



**ESTADO DE RORAIMA**  
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA – UERR**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PROPES**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS -**  
**PPGEC**

**APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU A PARTIR DA**  
**ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COMO METODOLOGIA DE**  
**ENSINO, FUNDAMENTADA NA TEORIA DE FORMAÇÃO POR**  
**ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS DE GALPERIN**

**ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE**

---

Dissertação de Mestrado

**BOA VISTA/RR**  
**2016**



ESTADO DE RORAIMA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA - UERR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS -  
PPGEC



ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE

**APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU A PARTIR DA  
ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COMO METODOLOGIA DE  
ENSINO, FUNDAMENTADA NA TEORIA DE FORMAÇÃO POR  
ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS DE GALPERIN**

Orientador: Prof. DSc. Héctor José García  
Mendoza

**BOA VISTA/ RR  
2016**

ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE

**APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU A PARTIR DA  
ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA COMO METODOLOGIA DE  
ENSINO, FUNDAMENTADA NA TEORIA DE FORMAÇÃO POR  
ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS DE GALPERIN**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências. Linha de pesquisa: Métodos Pedagógicos e Tecnologias Digitais no Ensino de Ciências

Orientador: Prof. DSc. Héctor José García Mendoza

**BOA VISTA/ RR  
2016**

ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Aprovado em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/2016.

Banca Examinadora

Prof. DSc. Héctor José García Mendoza.  
Universidade Federal de Roraima  
Orientador

Prof. DSc. Oscar Tintorer Delgado  
Universidade Estadual de Roraima  
Membro Interno

Prof. DSc. Alberto Martín Martínez Catañeda  
Universidade Federal de Roraima  
Membro Externo

## DEDICATÓRIA

Esta pesquisa é dedicada especialmente, aos meus pais Amaro da Rocha e Silva (in memoriam) e Rilza Socorro da Rocha, a Alberto Chirone amor da minha vida, a Rafael e Giovanna, frutos desse amor, aos meus irmãos Marta, Leopoldo e Amaro Júnior, as minhas sobrinhas Grace, Gabriella, Raiane, Joanna, Bianca e Amália, que com muito amor e carinho, apesar das ausências, sempre me incentivaram e apoiaram durante a realização de mais esta etapa de formação acadêmica.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a DEUS e a MARIA, Mãe de JESUS e nossa, pela presença marcante em todos os momentos da minha vida. Ao Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciência da Universidade Estadual de Roraima, na pessoa da Prof.<sup>a</sup> Dra. Régia Chacon. Ao meu orientador, Prof. Dr. Héctor José García Mendonza, que com dedicação e paciência, orientou e incentivou todas as fases desta pesquisa. Ao Prof. Dr. Oscar Tintorer Delgado, pelas orientações, correções e incentivos dispensados ao longo desse período e pela participação na Banca Examinadora. Ao Prof. Dr. Evandro Ghedin pelas contribuições acadêmicas, para formação da minha base epistemológica e compreensão dos processos cognitivos. Ao Prof. Dr. Roberto Valdés Puentes, pelas valiosas contribuições, participação na Banca de Qualificação e oportunidade de realizar junto com Alberto Chirone a tradução do texto de Vigotski do italiano para o português, cuja publicação contribuiu para o cumprimento dos créditos exigidos pelo PPGEC. Ao Prof. Dr. Alberto Martín Martínez Catañeda, pelas orientações e correções do conteúdo matemático e pela participação na Banca Examinadora. As Mestras das turmas anteriores Ivanilda, Priscila, Solange e Soraya, cujas dissertações servirão de inspiração. Aos meus colegas da terceira turma do mestrado, em especial as queridas amigas Jeneffer, Marlene e Rita. A amiga Josefa Conceição, pelos momentos de discussão e estudos acerca do Ensino Problematizador de Majmutov. A minha querida amiga de fé Lúcia Brito, pela revisão gramatical e ortográfica dessa dissertação e dos artigos publicados durante o período de estudos do mestrado. Aos colegas do Colégio de Aplicação da UFRR, em especial a coordenação pedagógica, na pessoa da prof.<sup>a</sup> Carmem Lúcia, aos professores de matemática e a Prof.<sup>a</sup> Dra. Ana Lia Farias Vale, pelo apoio, incentivo e orientações. Aos estudantes, sujeitos dessa pesquisa, pela dedicação na realização das atividades e provas durante o desenvolvimento da pesquisa. Aos pais dos estudantes sujeitos da pesquisa pelo apoio e compreensão. Ao meu amor e companheiro, Alberto Chirone, pela paciência, amor e carinho e por dividir comigo seus conhecimentos filosóficos e psicológicos. Aos meus filhos, Rafael e Giovanna e toda minha família.

