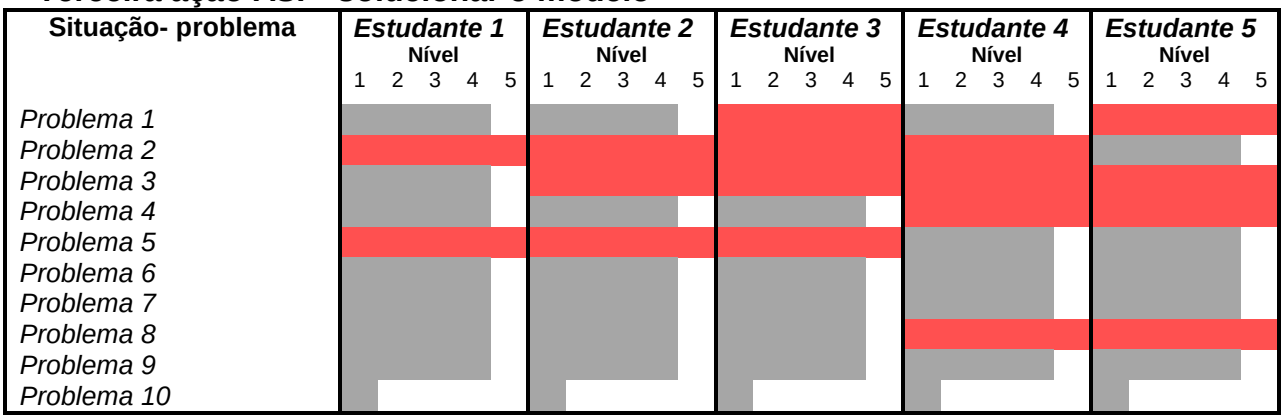
Primeira ação ASP - Compreender o problema

Situação- problema	*Estudante 1* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 2* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 3* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 4* Nível 1 2 3 4 5	*Estudante 5* Nível 1 2 3 4 5
Problema 1					
Problema 2					
Problema 3					
Problema 4					
Problema 5					
Problema 6					
Problema 7					
Problema 8					
Problema 9					
Problema 10					

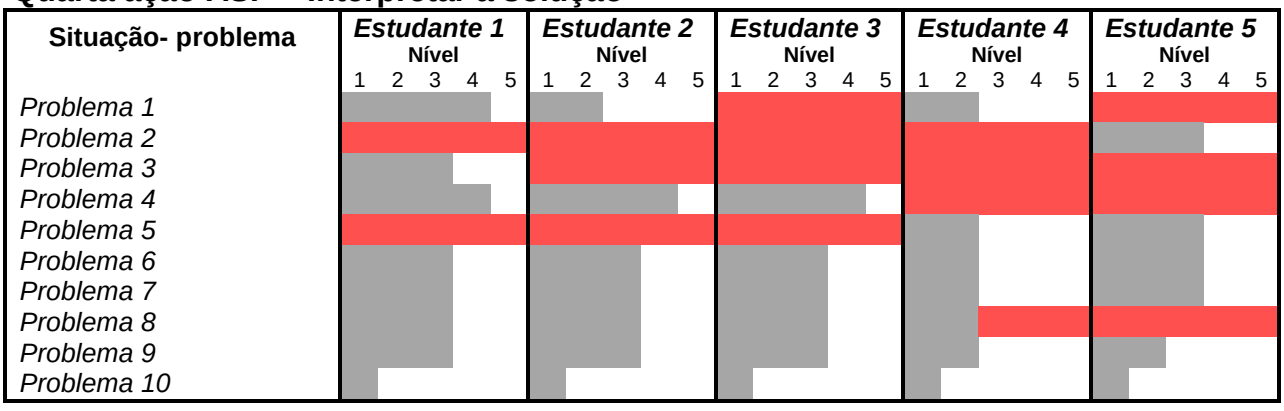
Segunda ação ASP - Construir o modelo



Terceira ação ASP- solucionar o modelo



Quarta ação ASP – Interpretar a solução



Legenda:

	Não realizou a ação
1	Fraco
2	Regular
3	Moderado
4	Forte
5	Muito forte

A partir dos dados acima, buscou-se averiguar a segunda etapa para a assimilação de conceitos, segundo Galperin (1988), que é a de formação do plano material ou materializada, ou seja, com objetos reais e suas representações, onde a ação se realiza de forma detalhada, segundo cada operação, e em cada uma desta, a orientação e controle se realizam de acordo com o conteúdo e não só com o resultado.

Vale ressaltar que nesta fase o objetivo do ensino era efetuar cálculos de situações problemas envolvendo *polígonos*. Assim, no momento inicial do trabalho, o professor regente da turma, estava acompanhando as atividades no laboratório de informática, local da pesquisa, por conseguinte, o mesmo resolvia questões similares aos que os estudantes iriam responder. Nesse momento o professor regente não utilizou o Geogebra, apenas explicava os conceitos estudados em classe escolar com uso do quadro branco.

Contudo, os estudantes estavam sendo acompanhados pelos acadêmicos colaboradores do Curso de Computação, que tinham o papel de registrar por meio de gravações audiovisuais, como as questões problemas estavam sendo resolvidas pelos estudantes.

Estas questões, no primeiro momento foram entregues aos estudantes a serem respondidas de forma individual, cada um recebia as questões impressas, em seguida tinham um tempo determinado para resolvê-las.

Ao final, os estudantes entregavam as questões, o professor regente da classe, tirava suas dúvidas, fazendo as devidas correções e posteriormente, realizávamos as análises quanto ao alcance das ações e níveis de abrangência de cada uma delas.

Neste caso, é interessante mencionar que o foco era observarmos se o estudantes interpretaram a solução do problema, considerada como a quarta ação da ASP, que se trata de interpretar o resultado obtendo da solução o modelo matemático. Esta operação de extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema, torna possível uma análise qualitativa da compreensão do processo. A operação da resposta ao(s) objetivo(s) do problema, significa que o estudante realizou uma relação bem estabelecida dos dados para encontrar a resposta correta. (MENDOZA, 2009, p.69

Portanto, vimos ainda uma certa resistência do estudante em usar o modelo para resolver questões problemas, haja vista que, não fazia parte da sua rotina de estudos matemáticos, e ainda estava na condição de partícipe de um processo de estudos, em outro espaço não escolar, sendo acompanhados por pessoas que ainda não tinham tanto contato. Apesar de, inicialmente termos uma explicação do modelo matemático a ser organizado, os estudantes não se apropriaram de forma correta deste modelo.

Podemos concluir que estes estudantes que não frequentaram as etapas seguintes não se enquadraram no perfil de estudos propostos para a resolução de problemas matemáticos, que por uma questão de interesse particular não apresentou seu potencial e preferiu estudar com outros modelos, ou simplesmente desistir de aprender de forma organizada.

Segundo Puentes e Longarezi (201, p. 304) que o caminhar das etapas de assimilação não acontece de forma uniforme, no sentido de todos os estudantes atingirem, ao mesmo tempo, as mesmas metas. Como explica Talizina (1988), alguns alunos podem estar mais avançados que outros. Uns necessitam manter-se em uma etapa anterior, enquanto outros podem passar à etapa seguinte. Do ponto de vista da organização do processo, é conveniente dar a possibilidade de realizar a tempo a próxima etapa, ou pelo contrário, atrasar a nova etapa. Essas situações dependem de vários fatores e são circunstâncias à dinâmica da aprendizagem em grupo, mas é importante o respeito ao ritmo de aprendizagem dos alunos assim como evitar atrasos desnecessários no percurso das etapas de assimilação.

A partir da análise do *Quadro 2- Resultados das resoluções de questões problemas matemáticos*, podemos constatar que:

- O *Estudante 1*, apresentou habilidade para responder a grande maioria das questões, deixando apenas 2 (duas) em branco;

- O grupo de observação (acadêmicos), percebeu que os estudantes tiveram um tempo de dedicação maior na resolução das questões de 1 a 5, pelo fato de exigir a identificação dos dados do problema;

- O *Problema 10* não obteve resposta dos estudantes, percebemos um certo desinteresse na sua resolução pelo fator tempo, já estava mais de 3 horas resolvendo os problemas matemáticos, notamos o cansaço dos estudantes, a falta de atenção, e acabaram por fugir do foco;

- Os Estudantes na sua maioria não tiveram dificuldades para analisar os problemas 6 e 7, no que tange a primeira ação: compreender o problema matemático, pois se tratava de questões já realizadas em sala de aula, juntamente com o professor da classe;

- O que observamos também que nenhum estudante conseguiu responder a questão- problema 2, que se tratava de perceber a relação métrica do triângulo e retângulo. O teorema de Pitágoras é aplicado ao triângulo retângulo e diz que: hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos catetos, segue a fórmula ($hip^2 = c^2 + c$). Antes deste axioma, seria necessário a compreensão de triângulo, que é uma figura geométrica plana, composta por três lados e três ângulos internos. O que diferencia esse triângulo dos demais é que um dos seus ângulos inteiros é sempre igual a 90° (ângulo reto).

Diante disso, nota-se que ainda não ficou claro os conceitos deste problema para o estudante, que ainda não se apropriou deste conceito matemático.

Quanto a resolução do *Problema 5* (Q5), apenas os estudantes 1, 2 e 3 conseguiram solucionar o problema que tratava de aplicar o Teorema de Pitágoras num triângulo retângulo. O problema dizia que: *Num triângulo retângulo um cateto é igual a 15m e a altura relativa à hipotenusa é 12m. Determinar a hipotenusa, o outro cateto e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.*

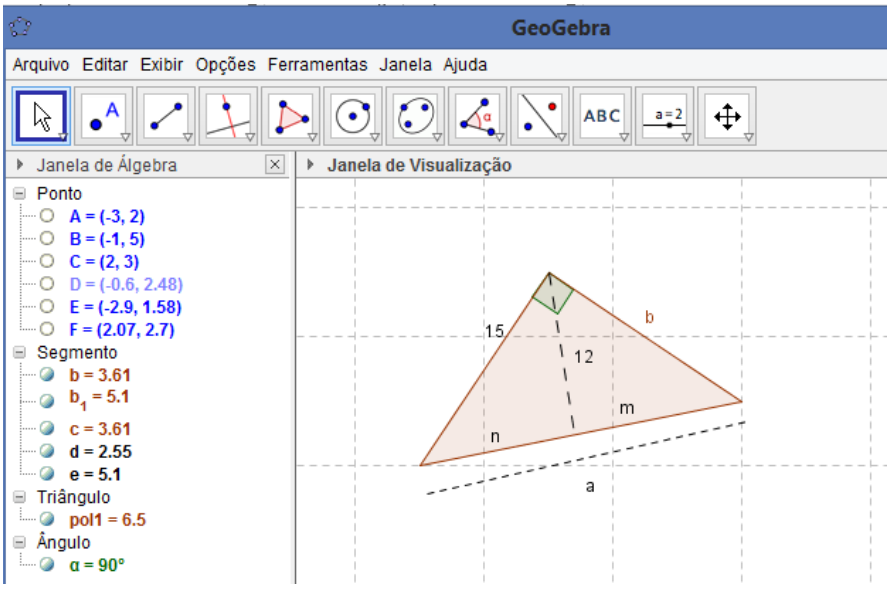


Figura 14- Questão 5 - Relação métrica do triângulo

Contudo, neste problema o foco se estende à habilidade para construir o modelo da função a partir dos dados observáveis no problema. Portanto, para solucioná-lo a ação principal deste problema é construir o modelo. A compreensão, neste caso, é a ação principal para realizar as demais ações envolvendo o contexto do Teorema.