A todos, meu muito obrigada!!!

Para Tales... a questão primordial não era o que sabemos, mas como o sabemos.

(Aristóteles)

## RESUMO

O processo de ensino aprendizagem deve estar baseado em uma teoria de aprendizagem que explique a relação entre o objeto (conteúdo a ser aprendido) e os sujeitos (estudante/professor). Opta-se nesta pesquisa pela Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, pela Direção da Atividade de Estudo de Talízina e pelo Ensino Problematizador de Majmutov, para analisar a aprendizagem da Atividade de Situações Problema em Equações do 1º grau, dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da UFRR. A pesquisa será dividida em três capítulos, sendo o primeiro o da Fundamentação Teórica subdividido em três tópicos: fundamentos filosóficos, psicológicos e didáticos. No segundo capítulo, dedicado aos procedimentos metodológicos, se caracteriza a pesquisa como mista com enfoque qualitativo e se apresentam os instrumentos utilizados para coleta e análise dos dados, a saber: quatro provas de lápis e papel, fichas de observações, questionários, registros pessoais e autoavaliação. No terceiro capítulo se apresentam as análises e discussões dos dados coletados em cada fase da pesquisa, utilizando a Atividade de Situações Problema e sua relação com o processo de assimilação proposto por Galperin. Como resultado final da pesquisa temos que: dos 25 estudantes participantes, 01 estudante encontra-se na 1ª Etapa da assimilação, 07 estudantes na 2ª Etapa (Material ou Materializada), 06 estudantes na 3ª Etapa (Verbal externa), 04 estudantes terminaram a pesquisa na 4ª Etapa (Linguagem externa para si) e 07 estudantes na 5ª Etapa (Linguagem interna). Enfatizamos ainda a importância da continuidade da pesquisa relacionando os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov e as etapas de ações mentais de Galperin.

**Palavras-chave:** Formação por etapas das ações mentais. Atividade de situações problema. Ensino problematizador. Resolução de problema. Ensino de equações do 1º grau.

## RESUMEN

El proceso de enseñanza y aprendizaje debe basarse en una teoría de aprendizaje que explique la relación entre el objeto (contenido a ser aprendido) y los sujetos (estudiante / profesor). Al decidir sobre esta investigación por la formación de la teoría de las etapas de las acciones mentales y conceptos de Galperin, la dirección de la actividad de estudio Talizina y la resolución de problemas enseñanza Majmutov para analizar el aprendizaje de la actividad de situaciones problemáticas en las ecuaciones de 1er grado, estudiantes del octavo año de UFRR para la universidad. La investigación se divide en tres capítulos, el primero de los fundamentos teóricos dividido en tres temas: fundamentos filosóficos, psicológicos y educativos. En el segundo capítulo dedicado a los procedimientos metodológicos, que se caracteriza la investigación como mezclados con enfoque cualitativo y presentar los instrumentos utilizados para la recogida y análisis de datos, a saber: cuatro pruebas de lápiz y papel, hojas de observación, cuestionarios, registros personales y autoevaluación. En el tercer capítulo se presenta el análisis y discusión de los datos recogidos en cada esta fase de la investigación, utilizando la Actividad de Situaciones Problema y su relación con e proceso de asimilación propuesto por Galperin. Como resultado final de la investigación tenemos que: los 25 alumnos participantes, 01 estudiante está en la Etapa 1 de la asimilación, 07 estudiantes en 2ª fase (material o materializado), 06 estudiante de 3º Etapa (verbal externa), 04 estudiantes completaron la encuesta en el paso 4 (lenguaje interno para usited) y 07 estudiantes en la 5ª etapa (lenguaje interno). También se hizo hincapié en la importancia de continuar la investigación relativa a los niveles de estudios problematizadora de Majmutov y las etapas de las acciones mentales Galperin.

**Palabras-Claves:** Formación por etapas de las acciones mentales; Actividad de Situaciones Problema. Enseñanza problemática. Resolución de Problema. Enseñanza de ecuaciones de 1er grado.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Direção da atividade de estudo. ....	42
Figura 2 - Caracterização da Pesquisa. ....	44
Figura 3 - Procedimentos metodológicos com base na teoria de Galperin. ....	45
Figura 4 - Sequência da Pesquisa. ....	57
Figura 5 - Solução do E-11 para Questão 4. ....	73
Figura 6 - Solução do E-20 para Questão 4. ....	73
Figura 7 - Solução do E-05 para Questão 5. ....	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise Quantitativa da Questão 1.....	64
Tabela 2 - Análise Quantitativa da Questão 2.....	66
Tabela 3 - Análise de Desempenho do Estudante (E-18) na Questão 2.....	67
Tabela 4 - Análise Quantitativa da Questão 3.....	69
Tabela 5 - Análise Quantitativa da Prova Diagnóstica.....	70
Tabela 6 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-4, E-7 e E-20) na Questão 4.....	73
Tabela 7-Análise de Desempenho dos Estudantes (E-05, E-06 e E-13) na Questão 5.....	75
Tabela 8 - Situações Problema criada pelos Estudantes (E-01 e E-05) na Questão 6.....	77
Tabela 9 - Análise Quantitativa da Fase Formativa. ....	77
Tabela 10 - Análise Quantitativa da Questão 7.....	80
Tabela 11 - Análise Quantitativa da Questão 8.....	82
Tabela 12 - Análise de Desempenho do Estudante (E-15) na Questão 9.....	85
Tabela 13 - Análise Quantitativa da Questão 9.....	85
Tabela 14 - Análise Quantitativa da Questão 10.....	88
Tabela 15 - Análise Quantitativa da Questão 11.....	90
Tabela 16 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-09) na Questão 11.....	91
Tabela 17 - Análise Quantitativa da Questão 12.....	92
Tabela 18 - Análise Qualitativa de Desempenho dos Estudantes (E-06, E-14, E-20 e E-22) na Questão 13.....	94
Tabela 19 - Análise Quantitativa da Questão 13.....	95
Tabela 20 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-02, E-07, E-10 e E-24) na Questão 14.....	97

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Relação entre os Níveis de Ensino Problematizador e as Etapas Mentais.....	78
Gráfico 2 - Compreensão dos estudantes sobre o conceito de equações do 1º grau .....	96
Gráfico 3 - Médias das Ações da ASP nas Fases da Pesquisa. ....	97
Gráfico 4 - Médias das Ações da ASP na Prova Final. ....	99
Gráfico 5 - Relação entre os Níveis de Ensino Problematizador e as Etapas Mentais.....	100

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Caracterização das ações mentais em relação às etapas.....	29
Quadro 2 - Parâmetros para análise qualitativa e quantitativa. ....	46
Quadro 3 - Ações do Professor e Ações do Estudante. ....	48
Quadro 4 - Relação entre as Etapas de Ações Mentais de Galperin e o Nível de Ensino Problematizador de Majmutov. ....	49
Quadro 5 - Instrumentos de coleta de dados e as fases da pesquisa.....	50
Quadro 6 - Características das questões da prova diagnóstica em relação às ações da ASP. ..	52
Quadro 7 - Características das questões da prova formativa em relação às ações da ASP. ....	53
Quadro 8 - Características das questões da prova final em relação às ações da ASP. ....	53
Quadro 9 - Características das questões do pós-teste em relação às ações da ASP. ....	54
Quadro 10 - Análise do Questionário.....	56
Quadro 11 - Guia de Observações.....	57
Quadro 12 - Plano de Ensino.....	58
Quadro 13 - Sequência didática.....	60
Quadro 14 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1.....	63
Quadro 15 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2.....	65
Quadro 16 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3.....	68
Quadro 17 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 4.....	72
Quadro 18 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 5.....	74
Quadro 19 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 6.....	76
Quadro 20 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 7.....	79
Quadro 21 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 8.....	81
Quadro 22 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 9.....	84
Quadro 23 - Autoavaliação dos Estudantes (E-02, E-06, E-20 e E-25) da Questão 9. ....	87
Quadro 24 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 10.....	88
Quadro 25 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 11.....	89
Quadro 26 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 12.....	91
Quadro 27 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 13.....	93
Quadro 28 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 14.....	96
Quadro 29 - Autoavaliação dos Estudantes (E-01, E-05, E-12, E-13 e E-15) sobre o Pós-teste. .....	99