A primeira ação se dava em compreender o problema: extraindo os dados postos no problema: com a hipotenusa 15m e um dos catetos 12m. A segunda ação se dá com a construção do modelo matemático, logo temos: $15^2 = 12^2 + n^2$ **->** $255 = 144 + n^2$ **->** $255 - 144 = n^2$ **->** $n^2 = 81$ **->** $n = 9$. A terceira ação é solucionar o modelo matemático que envolve os cálculos extraídos do problema, temos a altura média geométrica entre as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, onde podemos escrever: $12^2 = 9 \times m \rightarrow 144 = 9 \times m \rightarrow m = 144/9$ **->** $m = 16$. Com isso já temos o valor de nossa hipotenusa: $a = m + n \rightarrow a = 16 + 9$ **->** $a = 25$. Por fim, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras ao nosso triângulo principal, então temos: $a^2 = b^2 + c^2$, então temos: $25^2 = 15^2 + b^2 \rightarrow 625 = 225 + b^2 \rightarrow 625 - 225 = b^2 \rightarrow b^2 = 400 \rightarrow b = \sqrt{400} \rightarrow b = 20$m. E por fim temos a quarta ação- interpretar o resultado obtendo da solução o modelo matemático; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema e dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema. Neste caso temos o outro cateto que mede 20m e as projeções medem 9 e 16m. Com isso o problema foi resolvido e explicado aos estudantes.

O que podemos notar nas respostas dos estudantes que não fizeram a questão, foi a falta de atenção na compreensão do problema, vimos que eles não conseguem realizar uma boa leitura do problema, e consequentemente não consegue interpretar o enunciado, assim não definiu os conceitos representados no problema.

Por outro lado, quando os dados são inseridos no Geogebra, a grande maioria dos estudantes conseguem observar e analisar os problemas e suas variáveis, pois o programa se desenvolve com a geometria dinâmica e executa os movimentos a partir dos dados inseridos, conforme o enunciado da questão que fora organizada.

A partir deste momento, conseguimos observar o entusiasmo do alunos, que na ocasião, não conseguiram avançar com as ações mencionadas anteriormente. E

isso vem a dar possibilidade ao estudante o Geogebra como ferramenta auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos em geometria plana. Vejamos:

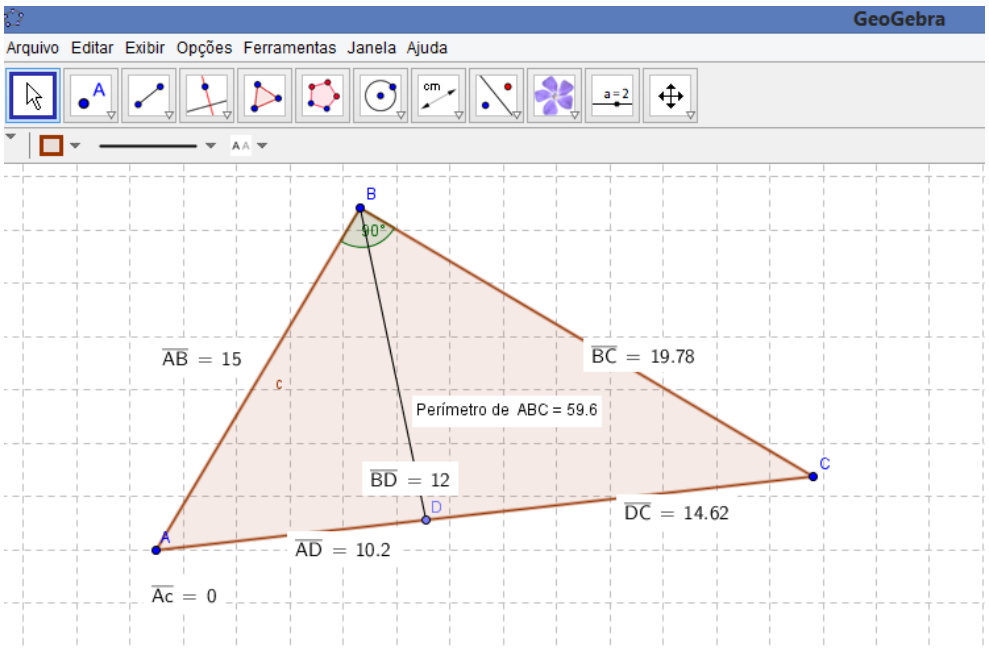


Figura 15- Resultados do problema no Geogebra – (Q5)

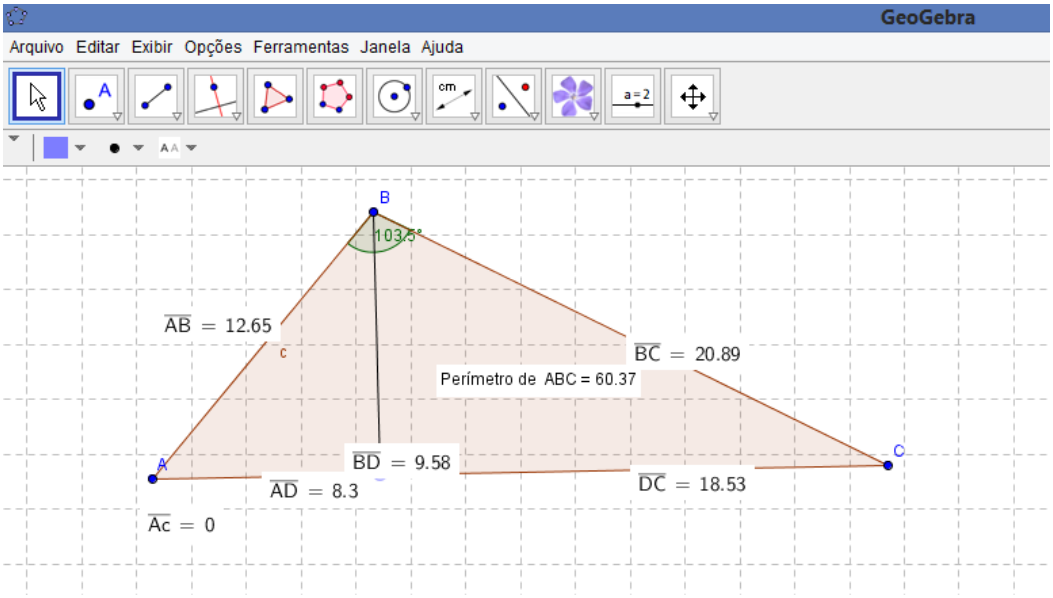


***Figura 16*- Resultados do problema com modificação- (Q5)**

Vimos no Quadro 3, com o Geogebra que as variáveis do problema não ficaram exatas, conforme o cálculo usado no modelo matemático, por exemplo a base ***m*** ficou igual a *14,62m* e o valor da hipotenusa ficou no valor de *24, 82m* o valor de ***n*** ficou igual a 10,2m e o valor de b ficou igual a 19,78m. Isso quer dizer que com o Geogebra existe variações que na prática sofrem mudanças.

O Quadro 4 mostra que ao mover o triângulo, os valores automaticamente sofrem mudanças, e as variáveis vão impactar nas respostas dadas ao problema, tornando-se relativo as respostas, dependendo do movimento que é feito no polígono. Quanto ao estudante, percebe-se que o nível de compreensão do problema fica menos complicado, e de fácil entendimento, pois o Geogebra traz todas as representações do mesmo objeto ligadas dinamicamente e se adapta automaticamente às mudanças realizadas em qualquer uma delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados.

Kenski (2007, p.44) ressalta que a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino.

Os ambientes informatizados apresentam-se como ferramentas de forte potencial frente às dificuldades inerentes ao processo de aprendizagem. É a possibilidade de "mudar os limites entre o concreto e o formal (Papert, 1988).

Segundo Hebenstreint (1987, p. 302):

> O computador permite criar um novo tipo de objeto - os objetos ‘concreto-abstratos’. Concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais.

O que podemos notar é que com o uso do recurso auxiliar na resolução se situações problemas o estudante passa para a fase da criação de elementos concretos e dinâmicos, facilitando a compreensão destes problemas.

Nesse sentido, a teoria de Galperin (1988) coloca como centro da atenção do processo de ensino e aprendizagem o processo de assimilação. A assimilação se dá tanto no plano concreto quanto no plano mental e é resultado da relação entre aluno e professor no processo diretivo de ensino.

Diante disso, a organização do processo de ensino vem a partir de um sistema cíclico formado por etapas didáticas que consistem na definição de objetivos, diagnóstico do grau de desenvolvimento da habilidade a ser formada, estruturação do conteúdo, organização do processo conforme etapas de assimilação

descritas por Galperin, definição das tarefas que formam a atividade e o controle da aprendizagem. Ou seja, Galperin além de fornecer os subsídios para a compreensão de como os alunos aprendem, indica o percurso a ser seguido nesta direção.

3.5 O TESTE FINAL

Nesta fase buscou-se concentrar os esforços na Etapa de formação da ação no plano da linguagem externa – os elementos da ação são representados na forma verbal, não sendo mais utilizados apoios externos, tal qual o aluno não tem acesso aos objetos ou a suas representações, e sim aos sistemas simbólicos que os representam.

Assim, o aluno operar com signos que por sua vez adquirem significados e passam a ser interiorizados independente da presença do objeto. Percebe-se, portanto, que a linguagem ao ser interiorizada vai sendo assimilada e assumindo significado relacionando-se aos interesses e as convicções da personalidade.

Dessa forma, a linguagem passa a ser considerada o instrumento de relação do sujeito com o objeto da ação, possibilitando a formação do processo de abstração e de generalização, conforme estabelecido por Vygotsky (1989).

Com isso, por meio do professor regente da disciplina, os estudantes utilizaram o programa Geogebra para estudar problemas matemáticos envolvendo representações geométricas dinâmicas, e como proposta, optou-se por apresentar o material de estudo em geometria dinâmica com uso de modelagem geométricas. Assim dessa forma, poderia ser analisado, por parte dos pesquisadores, a Etapa da formação da ação no plano da linguagem externa e seu desenvolvimento por meio das produções realizadas pelos estudantes ao longo do projeto com o Geogebra.

No primeiro momento foi feito o levantamento dos recursos dinâmicos disponíveis nos Programas de Geometria para organização do material a ser produzido. Neste momento foi perceptível a organização do grupo na produção do material a ser explorado, e na seleção dos problemas que iriam fazer parte do estudo. Assim, os estudantes escolheram o Teorema de Pitágoras para explorar seus conceitos e funções.

Em seguida foram definidos os problemas a serem explorados no trabalho, e apresentado aos demais componentes do grupo de trabalho. Neste momento optou-se por trabalhar com representações geométricas definidas em lugares da própria cidade de Boa Vista (local da pesquisa) como: praças, parques, centro históricos, etc.

Com o auxílio do programa de modelagem, que traz possibilidades buscamos simular uma Praça do Centro da cidade que traz em seu desenho várias representações geométricas, que podem ser exploradas com fonte de estudo do Teorema.

Alguns sistemas de informação são concebidos para simular uma interação entre uma situação dada a uma pessoa e para permitir que o explorador humano tenha um controle rígido e em tempo real sobre o representante no modelo da situação simulada. (Levy, 1999).

O trabalho inicial se deu com o levantamento fotográfico de várias representações que pudessem ser usadas com o intuito de simular uma representação geométrica e suas medidas de forma que pudessem ser construídos problemas envolvendo geometria plana, mais precisamente, sobre áreas de um triângulo.

Com o uso do programa de modelagem computacional, podemos criar a figura, redesenhar, modelar outros elementos de modificar sua formação inicial. Neste momento, o programa vem a fazer com que os estudantes criem os problemas matemáticos com base nas representações geométricas que estão sendo desenvolvidas com o programa e por fim, estabeleçam conceitos que foram adquiridos com os estudo da geometria plana, e busquem novos conceitos para serem trabalhados a luz da teoria.

No segundo momento, os estudantes com o auxílio dos colaboradores da pesquisa (Acadêmicos do Curso de Computação), criaram o molde da figura a ser representada no programa, conforme imagem abaixo:

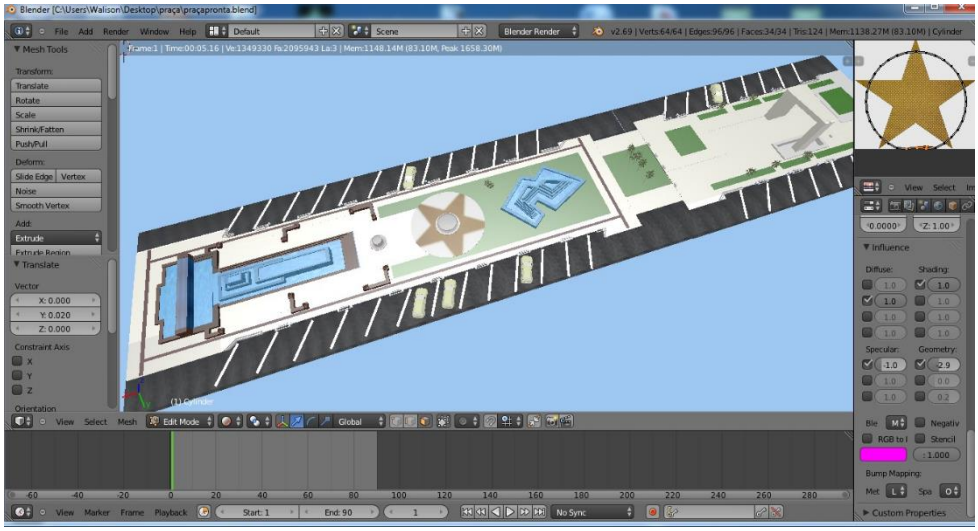


Figura 17: Modelagem do Portal do milênio

No terceiro momento, os estudantes criaram os problemas matemáticos envolvendo o Teorema de Pitágoras, a partir da figura representada pela Praça, com o uso do programa de modelagem Blender.

Após a projeção e a inserção de dados, fez-se a simulação do problema usando recursos de gravação de vídeo do Blender, mostrando as figuras em todos os ângulos até chegar na situação problema referente à figura do Portal.

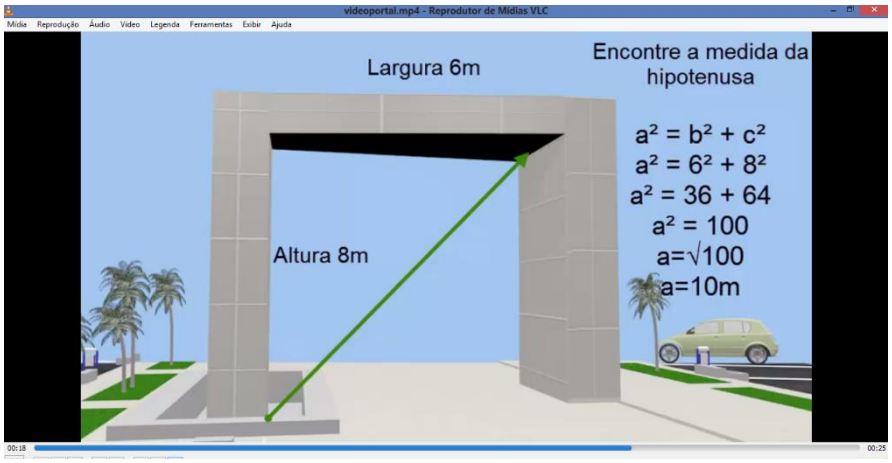


Figura 28: Situação Problema nº1

Vale ressaltar que nesta análise, o objetivo é perceber se o estudante desenvolveu a quarta etapa das ações mentais de Galperin. Com isso, a teoria coloca como centro da atenção do processo de ensino e aprendizagem o processo de assimilação. A assimilação se dá tanto no plano concreto quanto no plano mental e é resultado da relação entre aluno e professor no processo diretivo de ensino.

Nesse contexto, a organização do processo de ensino deve ser dada a partir de um sistema cíclico formado por etapas didáticas que consistem na definição de objetivos, diagnóstico do grau de desenvolvimento da habilidade a ser formada, estruturação do conteúdo, organização do processo conforme etapas de assimilação, definição das tarefas que formam a atividade e o controle da aprendizagem. Ou seja, Galperin além de fornecer os subsídios para a compreensão de como os alunos aprendem, indica o percurso a ser seguido nesta direção. Como afirma Nunes (2009):

> A etapa de linguagem externa possibilita trabalhar a significação do conteúdo. O trânsito pelas etapas de assimilação permite que os conhecimentos se transformem paulatinamente em significado pessoal, relacionados com as necessidades, os interesses e as convicções da personalidade" (NÚÑEZ:2009, p.114).

Na teoria de Galperin (1988), a linguagem é considerada fundamental para o processo de interiorização. Assim, no desenvolvimento da atividade com os alunos destacaram-se como fundamentais para que os mesmos pudessem assimilar o conceito em discussão, de modo a utilizá-lo em outras situações realizando assim o trânsito para a etapa de internalização.

Na figura 18, o Estudante (E1) apresenta o problema matemático envolvendo o Teorema de Pitágoras, nele explora os recursos computacionais para representar a figura geométrica extraída da modelagem do Portal da Praça que foi reconstruída com o programa de modelagem computacional pelos próprios.

Neste momento da pesquisa a explanação do estudante estava sendo gravada, para em seguida fazermos as análises de acordo com os parâmetros utilizados nas ações da ASP, mais especificamente a quarta ação, que corresponde em interpretar o resultado obtendo da solução o modelo matemático; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema; (MENDOZA, 2009, p.69).

O dado problema dizia o seguinte: *"Usando a figura da Praça das Águas do Portal do Milênio, cartão postal de Boa Vista, temos um polígono que chamamos de: retângulo com altura de 8m e largura de 6m. Ao traçar uma reta diagonal nesta figura teremos um triangulo retângulo. Responda o que define um triângulo retângulo e sua composição. E usando a Teorema de Pitágoras, encontre a medida da hipotenusa do triangulo."* Neste caso, espera-se que o estudante use os conceitos do Teorema para solucionar a questão.

É válido lembrar que o propósito é avaliar se estudante atingiu com propriedade a quarta etapa. Nesse sentido, esta etapa verbal traz “a ação sobre os objetos concretos, ou sobre sua representação, é substituída pelo discurso oral ou escrito, ou seja, as ações passam a ser executadas verbalmente, como, por exemplo, levantar informações, participar de discussões” (BASSAN, 2012, p. 73).

Durante esta etapa, são utilizadas as formas verbal (oral ou escrita) para a representação dos elementos da ação. Assim o estudante não tem mais acesso a forma material ou materializada dos objetos, e sim aos sistemas simbólicos que os representam e deve resolver as tarefas utilizando a linguagem escrita ou oral.

Portanto, podemos apontar, por meio das análises do vídeo, que o estudante (E1) explicou o Teorema de Pitágoras, definindo com suas palavras que *“em um triângulo retângulo, a medida da hipotenusa ao quadrado é igual à soma das medidas dos catetos ao quadrado”*, com esta questão proposta, partindo dos dados do problema matemático, o estudante buscou explorar os recursos computacionais dos programas disponíveis, utilizando os conceitos estudados em curso e se apropriou da linguagem matemática.

Na *Figura 19*, o Estudante (E2) aponta o teorema sobre área: “a área de um retângulo é o produto de sua base pela sua altura, buscou explanar o problema que dizia:

Problema 2: *Observando algumas fontes da Praça das Águas obtemos forma geométrica de um retângulo. Um de seus lados que mede 15m e o outro mede 5m. Daí então exigia-se do estudante a pergunta: Encontrar a área deste retângulo e explicar o teorema.*

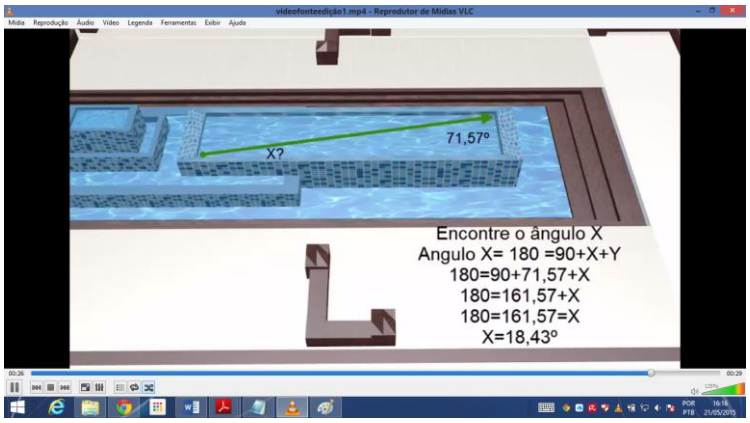


Figura19: (E2) Explanação do Problema matemático- Fonte de águas

Para realizar a análise referente a construção do conceito matemático pelo Estudante (E2), utilizou-se da gravação audiovisual para registrar seu desempenho ao longo da Oficina, nela buscamos constatar na explanação do problema matemático com base na ASP, mais especificamente, a quarta ação: que traz a interpretação da solução do problema, desvelando as seguintes questões: o Estudante (E2) utilizou os conceitos matemáticos para representar o problema? Representou pelo programa as variáveis? Buscou construir o modelo matemático?

Nesse sentido, na etapa verbal “a ação sobre os objetos concretos, ou sobre sua representação, é substituída pelo discurso oral ou escrito, ou seja, as ações passam a ser executadas verbalmente, como, por exemplo, levantar informações, participar de discussões” (BASSAN, 2012, p. 73).

Vejamos que essa etapa se caracteriza pelo relato, por parte dos alunos, sem uso de qualquer apoio material ou materializado. De início, cada estudante repete verbalmente aquilo que realizou na etapa anterior e, muitas vezes, pode chegar a utilizar alguma forma de representação escrita ou reporta-se a uma situação bem específica. Posteriormente, traduz somente as relações e traços operantes que permearam todas as operações/situações desenvolvidas.

Durante a exposição individual foi possível notar os demais alunos percebendo equívocos e compreensões do colega em foco ou próprios conceitos mencionados em grupo. Por outro lado, ocorre um ambiente de interações orientados pelo professor regente da turma, que também fez o papel na ação verbal.

Portanto, podemos pontuar que a etapa verbal exerceu uma característica criada por um movimento de comunicação que se expande de um relato com base em ação materializada à síntese com teor eminentemente conceitual. Tal elaboração, como o próprio nome diz, fez parte do plano verbal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar esta dissertação, podemos considerar que elaborar uma proposição de ensino, numa concepção teórica definida, não é tarefa fácil, exige planejamento e estratégias de ação que promovam de fato, a aprendizagem. Por outro lado, aplicar uma sequência didática em consonância com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais oportunizou constatar que além de preocupar-se com o processo de aprendizagem, sua teoria traz importante contribuição para a aplicação em sala de aula, visto que as etapas de assimilação organizam-se a partir da estrutura da atividade numa sequência articulada didaticamente, bem como as orientações de execução, controle e avaliação em cada uma das etapas estabelecidas por Galperin.

A conexão entre a recursos computacionais educacionais e a Matemática é mais uma maneira de se aprender Matemática em especial a Geometria. A inserção de um software de Geometria Dinâmica traz novas possibilidades e formas de aprendizagem que proporcionam uma nova compreensão do estudante em relação ao conteúdo ensinado.

No que tange o ensino de Geometria, foi possível observar que o Software Geogebra promove processos de aprendizagem específicos e possibilita a criação de situações que propiciam novos modos de ação e validação, nas quais os alunos interagem com o computador durante a realização das atividades e criam novas possibilidades com o uso de figuras geométricas dinâmicas, expõem fórmulas e teoremas vistos antes apenas em livros didáticos de forma estática.

As atividades desenvolvidas, galgadas na Atividade de Situação Problema, uma proposta didática de Mendoza (2009), composta por passos que conduzem à solução de problemas, na direção do processo de estudo e nos princípios de resolução de problemas de George Polya, preocupou-se em seguir as etapas propostas por Galperin para explicar o processo de internalização da atividade externa em atividade interna. Como resultado houve um significativo resultado no estudo do conceito de geometria plana. Pois vimos que ao seguir as ações na compreensão e análise.

Com base nos resultados descritos anteriormente, as etapas por Galperin são adequadas para o trabalho com conteúdos conceituais em sala de aula e

evidenciam a necessidade de propor as orientações elencadas pelo referido autor com o desenvolvimento da BOA.

Neste aspecto, percebemos a importância dos alunos tomarem conhecimento da atividade a ser desenvolvida, dos passos e ações que constituem esse processo, bem como, dos diferentes conceitos necessários para trabalhar um novo conceito.

É interessante ressaltar que estas percepções ficaram claras no momento em que os estudantes participaram das atividades propostas no estudo como exemplo a Feira de Ciências da escola, ocorrida em meados da análise da pesquisa, onde estes exploraram as atividades que foram estudadas e experimentadas ao longo do curso, interpretaram os resultados dos problemas matemáticos e buscaram soluções exequíveis com o uso do Geogebra.