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ASP – Atividade de Situações Problema

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

BOA – Base Orientadora da Ação

CAp – Colégio de Aplicação

CEDUC/UFRR – Centro de Educação da Universidade Federal de Roraima

M.M.C.\_ Mínimo Múltiplo Comum

NEP – Nível de Ensino Problematizador

PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais

PPP – Projeto Político Pedagógico

PPGEC – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da UERR

SP – Situação Problemas

UERR – Universidade Estadual de Roraima

UFRR – Universidade Federal de Roraima

## Sumário

INTRODUÇÃO .....	16
CAPÍTULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	19
1.1 FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS .....	19
1.2 FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS.....	21
1.2.1 – A TEORIA PSICOLÓGICA DA FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS .....	24
1.2.2 – TEORIA GERAL DE DIREÇÃO DA ATIVIDADE DE ESTUDO .....	29
1.3 FUNDAMENTOS DIDÁTICOS.....	32
1.3.1 – ENSINO PROBLEMATIZADOR DE MAJMUTOV .....	32
1.3.2 – ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA (ASP) EM EQUAÇÕES .....	36
CAPÍTULO II - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	43
2.1 – CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA .....	43
2.2 – CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	44
2.3 – VARIÁVEIS E CATEGORIAS .....	45
2.4 – INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	49
2.4.1 – PROVAS DE LÁPIS E PAPEL .....	50
2.4.2 – Autoavaliação.....	54
2.4.3 – QUESTIONÁRIO.....	55
2.4.4 – OBSERVAÇÕES.....	56
2.5 – SEQUÊNCIA DA PESQUISA .....	57
CAPÍTULO III - RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	62
3.1 – FASE DIAGNÓSTICA.....	62
3.2 – FASE FORMATIVA.....	71
3.3 – FASE FINAL .....	79
3.4 – PÓS-TESTE .....	87
3.5 – ANÁLISE DA ASP E PROCESSO DE ASSIMILAÇÃO.....	97
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	102
REFERÊNCIAS.....	104
APENDICE A – PLANO DE AULA .....	106
APENDICE B – PRODUTO.....	109

## INTRODUÇÃO

A educação formal sempre esteve presente em minha vida e ser professora fez parte das expectativas de futuro profissional desde a infância. Ainda na adolescência comecei a trabalhar como professora sem, no entanto, descuidar da formação acadêmica. Já adulta ingressei no curso de licenciatura em matemática na Universidade Federal de Roraima (UFRR) e logo passei a lecionar a disciplina em uma escola estadual. De forma empírica buscava maneiras para fazer com que os estudantes compreendessem não apenas o conteúdo, mas também a importância deste para vida. Muitas vezes fui questionada sobre a utilidade e aplicação prática de alguns conteúdos matemáticos, o que despertava em mim o interesse por novas formas de ensinar.

A utilização de livros didáticos de autores como Luiz Roberto Dante foi o ponto de partida para o ensino através de situações problema. A participação no grupo de estudo do mestrado em ensino de ciências da Universidade Estadual de Roraima (UERR), a convite do professor Dr. Héctor Mendoza, e a oportunidade de cursar como aluna especial a disciplina de resolução de problemas no ensino de ciências com o professor Dr. Oscar Tintorer contribuíram para opção de estudar e desenvolver esta pesquisa.