Por isso, considero a proposta apresentada nessa dissertação como desafiadora e instigante. No entanto, reafirmo que o conjunto das operações/situações propostas não pode ser entendido como a salvação para os problemas dos estudantes na aprendizagem matemática e nem para os professores das escolas de Educação Básica. A consciência é de que se trata de algo que precisa ser avaliado de forma científica, aprofundados os conceitos dos autores. Sendo assim, pode se tornar em objeto de investigação em futuro estudo.

Portanto, para desenvolver o ensino de geometria plana com base na Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais, o professor precisa estar preparado teoricamente. Além disso, observar ações adequadas que possam contribuir para a assimilação do conceito, pelos estudantes.

O que podemos considerar que os objetivos foram alcançados, pois os estudos ocorreram de forma orientada e planejada com base na Teoria, que as ações propostas com os estudantes foram desenvolvidas de forma satisfatória, pois houve interesse, participação, interação, por parte dos estudantes e professores, desempenho na resolução das questões conceituais e procedimentais.

Contudo, para contribuir no âmbito na Pesquisa no Ensino de Ciências, como produto da pesquisa, foi proposto a criação de um Ambiente virtual da aprendizagem também conhecidos como Learning Management System (LMS) ou Sistema de Gerenciamento do Aprendizado, sendo constituído a partir do uso de diferentes mídias e linguagens, com a intenção de proporcionar não só a disponibilização de conteúdos, mas principalmente a interatividade e interação entre grupos de

professores da Educação Básica, viabilizando a construção do conhecimento de forma assíncrona.

Neste caso, foi proposto o Moodle (Modular Object- Oriented Dynamic Leraning Environment) é um ambiente cujo seu objetivo é permitir que processos de ensino e aprendizagem ocorram por meio da interação, privilegiando a construção/reconstrução do conhecimento, a autoria, a produção de conhecimento em colaboração com os pares.

Neste ambiente virtual de aprendizagem, estará o produto desta dissertação, um *Plano Didático para o Ensino de Geometria Plana voltado para Professores da Educação Básica* composto por: textos explicativos, exercícios, vídeo- tutorias para uso da plataforma, Problemas matemáticos para uso no Geogebra, entre outros.

No ambiente, o usuário terá um login e senha para acesso como administrador, permitindo gerenciar, compartilhar, configurar todo o ambiente virtual, cadastrar turmas de alunos e até mesmo criar novos cursos dentro da plataforma. Este acesso será feito pelo internet com endereço eletrônico já definido pelo administrador da plataforma.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de. Revista do Professor de Matemática: Geogebra, um software livre. 2008. (Artigo) AUSUBEL, David P. Aquisição e Retenção de Conhecimento: uma perspectiva cognitiva. Lisboa. Editora Alicerce, 2000.

ARIEVITCH, I. A Potential for an Integrated View of Development and Learning: Galperin's Contribution to Sociocultural Psychology. Mind, Culture and Activity. v. 4, n.10, p. 278-188, 2003.

BELFORT, E. Utilizando o Computador na Capacitação de Professores. In: CARVALHO, L. M.; GUIMARÃES, L.C. (Org.). História e Tecnologia no Ensino da Matemática. Rio de Janeiro: IME-UERJ, cap. 3, 2002. p. 39-50.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Pesquisas em Informática e Educação Matemática. In: Educação em Revista, Belo Horizonte, n° 36, p. 239-253, 2002.

_____. Informática e educação matemática. 3. ed. 2. Reimpr. Belo horizonte: Ed. Autêntica, 2007.

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: MEC/SEEMT, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: MEC / SEF, 1998, pag. 66.

BARBOSA, João Lucas Marques Barbosa. Geometria Euclidiana Plana. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1985.

BASSAN, Larissa Helyne. Teoria da formação das ações mentais por etapas, de P. Gasperin, e o processo de humanização. Marília, 2012.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. Metodologia do ensino da matemática. 2º. Edição. Rev. – São Paulo: Cortez, 1994. – (Coleção Magistério 2º grau). Série (formação do professor) CERVO, Amado Luiz; BERVIAM, Pedro Alcino; DA SILVA, Roberto. Metodologia Cientifica. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall 2007.

CLÁUDIO, D. M., CUNHA, M. L. As novas tecnologias na formação de professores de matemática. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. Algoritmos e suas implicações educativas. Revista de Ensino de Ciências. São Paulo, Funbec. v. 12.

_____. Didática da resolução de problemas de Matemática. São Paulo, Ática.

CHEVALARD, Yves. BOSCH, Mariana. GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre-RS: Ed. Artmed, 2001.

DAVYDOV, V. V. Problems of developmental teaching – The experience of theoretical and experimental psychological research. Soviet Education, Ago. 1988, vol. XXX, nº. 8. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. M. Freitas.

D'AMORE, Bruno. Elementos de didática da Matemática, [Tradução Maria Cristina Bonomi], São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DUARTE, Daiana Matias. O ensino do conceito de função afim: uma proposição com base na teoria de Galperin. Criciúma: Ed. do Autor, 2011.

GALPERIN, P.I. Organization of mental activity and effectiveness of learning. *Soviet Psychology*, Moscou, v. 29, n. 3, p. 35-42, may/june 1989a.

GEOGEBRA. Disponível em: http://www.geogebra.org/cms/index. php?lang=pt_BR>. Acesso em 5 Janeiro 2013.

GIARDINETTO, J. R. B. Matemática escolar e matemática da vida cotidiana. Campinas: Autores Associados, 1999.

GRAVINA, M. A. e SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.

GRAVINA, M. A. Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo. Tese de Doutorado. Porto Alegre, RS, UFRGS, 2001.

_____ Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria, Anais do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG, 1996.

GERÔNIMO, J. R.; BARROS, Rui M. de Oliveira; FRANCO, Valdeni Soliani. Geometria Euclidiana Plana: um estudo com o geogebra. – Maringá: EDUEM, 2010.

KENSKI, V. M. Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação. 6. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

_____Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação. São Paulo: Papirus, 2007.

LAKATOS, Eva Maria. MARCONI, Marina de Andrade. Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório. São Paulo: Atlas, 1992.

LEVY, Pierre. Cibercultura, SP, Editora 34 Ltda, 1999.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

LONGAREZI A. M.; PUENTES, Roberto Valdés. Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D. A. Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, Marco Antônio. Teorias de aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NASCIMENTO, João Kerginaldo Firmino do. Informática aplicada à educação. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

NÚÑEZ, I.B., PACHECO, O.G. La formación de conceptos cientificos uma perspectiva desde la teoria de la atividade. Natal: EDUFRN.1997.

NÚÑEZ, I. B. Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos. Brasília: Liber Livro, 2009.

OLIVEIRA, Elizabeth M. Metodologia para o uso da Informática na Educação. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. SBEM. Ano 13. nº.23. dez. 2007.

PAPERT, S. 1988: Logo: computadores e educação. Editora Brasiliense.

POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2 ed. reimp. RJ: Interciências, 1995. 196 p.

REGIMENTO, Geral Para as Instituições Públicas da Rede Estadual do Ensino de Roraima -Boa Vista-RR, 2011. RODRIGUES, Mauro Cícero et al. Projeto Político Pedagógico da Escola Estadual Hélio da Costa Campos – Boa Vista-RR, 2011.

RIBEIRO, R. P. O processo de aprendizagem de professores do ensino fundamental: apropriação da habilidade de planejar situações de ensino de conceitos. Natal: Tese (doutorado), 2008.

REZENDE, Alexandre; VALDES, Hiram. Artigo intitulado “Galperin: implicações educacionais da teoria de formação das ações mentais por estágios” - publicado pela Revista Educação & Sociedade. vol.27 no.97 Campinas Sept. /Dec. 2006- ISSN 0101-7330.

RICOY, M. C.; COUTO, M. J. V.S. As TIC no Ensino Secundário na Matemática em Portugal: a perspectiva dos professores. Revista Latino-americana de Investigación em Matemática Educativa- Relime, v. 14, p. 95 – 119, 2011.

ROVIRA, M. P. G.; SANMARTI, N. Las bases de orientación: un instrumento para enseñar a pensar teóricamente en biologia. Alambique: Didáctica das Ciencias Experimentales, Barcelona, n. 16, p. 8-20, 1998.

SILVA, Marcos. Sala de aula interativa, SP, Vozes, 2012.

SILVA, Robson Santos da. Moodle para autores e tutores. 2 ed..rev e ampl. — SP: Novatec, editora, 2011.

TALIZINA, N. F. Psicologia de la enseñanza. Biblioteca de Psicologia Soviética. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

TREBIEN, E. S. E. Software Educacional: Modelo de Desenvolvimento. União da Vitória: Face, 2003.

APÊNDICES

Apêndice A: *Projeto de Extensão parceria com a Faculdade Estácio da Amazônia*

PROJETO DE ATIVIDADE DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

1. TÍTULO DO PROJETO

O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA COM USO DO SOFTWARE EDUCACIONAL GEOGEBRA.

2. EIXO TEMÁTICO EM QUE SE INSERE A PROPOSTA

( ) Ação Social Comunitária ( ) Prestação de Serviços e Desenvolvimento Regional
( ) Ação Educativa – Eventos ( ) Difusão e Intercâmbio Científico – Cultural
(X) Ação Educativa – Cursos ( ) Outros Citar:

3. PROPONENTE

Licenciatura em Computação da Estácio Atual./ E. E. Jesus Nazareno

4. BENEFICIÁRIOS/CLIENTELA

15 estudantes do 1º ano do Ensino Médio

5. RESPONSÁVEL PELO PROJETO

Angelo Augusto Coêlho Freire
Mestrando do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências/ UERR

6. EXECUTORES DO PROJETO

Angelo Augusto Coêlho Freire
Mestrando do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências/ UERR
Acadêmicos do Curso de Licenciatura em Computação – 5º semestre.

7. INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS

Faculdade Estácio da Amazônia / Secretaria de Educação SECD/RR/ Escola Estadual Jesus Nazareno/ Universidade Estadual de Roraima – UERR.

8. OBJETIVO

Objetivos Gerais

Estudar geometria plana utilizando o software geogebra a partir de um ensino problematizador apoiado pela teoria de Galperin.

Objetivos Específicos

- Promover uma oficina de ambientação ao software geogebra e suas funcionalidades;
- Realizar testes diagnósticos de desempenho e competências no uso de geometria plana com os estudantes;

- Auxiliar os estudantes na resolução de problemas matemáticos envolvendo geometria no cotidiano utilizando a teoria de ações mentais;
- Promover discussões sobre o ensino de geometria e resolução de problemas;
- Criar vídeo-aulas com uso do geogebra;
- Criar uma plataforma de aprendizagem online com questões problemas envolvendo geometria plana.

9. JUSTIFICATIVA

Ao refinar a busca por estudos relacionados em produções bibliográficas (artigos, teses e dissertações), provoca a necessidade de entender aquilo que rotineiramente acompanha o cotidiano do professor de Matemática: a aprendizagem do aluno. Nesta rotina do dia-a-dia, implícita ou explicitamente, se apresenta a busca pela “melhoria da qualidade do ensino”, o que conduz a uma necessidade de um novo “modo de organização do ensino” (RIBEIRO, 2011).

Prosseguindo a busca por novos estudos, foi encontrado o trabalho de Vianna (2009), que tratou do uso do computador para o trabalho com conceitos matemáticos, considerando três aspectos: o potencial do software livre Geogebra na visão dos professores; a análise de atitudes dos alunos e professores diante dos novos desafios e os recursos do computador diante das possibilidades de implantação.

A autora destaca que, por meio do Geogebra, é possível compreender que a introdução de conteúdos matemáticos é flexível e que o conhecimento se construía de maneira ativa, favorecendo a interação e colaboração entre alunos (VIANNA, 2009).

A literatura pesquisada aponta que, ao se dispor de softwares de Geometria Dinâmica como o Geogebra, o aluno poderá descobrir e desenvolver conhecimentos de Geometria, na medida em que ele se dedicar à atividade, tanto durante as aulas como nos horários em que puder fazer estudos por iniciativa própria.

Então o projeto vem colaborar com os estudos regulares dos estudantes do ensino médio a luz de uma teoria de aprendizagem, uma metodologia sólida e o uso de tecnologias digitais que possam contribuir para a construção do conhecimento do estudante na área de geometria, se torna indispensável um trabalho que possibilite um estudo autônomo, independente e que promova uma aprendizagem significativa no estudante.

10. METODOLOGIA

Este estudo ocorrerá no laboratório de informática da Faculdade Estácio da Amazônia. Os estudantes serão auxiliados por 5 (cinco) acadêmicos do 6º Período do Curso de Licenciatura em Computação, na condição de “colaboradores”, cujo suas tarefas serão orientar os alunos nas suas atividades, elaboração e registros e correção do problemas geométricos com uso do geogebra, instalar, configurar e programas os recursos necessários nos computadores, realizar simulações em 3D, criar figuras geométricas em movimento, desenvolver problemas matemáticos.

As atividades vão ocorrer ao todo em 30 horas de trabalho individual e coletivo com o alunos, subdivido em 4 horas semanais, ao longo de 2 bimestres letivos, que corresponde a inicialmente:

- Teste diagnóstico (2 horas);

- Oficina com uso do Geogebra e modelagem geométrica 3D (3 horas);

- Aplicação e resolução de problemas com uso de geometria plana: Casos de congruências de triângulos (25 horas);

- Culminância do Trabalho na Feira de Ciências (10 horas).

Por conseguinte, será aplicado um teste de diagnóstico com o intuito de verificar quais as competências apresentadas pelos alunos no que diz respeito a geometria espacial. Para assim poder propor um plano de estudos baseados na teoria de Galperin na resolução de problemas.

Por fim serão extraídos em formato de portfólios, o perfil dos estudantes no desempenho das atividades realizadas durante o estudo.

11. CARGA HORÁRIA TOTAL

40 horas

12. PROCESSO DE AVALIAÇÃO/CERTIFICAÇÃO

Frequência mínima de 75% para recebimento do Certificado de participação.

13. REALIZAÇÃO

Local: Laboratório de Práticas Interdisciplinares da Faculdade Estácio Atual
Período: 05 de maio a 05 de outubro de 2014.
Horário: aos sábados (manhã e tarde)
Número de vagas: 15

Data: 07/04/2014

Assinatura: *Angelo Augusto Coêlho Freire*
Coordenação do Projeto

Apêndice B: *Termo de Autorização do Estudante*

GOVERNO DO ESTADO DE RORAIMA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
MESTRANDO: ANGELO AUGUSTO COÊLHO FREIRE

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Eu, _____CPF_____, autorizo meu(inha) filho(a), nome: _____, turma:_____série:____ à participar do Curso de Extensão: **APRENDENDO A RESOLVER PROBLEMAS DE GEOMETRIA PLANA COM O USO DE SOFTWARES DE MATEMÁTICA- GEOGEBRA**, a ser promovido pela *Faculdade Estácio Atual em parceria com a E. E. JESUS NAZARENO DE SOUZA CRUZ*, perfazendo uma carga horária de 40h. (direito a Certificado)

Local do curso: Laboratório de Práticas: Faculdade Estácio Atual (Rua Jornalista Humberto Silva, 308 – Bairro União)

Período: 10/05 à 12/07 (aos sábados)

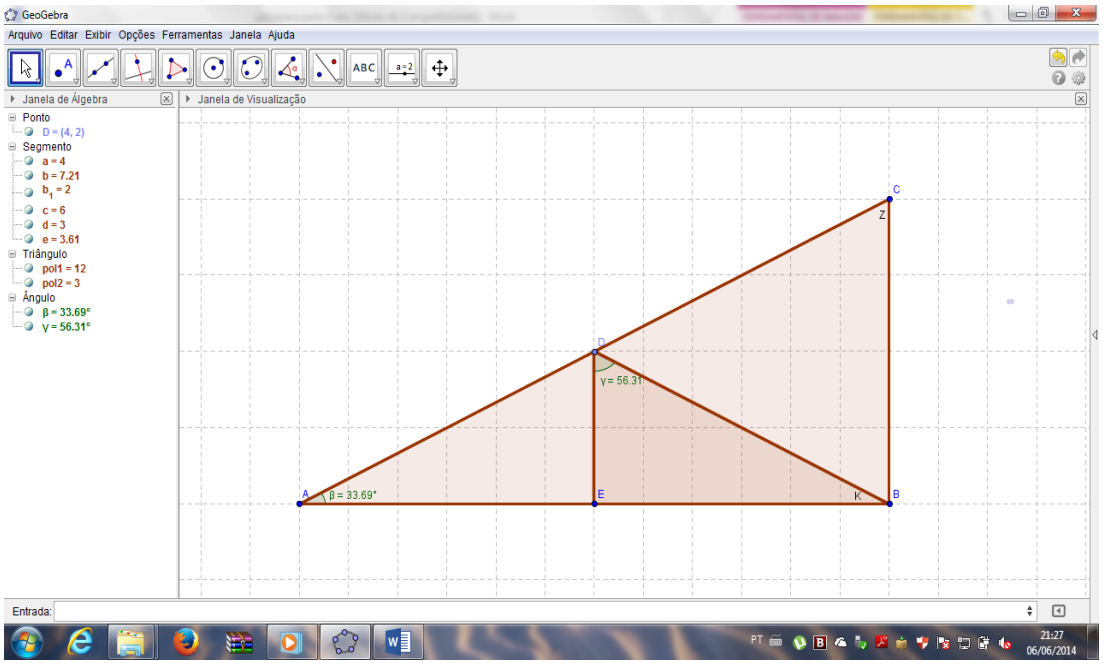
Opção de horário: **manhã**- 8:30h às 11:30h( ) **tarde**- 14:30h às 17:30h ( )

Data: ___/___/2014

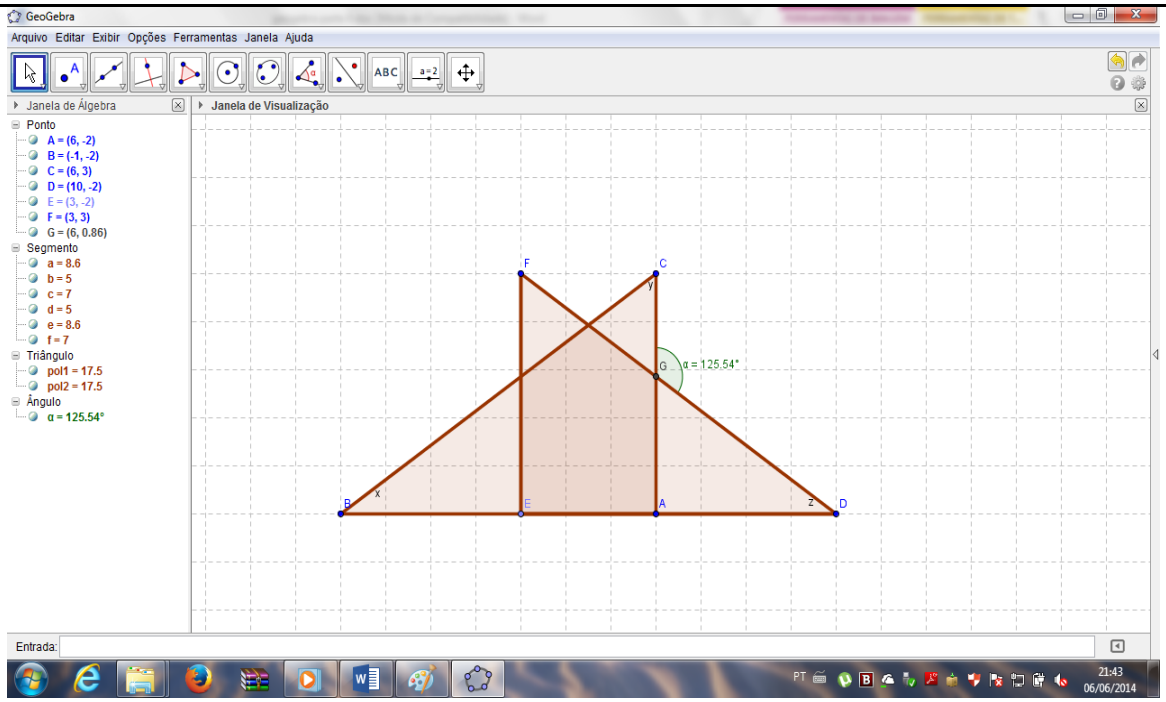
_____
Assinatura do Responsável

Apêndice C: *Questões no Geogebra- Parte 1*

Questão 1- Sabendo que a soma dos ângulos internos é igual a 180º. Temos o ângulo EDA β= 33 e o ângulo EDB y= 56. Encontre o valor de K e Z. Logo em seguida, identifique quantos triângulos retângulos podemos formar? Que outras formas podemos criar com este triângulo, apresente-as no geogebra e grave-as.



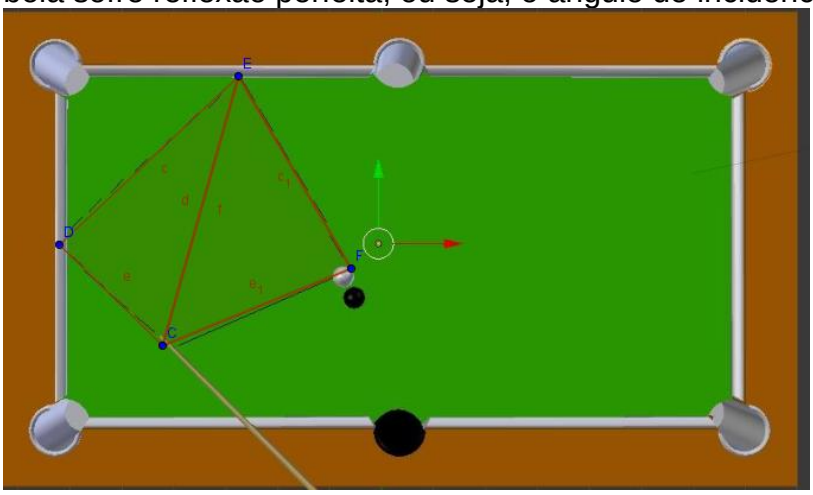
Questão 2- Dados triângulos abaixo, cujo o ângulo externo DGC = 120º, encontre o valor do ângulo x, z e y. Justifique sua resposta, tendo por base que um dos lados dos ângulos retos são de 90º.



Obs.: Após os cálculos no papel, resolva as questões usando o geogebra.

Apêndice D: *Questões no Geogebra- Parte 2*

QUESTÃO 1: Uma mesa de bilhar tem o formato de um retângulo, sabemos que a jogadas para derrubar a bola preta formam triângulos. Calcule a soma dos ângulos internos do triângulos formados com a tacada. Lembrando que ao bater nos lados do retângulo, a bola sofre reflexão perfeita, ou seja, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.



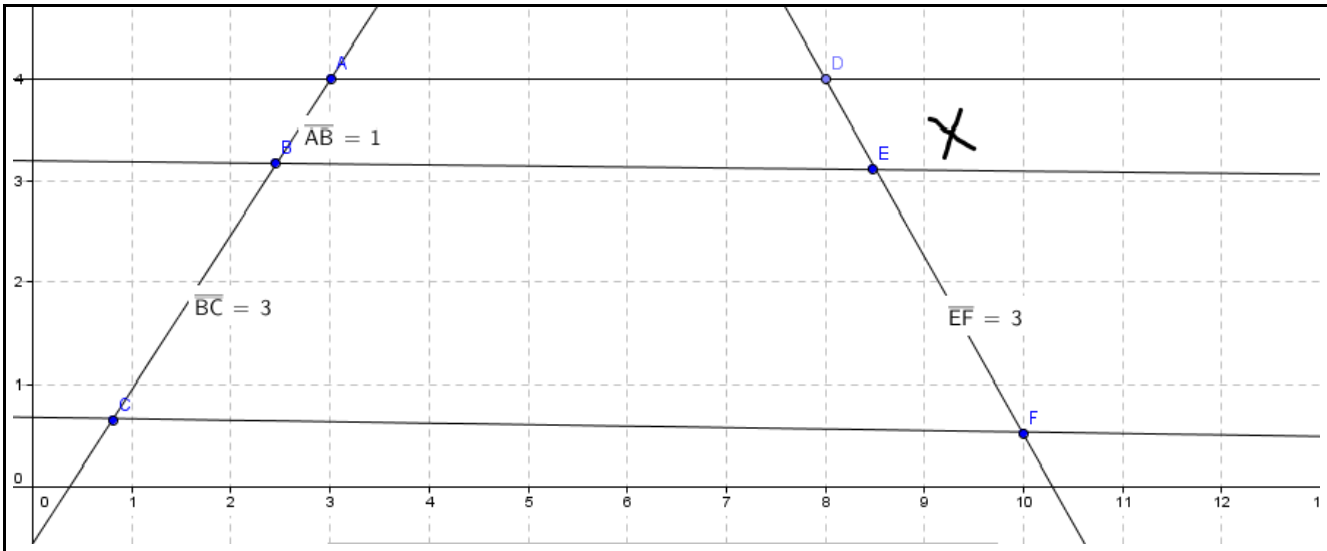
A soma dos ângulos internos podem ser provados usando: Si= 180° (n – 2), sendo que a letra n é o número de lados do triângulo.
Si= 180 . (n - 2)
Si= 180. (3 - 2)
Si= 180. 1
Si= 180

A soma dos ângulos internos do triângulo equivale a 180°.