Partindo do princípio de que, para ensinar, é preciso saber como o estudante aprende torna-se importante definir uma teoria de aprendizagem que explique como se dá a relação entre os sujeitos (professor e estudante) e o objeto (conteúdo a ser aprendido). Opta-se pela Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, pela Teoria de Direção da Atividade de Estudo de Talízina e pelo Ensino Problematizador de Majmutov, todas têm origem na Teoria Histórico-Cultural de Vigotski, Luria e Leóntiev formadores da psicologia soviética. Utilizar-se-á nos nomes dos pensadores, a grafia aceita pela tradução do russo para o espanhol.

A prática pedagógica tradicional do ensino de matemática consiste em aplicar técnicas e fórmulas muitas vezes sem nenhuma relação com situações do dia a dia. Este é um dos motivos pelos quais a maioria dos estudantes tem dificuldades em resolver problemas e internalizar conceitos matemáticos. O novo contexto da educação matemática propõe o processo inverso iniciando e desenvolvendo conteúdos a partir de situações-problema, através de ações ordenadas.

Outra diferença entre o que ocorre no ensino tradicional e o que se propõe está no tipo de problema, no conteúdo que é tratado e nos métodos utilizados para sua resolução. Enquanto a pedagogia tradicional resolve problemas partindo do concreto para o abstrato, do específico para o geral, o ensino desenvolvimental proposto nesta pesquisa utiliza o sentido contrário vai do abstrato para o concreto, do geral para o específico, de cima para baixo. Para isso reafirmar-se a base teórica em Vigotski seus seguidores que fundamenta a pesquisa.

Atividade de Situações Problema (ASP) consiste em uma estratégia de resolução de problemas, desenvolvida por Mendoza e Tintorer que a partir de Polya converteram a Resolução de Problema em uma atividade de estudo.

*A utilização da Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino, fundamentada nas Teorias de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin e de Direção da Atividade de Estudo, melhorara a aprendizagem de Equações do 1º grau dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima?*

Para responder a esta pergunta se tem como objetivo geral desta pesquisa: Analisar a aprendizagem de Equações do 1º grau a partir da Atividade de Situações Problema fundamentada nas Teorias de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, de Direção da Atividade de Estudo de Talízina e no Ensino Problematizador de Majmutov, dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

Com os objetivos específicos se quer:

- Diagnosticar o nível de partida dos estudantes para aprendizagem de Equações do 1º grau;
- Analisar a efetividade da Base Orientadora da Ação (BOA) na aprendizagem de Equações do 1º grau;
- Determinar em que etapa do processo de assimilação do conteúdo de Equações do 1º grau se encontram os estudantes;
- Fornecer um produto educacional para a aprendizagem de equações do 1º grau a partir da efetividade da Base Orientadora da Ação.

A pesquisa está dividida em três capítulos, sendo o primeiro da Fundamentação Teórica subdividido em três tópicos nos quais se apresenta o relato da evolução da Teoria Histórico-Cultural que constitui a base dos estudos aqui desenvolvidos. No primeiro tópico temos os fundamentos filosóficos; iniciando com a definição

do Materialismo Dialético, a definição de reflexo, contradição e consciência e de como a Teoria Marxista influenciou a pedagogia soviética.

No segundo tópico se apresenta os fundamentos psicológicos, com os estudos de Vigotski sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal e a definição da atividade de estudo segundo Leóntiev. Destacamos a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin e a Teoria Geral de Direção da Atividade de Estudo de Talízina. Finalizamos o primeiro capítulo com o terceiro tópico dos fundamentos didáticos sobre o Ensino Problematizador de Majmutov e a Atividade de Situações Problema – ASP no conteúdo de Equações do 1º grau com uma variável.

O segundo capítulo traz os procedimentos metodológicos começando com a contextualização e caracterização da pesquisa como mista com enfoque qualitativo. Seguida da apresentação das variáveis e categorias, sendo que para análise qualitativa o sistema de ações se converte em categorias utilizando as operações como indicadores. Nos resultados quantitativos as ações se transformam em variáveis.

Dando continuidade aos procedimentos metodológicos apresentam-se os instrumentos utilizados para coleta de dados: quatro provas de lápis e papel (diagnósticas, formativas, final e pós-teste), guia de observações, questionário, autoavaliação, entrevistas e registros pessoais. Finalizando o segundo capítulo com a sequência da pesquisa inspirada no modelo espiral-cíclico de pesquisa-ação de Sampieri.

O terceiro capítulo é composto pelas análises e discussões dos resultados de cada uma das fases da pesquisa, iniciando com a apresentação dos instrumentos utilizados na coleta dos dados, seguido dos quadros com os parâmetros para análise de cada um dos instrumentos, das análises qualitativas dos resultados e das tabelas e gráficos com os dados quantitativos.

## CAPÍTULO I – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Teoria Histórico-cultural cuja base filosófica é o idealismo do jovem Hegel, o materialismo dialético e histórico de Marx e Engels e o marxismo-leninismo de Lenin, permitiram que a educação soviética antes privilégio de poucos, fosse transformada em ferramenta de elevação sociocultural para todos, transmitindo não apenas conteúdos, mas, principalmente, formando e desenvolvendo seus estudantes por completo.

A base teórica desta pesquisa que será apresentada nos próximos capítulos está ancorada nos estudos de Vigotski, Leóntiev, Galperin, Talízina e Majmutov, que junto a outros autores construíram a psicologia pedagógica soviética e com ela uma educação preocupada com a formação integral do ser humano.

### 1.1 FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS

Para entender a influência do Marxismo na pedagogia soviética tem que compreender o materialismo dialético que busca explicar de forma lógica os fenômenos da natureza, da sociedade e do pensamento. A realidade objetiva se reflete na consciência tendo como consequência o estudo da teoria do conhecimento e a elaboração da lógica. O materialismo dialético é à base da filosofia marxista que estuda como se transforma a matéria e como se realiza a passagem das formas inferiores às superiores (TRIVIÑOS, 1987, p. 51).

Encontra-se em Cheptulin (1982) a seguinte definição de materialismo dialético:

O materialismo dialético estuda as formas gerais do ser, os aspectos e os laços gerais da realidade, as leis do reflexo desta última na consciência dos homens. As formas essenciais da interpretação filosófica, do reflexo das propriedades e das conexões universais da realidade e das leis do funcionamento e desenvolvimento do conhecimento são as categorias e as leis da dialética. Como elementos necessários da teoria filosófica, elas têm uma função ideológica, gnosiológica e metodológica (CHEPTULIN, 1982, p.1).

Entretanto, no que se refere as categorias fundamentais da lógica dialética Majmutov (1983) destaca os conceitos do reflexo e a contradição. Os conceitos mais significativos emanados dos antes mencionados, que caracterizam o processo da atividade no homem, são as categorias da teoria do conhecimento: criatividade, problema e hipótese, aquelas que não formam parte das categorias da didática tradicio-

nal. Estes conceitos são, também, psicológicos, refletem as particularidades da atividade mental do ser humano (MAJMUTOV, 1983, p. 32).

Considera-se contrário àquilo que tem a mesma essência, mas características opostas, ou seja, se usar a reta numérica como exemplo, tanto os números inteiros positivos quanto os números inteiros negativos são números, mas estão em lados opostos da mesma reta numérica. Chiptulin (1982), define a contradição como unidade e luta dos contrários. Citando Karl Marx, o autor usou o exemplo de polo norte e polo sul, sexo feminino e sexo masculino para explicar a contradição dialética (CHEPTULIN, 1982, p. 287). Lênin assinalava que o significado próprio da dialética era o estudo da contradição dos objetivos na sua essência (MAJMUTOV, 1983).

A consciência, é, na sua essência, ideal. Ela é o reflexo, a fotografia, da realidade existente e a representação, apoiada sobre esse reflexo ( caracterizado num sistema de imagens ideais e de relações), da realidade futura, ainda não existente no presente (CHEPTULIN, 1982, p. 104). O autor especifica “o que é típico para a consciência do homem e sua atitude em relação ao mundo é o fato de que esta atitude é criadora, ativa, prática” (Idem, p.107). Acrescenta que “A consciência é um aspecto e uma condição necessária da atividade criadora” (Idem, p.106), que “a consciência representa uma forma superior do reflexo que é própria do homem e que aparece apenas na sociedade” (Idem, p.105) e “é unicamente por isso que ela pode orientar o homem na realidade ambiente e transformá-la, modificá-la de forma criativa” (Idem, p.123).