Após resolver a questão, explique quais pontos dos ângulos mudariam o percurso da bola para que ocorra o erro nesta tacada?
Qualquer mudança no percurso da bola pode interferir no ângulo na tacada da bola.

Com ajuda do blender e geogebra crie outras tacadas de sinuca, simulando questões a serem resolvidas sobre ângulos.

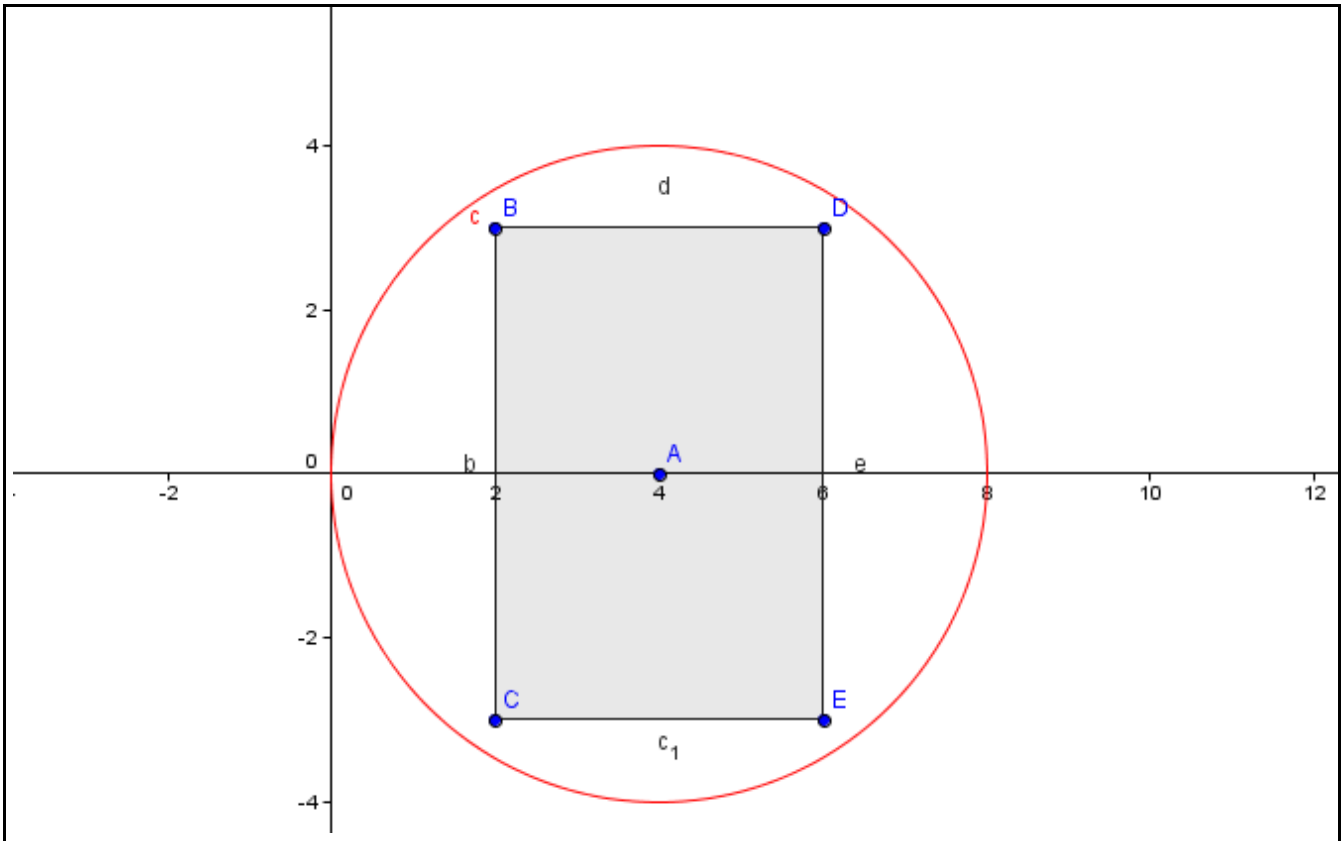
Questão 2: Sabendo que as proporções AB/BC=DE/DF são correspondentes, ou seja são iguais. Então, diante da distância entre as paralelas que são AB=1, BC=3 e EF=3. Encontre o valor de x (use o geogebra e em seguida faça o cálculo no papel).



Após resolver a questão, descreva como você fez estas retas no geogebra, e explique como se faz para achar o valor das retas BC e EF?

As retas paralelas por serem correspondentes são iguais nas suas medidas.

Questão 3: A partir do ponto A=(4,0), construa uma circunferência com r=4 e forme um retângulos com os pontos B=(1,3),C=(1-3),D=(5,3),E=(5,-3). Encontre a área da circunferência e do retângulo.
Em seguida, crie várias circunferências que não ultrapassem as extremidades do retângulo, e descreva o que ocorreu. Quantas conseguiram formar? Qual foi o raio da menor e maior circunferência?



Após resolver a questão com ajuda do geogebra, explique como devemos encontrar a área de uma circunferência e um retângulo?

Na matemática, o número π é uma proporção numérica que tem origem na relação entre o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro; por outras palavras, se uma circunferência tem perímetro p e diâmetro d, então aquele número é igual a p/d. É representado pela letra grega π, que equivale a 3,141526.

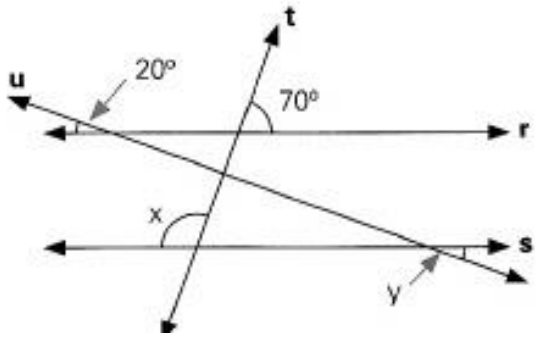
Primeiro devemos saber como achar a área de uma circunferência:
$Ac= r^2 . \pi$
$Ac= 4^2 . 3,14$
$Ac= 16 . 3.14$
$Ac= 50,24cm$

Para achar a área de um triângulo devemos optar pela fórmula Ar= l . l (um lado pelo outro lado)
Ar= l . l
Ar= 6 . 4
Ar = 24cm.

Apêndice E: *Questões no Geogebra- Parte 3*

O teste tem como objetivo estudar as relações de pontos e retas de um plano; estudar os ângulos internos de um determinado triângulo. Consideramos como respostas os cálculos realizados pelos estudantes juntamente com sua explicação da resolução dos problemas em questão.

1. Na figura abaixo tem-se r//s; t e u são transversais. O valor de x + y é:

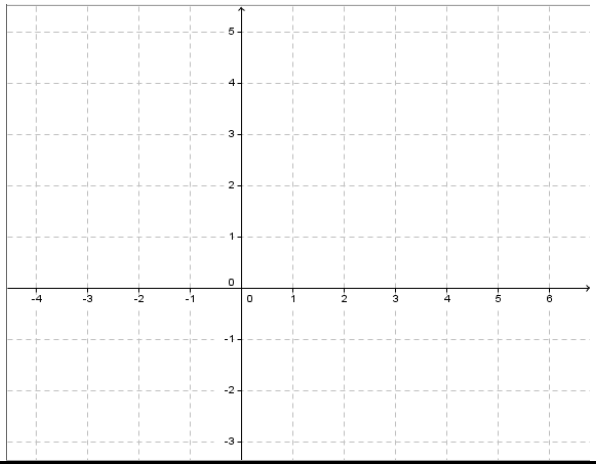


Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a:
- Afirmem que as retas r//s, são consideradas transversais às retas t e u.
- Uma transversal em relação a duas retas coplanares é uma reta que as intersecta em dois pontos distintos, onde seus ângulos são chamados de ângulos alternos-internos, portanto são correspondentes.

Cujo cálculo chegue a:
Se o ângulo x da reta r é transversal a reta r//s, logo temos os ângulos altermos-internos que se interceptam são os mesmos 70°.

x + 70° = 180°
x = 180° - 70°
x = 110°
Se o ângulo y é 20°. Então se x é 110° e y é 20°, logo x + y = 130°

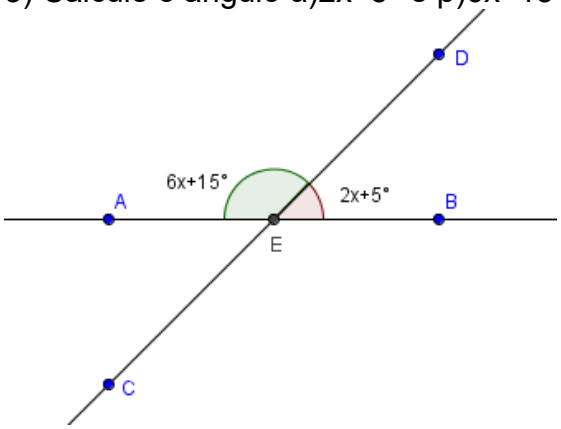
2. Ao traçar as



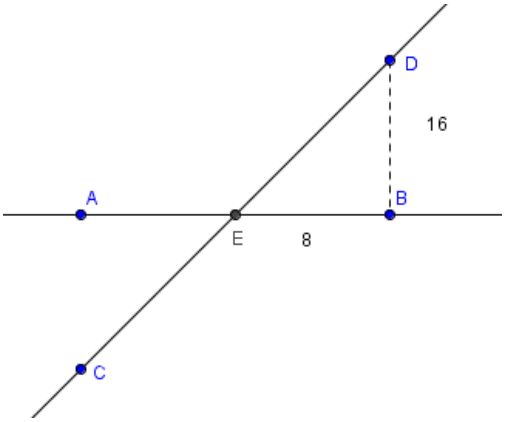
Dados os pontos A(-1,1), B(3,1), C(-1,-1), D(3,3). traçar uma reta *r/* entre os pontos A e B em seguida outra reta *s/* entre os pontos C e D. Definimos que retas *t* e *s* são?

Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a:
- responda que as retas são transversais apesar e não serem cortadas por duas retas paralelas.

3) Calcule o ângulo α)2x+5° e β)6x+15°



Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a:
Se os ângulos AED e os ângulos DEB somam 180°, então 2x+5°+ 6x+15° = 180°. Logo:
2x+5°+ 6x+15° = 180°.
2x+6x= 180°-5°-15°
8x=160°
x=160°/8
x=20°
Então os ângulos α=2.20°+5°= 45° e β=6.20°+15° = 135°.
4) Sabe-se que a base do triangulo EBD é 8 e altura 16, qual o valor do comprimento do ponto de interseção ao D.

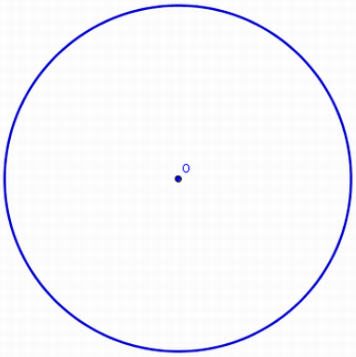


Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a: ***- Compreendam as relações métricas de um triângulo "a altura ao quadrado é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa", e obtenham o quadrado da altura relativa à hipotenusa, assim usamos o teorema de Pitágoras traz $a^2=b^2+c^2$. Logo temos:*** $a^2 = b^2+c^2$. Então: $(DE)^2 = (DB)^2 + (EB)^2$ $(DE)^2 = (16)^2 + (8)^2$ $(DE)^2 = 256 + 64$ $(DE)^2 = 320$ $DE = 17,88$ Portanto: $17,88^2 = 256 + 64$ $319,6944 = 320$ (aproximadamente).