Segundo Engels, citado por Cheptulin (1982), o materialismo dialético acredita que a consciência é uma forma universal do ser, própria a todos os fenômenos da realidade. Todos os fenômenos que existem no mundo representam elos de uma matéria única, “um conjunto coerente de corpos” (CHEPTULIN, 1982, p.180).

Para Marx e Engels, o reflexo da realidade objetiva pela consciência não se produz passivamente, como no espelho, nem de forma estática, como pensavam os materialistas pré-marxistas, mas de maneira ativa, criativa sobre a base e no decorrer da transformação prática da realidade. E tudo isso constitui precisamente o elemento novo introduzido por Marx e Engels na concepção do reflexo da realidade objetiva pela consciência (CHEPTULIN, 1982, p.121)

A essência da postura do indivíduo respeito à realidade se caracteriza como a criação que se apoia sobre o reflexo da realidade presente, de suas possibilidades concretas, de suas características e ligações necessárias, das leis objetivas de sua transformação e de seu desenvolvimento (CHEPTULIN, 1982, p.109). “A reprodução

na consciência do passado e do futuro, a partir do reflexo do presente, é possível porque o passado existe igualmente sob uma forma anulada no presente” (Idem, p.110).

## 1.2 FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS

A psicologia soviética parte do princípio que as teorias behavioristas e cognitivas não são suficientes para explicar o processo de conhecimento, pois ambas consideram que existe uma separação entre psique e conduta. Pensar e agir são atividades distintas. Vigotski (1956) constatou a necessidade da aplicação do Materialismo dialético na pedagogia e na psicologia, introduzindo assim o método dialético na psicologia, baseado na unidade entre psique e atividade. Para compreender a psicologia e a consciência do homem, precisa entender as condições concretas de sua existência. O desenvolvimento da consciência humana reside nas suas atividades práticas em relação à realidade e na assimilação da experiência social. A produção de instrumentos e signos muda o ambiente e a psique. “Os signos têm uma forma externa, material, e logo se interiorizam tornando-se internos, ideais. O principal sistema de signos, que medeiam à atividade psíquica do homem, é constituído pela linguagem” (TALÍZINA, 1988, p. 17).

Segundo Vigotski (1956) essa relação objeto e sujeito se dão através de signos sendo a linguagem um deles. A linguagem é o elemento central de defesa de uma cultura, logo o que se quer transmitir a outra cultura pode não funcionar da mesma forma que funciona com a nossa; porque faz parte de outra cultura. A interação social e o instrumento linguístico são decisivos para o desenvolvimento da aprendizagem que ocorre em dois níveis, um real correspondendo ao conhecimento que o estudante é capaz de aprender sozinho e outro potencial onde o estudante deve chegar. A aprendizagem ocorre então neste espaço entre o real e o potencial.

A aprendizagem ocorre dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal, onde o estudante realiza as atividades com ajuda do professor. O professor deve conhecer a Zona de Desenvolvimento Real do estudante e conduzir o processo de aprendizagem, como mediador dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal para que este chegue à Zona de Desenvolvimento Potencial. Quando isso ocorre o Potencial torna-se Real, gerando um novo Potencial a ser alcançado.

Vigotski (1956), não vendo a diferença entre significado e conceito estudou, experimentalmente, o processo de formação dos conceitos. Considerando o desen-

volvimento dos conceitos como o caminho principal para o desenvolvimento da consciência. O desenvolvimento dos conceitos está condicionado pela atividade, em conjunto, da criança e do adulto. Para Vigotski (1956) o indivíduo só aprende um conceito quando ele domina as propriedades essenciais desse conceito. Segundo Talízina, a tese inicial de Vigotski (1956), sobre o papel determinante no desenvolvimento da psique nas atitudes práticas do homem em relação à realidade, continua válida. Não esclareceu, porém, o papel do trabalho no desenvolvimento da psique humana, limitando-se a estudar o papel dos instrumentos. A aproximação entre a atividade prática e a psique, assim como o desenvolvimento do princípio da condicionalidade social da psique humana encontramos nos trabalhos de S. Rubinstein, A. Leóntiev e seus colaboradores.