Apêndice F: *Atividades executadas no Geogebra*

1) No primeiro momento, solicite a construção de uma circunferência qualquer, de centro O, utilizando o comando "Círculo dados Centro e Um de seus Pontos", (Figura 2).

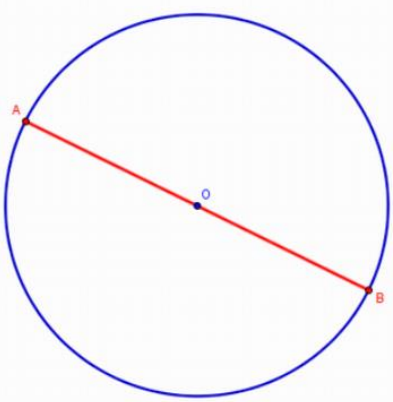
Figura 2 - Construção de uma circunferência no GeoGebra



Fonte: Arquivo da autora

2) Em seguida, solicite aos alunos que tracem o diâmetro AB dessa circunferência, usando o comando "Segmentos definido por Dois Pontos". (Figura 3).

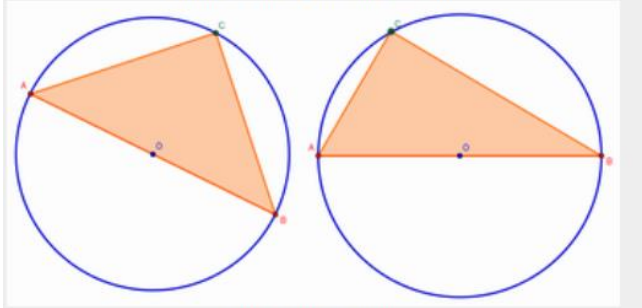
Figura 3: Construção do diâmetro AB



Fonte: Arquivo da autora

3) Feita a construção, oriente os alunos para a escolha de um ponto C qualquer da circunferência, definindo assim um triângulo ABC. O aluno traça os segmentos AC e CB e pode destacar o triângulo em cores, por exemplo. (Figura 4).

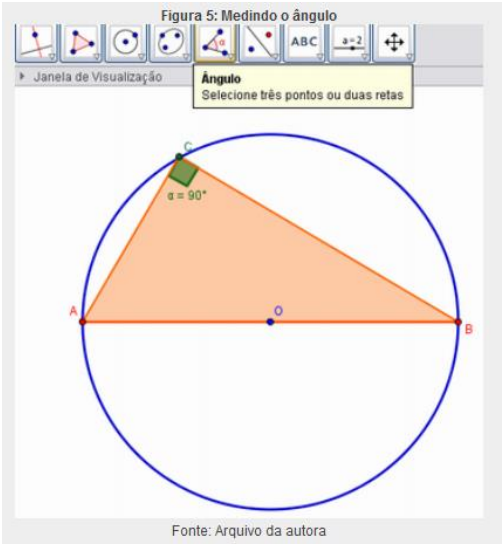
Figura 4 - Construção das funções d, e, f



Fonte: Arquivo da autora

4) Solicite aos alunos que meçam o ângulo com vértice em C e compare o resultado obtido com os resultados obtidos por seus colegas. (Utilizar a ferramenta “ângulo”) (Figura 5).

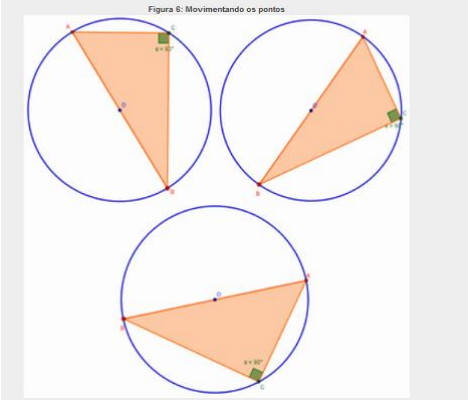
Figura 5: Medindo o ângulo



Fonte: Arquivo da autora

Padrão de resposta esperado:
“O ângulo mede 90º na construção de todos os colegas”.

5) Solicite aos alunos que movimentem os pontos, observem os resultados e os compare. (Figura 6).



Em seguida, questione os alunos:

O que a experiência sugere?

Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a:

"Todo triângulo inscrito numa semicircunferência e que tem um dos lados coincidindo com o diâmetro é retângulo".

Peça aos alunos para generalizar e registrar a propriedade abordada na experiência com o GeoGebra.

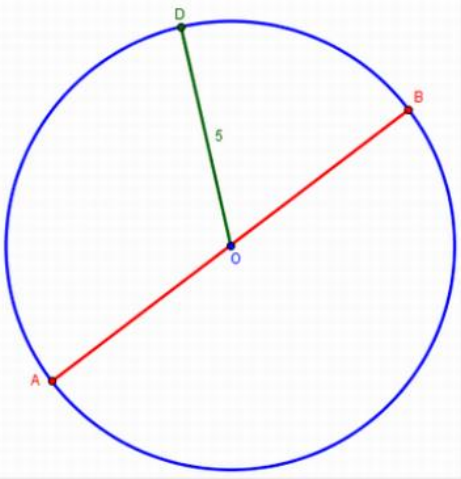
Espera-se que os alunos cheguem a um registro semelhante a:

"Se um vértice de um triângulo pertence à uma semicircunferência e os outros dois vértices são extremos do diâmetro desta circunferência, então este triângulo é retângulo".

Plano de Estudos – Parte 2

1) Solicite aos alunos que desenhem uma circunferência de raio igual a 5cm e que destaquem o diâmetro AB. (Figura 7).

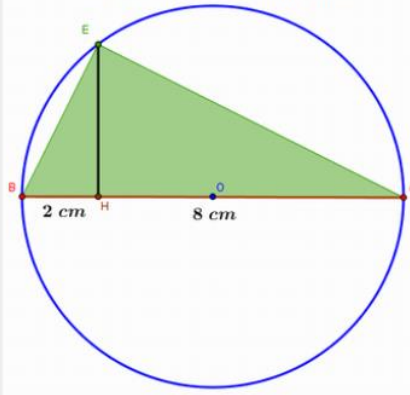
Figura 7: Circunferência de raio 5 cm



Fonte: Arquivo da autora

2. Oriente os alunos na construção de um ponto E sobre a circunferência desenhem o triângulo ABE, retângulo em E, com altura de modo que a projeção de um dos catetos meça 2 cm. (Figura 8).

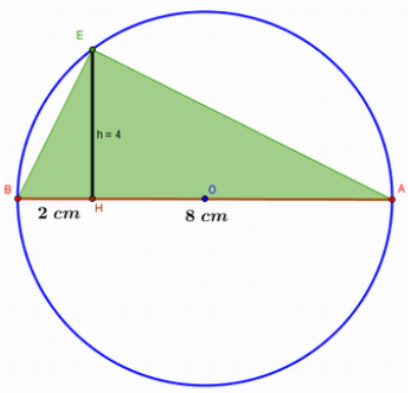
Figura 8: Construção do triângulo ABE



3) Solicite que aplique a relação métrica do triângulo retângulo “altura ao quadrado é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa”, e obtenham o quadrado da altura relativa à hipotenusa.

4) Oriente-os a medir o segmento EH no GeoGebra e comparar o resultado com o obtido no item anterior. (Figura 9).

Figura 9: Altura relativa à hipotenusa



Fonte: Arquivo da autora

Espera-se, com essa atividade, que os alunos percebam que, ao fazer a comparação, a medida do segmento correspondente a altura (no desenho) é igual ao valor encontrado anteriormente, isto é, igual ao produto das projeções.
Após conferir, por meio da comparação, a relação métrica ($h^2 = m \times n$), solicite aos alunos que verifiquem as demais relações usando o mesmo procedimento, isto é, fazendo o cálculo algébrico com valores pré-determinados – no caso anterior 10 cm, 8 cm e 2 cm – e, em seguida, comparando o resultado com a medida do segmento em questão.

Ressalte com os alunos que as demais relações métricas no triângulo retângulo são:
1) $a^2 = b^2 + c^2$ (Teorema de Pitágoras);
2) $a \times h = b \times c$;
3) $b^2 = a \times m$;
4) $c^2 = a \times n$.

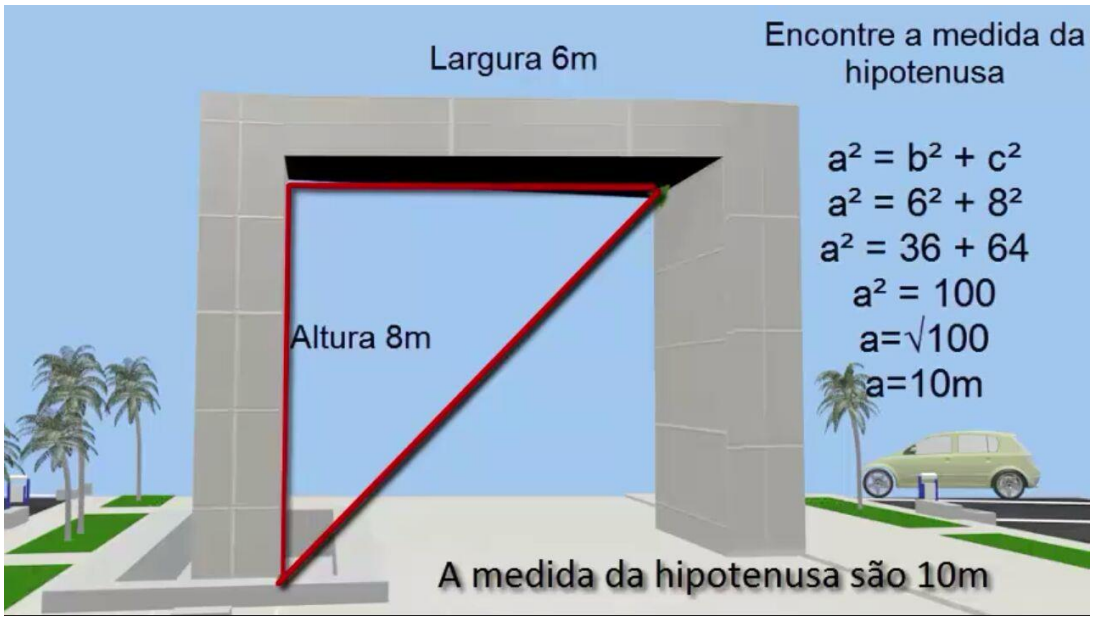
Nessas relações são consideradas:
a: medida da hipotenusa;
b e **c:** medida dos catetos;
m: medida da projeção de b sobre a hipotenusa;
n: medida da projeção de c sobre a hipotenusa.

Peça aos alunos para registrarem os cálculos e para salvarem suas construções realizadas no GeoGebra. A correção dessa atividade servirá para avaliar se os alunos compreenderam o conteúdo e sanar possíveis dúvidas.

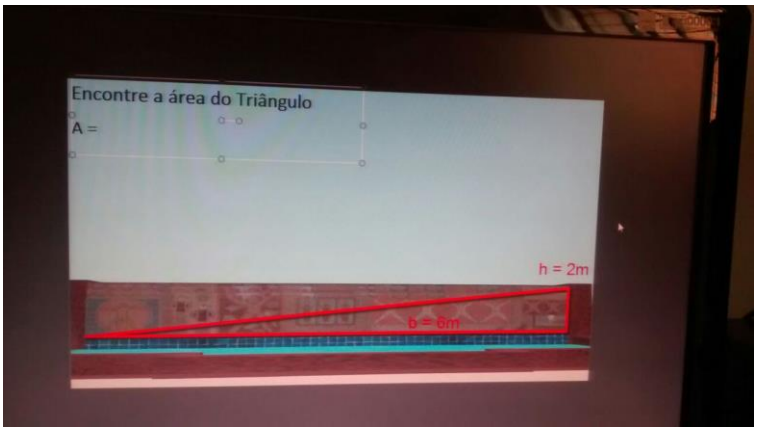
Apêndice G: *Teste final*

Situação Problema 1:

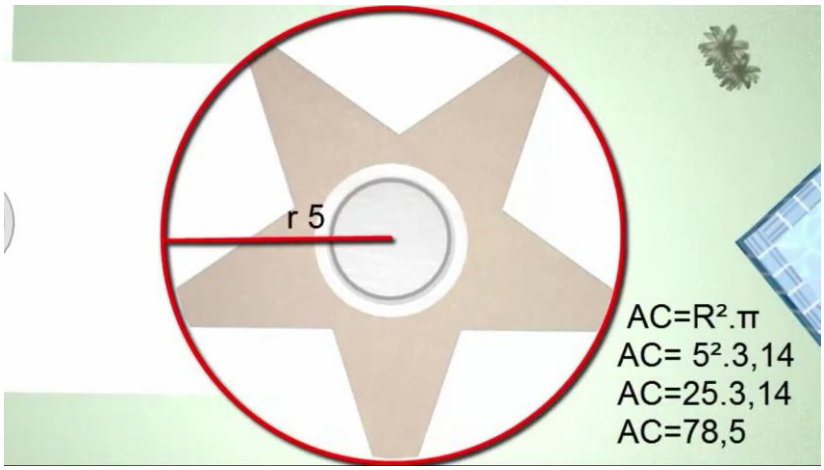
1) Usando a figura da Praça das Águas do Portal do Milênio, cartão postal de Boa Vista, temos um polígono que chamamos de **retângulo** com altura de 8m e largura de 6m. Ao traçar uma reta diagonal nesta figura teremos um **triangulo retângulo**. Responda o que define um triângulo retângulo e sua composição. E usando a Teorema de Pitágoras, encontre a medida da hipotenusa do triangulo.



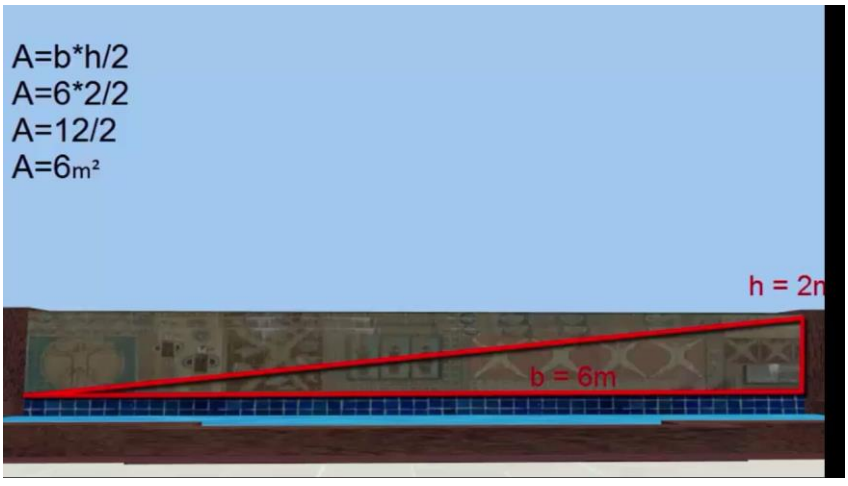
2) Observando algumas fontes da Praça das Águas temos uma em forma geométrica de um retângulo. Um de seus lados que mede 15m e o outro mede 5m. Encontre a área deste retângulo. Em seguida, ao traçar uma reta na diagonal e a partir do ângulo y temos 71,57m. Encontre o outro ângulo de x.



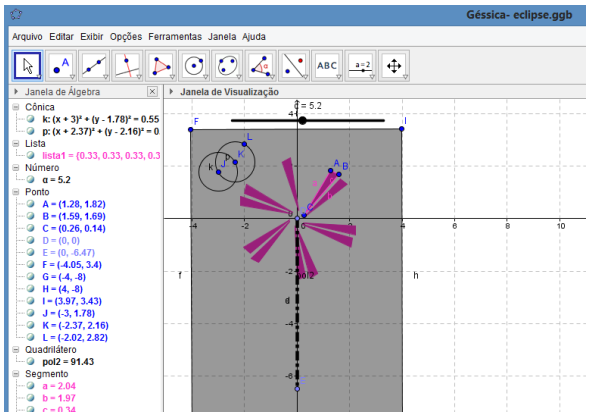
3) Uma outra na fonte na parte central da Praça das Águas (conforme figura), tem o formato de uma circunferência, representada por um raio de 5m. A partir destas informações, responda o conceito de área e encontre quantos m² ela mede.

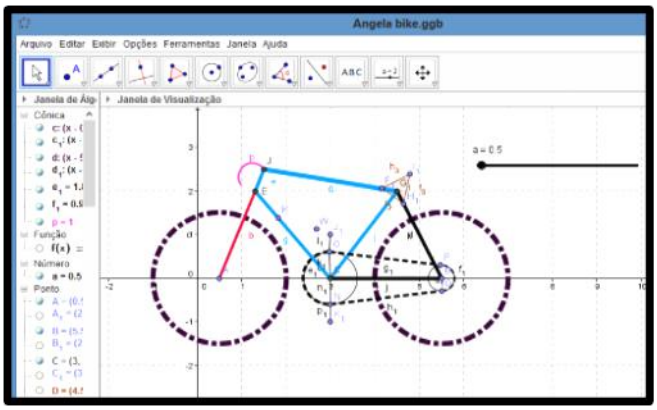


4) Ao chegar no início da Praça das Águas nos deparamos com esculturas em azulejos próximo as fontes de águas, nela podemos notar que o formato de um polígono que chamamos de quadrilátero. Então surge o seguinte problema! Caso tracemos um uma reta diagonal ao meio onde um dos seus lados mede 2m e outro 6m. Qual a área ocupada por esta parte da figura nos azulejos? Que modelo podemos usar para achar esta área? Qual é a medida desta diagonal que foi traçada? Podemos formar outro polígono? Que medidas estes devem ter?



5) Atividades no Geogebra: Como criar figuras geométricas com os controles deslizantes e comandos de sequência?





Perguntas - chave:

1.O que são controles deslizantes?

2. O que são comandos de sequência?

3. O que fazem estes comandos?

4. Onde podemos aplica-los?

5. Quais os conceitos de geometria são utilizados nestes comandos?

6. Crie um produto com o uso de projeções com o controle deslizante.

ANEXOS

Anexo 1: *Prova diagnóstica*

GOVERNO DO ESTADO DE RORAIMA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
MESTRANDO: ANGELO AUGUSTO COÊLHO FREIRE

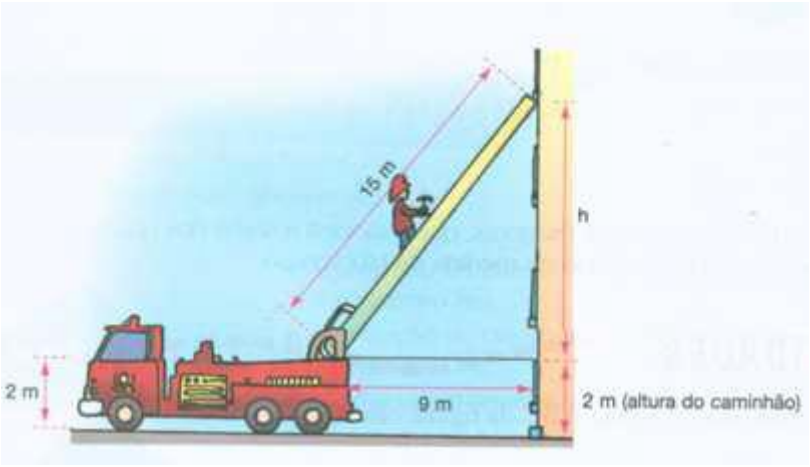
Prova diagnóstica inicial

Prezado (a) ESTUDANTE

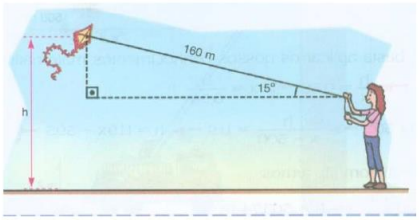
Estou realizando uma pesquisa sobre as dificuldades dos alunos em Matemática, e solicito que você responda as questões a seguir. Não é necessário identificar-se e suas respostas indicam sua autorização para que esses dados sejam usados na pesquisa.

Resolva os exercícios a seguir, ao final de cada questão tente explicar com suas próprias palavras como chegou a determinado resultado.

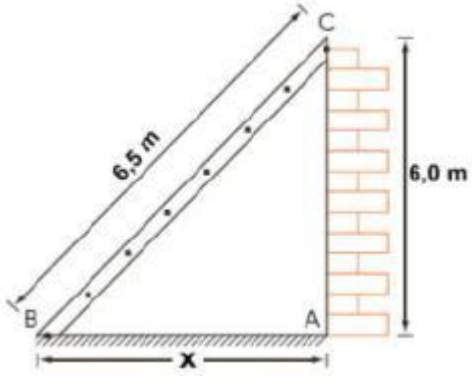
1) O pé da escada de 15 m de comprimento apoiada numa parede está distante 9 m da parede. Calcule a distância entre o topo da escada e o chão. Um modelo da situação é dado pelo esquema:



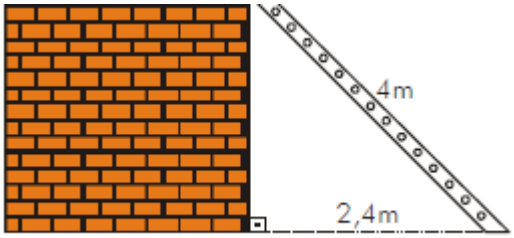
2) Num domingo de sol, Fernanda brinca com sua pipa. A linha já está esticada com 160 m, representando um segmento de reta. Qual a altura aproximada da pipa em relação ao chão, sabendo que a mão de Fernanda fica a 1,5 m do chão e que a linha forma 15º com a horizontal. Dica: cos15º= 0,966 e sen15º = 0,259



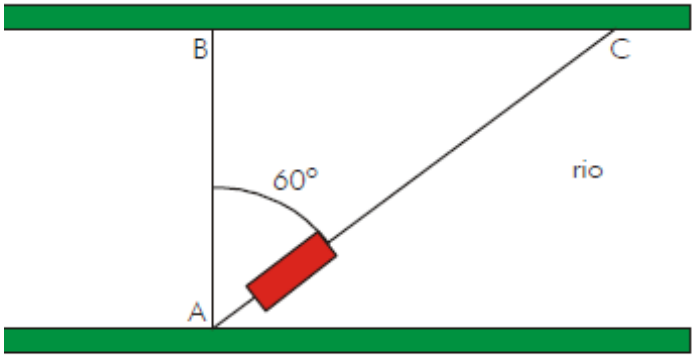
3) Uma escada de 6,5 metros de comprimento está apoiada em um muro de 6,0 metros de altura. A que distância do muro essa escada se encontra apoiada? Analise sua resposta quando as projeções.



4) Uma escada que mede 4m tem uma de suas extremidades aparada no topo de um muro, e a outra extremidade dista 2,4m da base do muro. A altura do muro é? Como chegou a tal resultado? Qual o teorema usado no problema?



5) A figura representa um barco atravessando um rio, partindo de A em direção ao ponto B. A forte correnteza arrasta o barco em direção ao ponto C, segundo um ângulo de 60º. Sendo a largura do rio de 120m, a distância percorrida pelo barco até o ponto C, é? Como chegou a tal resultado? Quais são os dados do problema? Qual o teorema que usará para o problema?



6) Luiz fez uma viagem à cidade de Olapoque numa pick-up. Em um determinado trecho do caminho existe uma ladeira com inclinação de 40º em relação ao plano horizontal. Se a ladeira tem 50 m de comprimento, quantos metros a pick-up se eleva, verticalmente, após percorrer toda ladeira? (Dados: sem 40º=0,64; cos 40º=0,76; tg 40º=0,83.).

7) Num triângulo retângulo, um cateto é igual a 15m e a altura relativa à hipotenusa 12m. Determinar a hipotenusa, o outro cateto e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa? Qual o conceito utilizado para responder esta questão?