Rubinstein (apud TALÍZINA, 1988, p. 21) estudou a formação e o funcionamento da psique e proclamou o princípio da unidade da psique com a atividade. A questão da superação do eterno dualismo entre a atividade prática externa e a psique como fenômeno interno, ideal, permaneceu sem solução. Esta tarefa foi resolvida por Leóntiev (1959). Para ele não são os conceitos, mas a atividade real que une o organismo com a realidade, determinando o desenvolvimento seja da consciência, no seu conjunto, que de algumas funções psíquicas.

Leóntiev (1959) converteu a atividade, que relaciona o sujeito ao mundo, em objeto da psicologia. Antes de tudo dirigiu sua atenção ao estudo da estrutura da atividade. O objetivo e o motivo, principais elementos da atividade, foram por ele compreendidos não como emoções internas, mas como objetos externos que dirigem a atividade do sujeito. Desta maneira, o motivo da atividade é interpretado por ele não só como uma necessidade do sujeito de algo, mas como uma necessidade objetivada, como o objetivo que move o sujeito à ação. Leóntiev (1959) entende por atividade os processos que realizam uma atitude vital, ativa, do sujeito. Um traço característico da atividade é a coincidência do motivo e do objetivo. Ele chama ação o processo subordinado à representação do resultado que deve ser alcançado, ou seja, o processo subordinado a um objetivo consciente. Uma característica da ação, diferente da atividade, é a não coincidência do motivo e do objetivo. As operações, para Leóntiev, não correspondem ao motivo nem ao objetivo, mas as condições nas quais se apresenta o objetivo (LEÓNTIEV, apud TALÍZINA, 1988, p. 23-24).

O trabalho é uma atividade especificamente humana, se caracteriza não somente pela utilização de instrumentos, como, também, por um caráter coletivo. A atividade do homem no mundo é mediada não só pelos instrumentos, mas igualmen-

te pela atividade de outras pessoas com as quais ele entrelaça relações de produção. A divisão das funções laborais entre várias pessoas conduz, pela primeira vez, à aparição da ação. Cada ação, separada da outra, não alcança o seu objetivo, em si carece de sentido vital para o indivíduo. Desta maneira, as condições sociais da atividade exigem necessariamente o surgimento de novas formas de psique que garantam, para o indivíduo, o reflexo da relação entre o motivo da ação e o seu objeto, o objetivo final. Leóntiev define a forma da psique, que descobre para o homem esta relação, como uma relação sua, uma consciência razoável, pensante, do homem.

O processo de divisão do trabalho conduziu ao surgimento do trabalho intelectual e físico. No caso do trabalho intelectual a forma psíquica é adquirida, nem em alguns elementos isolados da atividade, nem em ações isoladas que a compõem, mas mediante a atividade no seu conjunto. A atividade prática externa se interioriza adquirindo a forma de atividade interna, ideal. Portanto, a atividade psíquica não se torna puramente espiritual e não se opõe à atividade prática externa. Isso permitiu a Leóntiev eliminar a oposição dualista entre a atividade interna a consciência, e a atividade externa, mostrando que o processo da consciência e da atividade externa não são duas coisas distintas, mas duas formas de um todo único. Estas duas formas estão unidas entre si mediante transições mútuas, transformações mútuas nas quais reside a manifestação principal, decisiva, da unidade da psique e da atividade. “As duas constituem processos feitos consciência que formam o sentido. Em sua comunidade se revela precisamente a indivisibilidade da vida íntegra do homem que se manifesta em duas formas: material e ideal” (LEÓNTIEV, apud TALÍZINA, 1988, p. 27).

Ele apontou que no homem precisa distinguir não dois – como se acreditava até então na psicologia – mas três tipos de experiência. Se nos animais existe uma experiência congênita, psicologicamente hereditária, e uma experiência individual que se estrutura sobre esta, o homem possui um tipo a mais de experiência, aquela que se assimila durante a vida da prática (histórico-social), a experiência da humanidade: é neste processo especial, distinto por seus mecanismos, que se formam no homem as capacidades especificamente humanas. A importância teórica desta hipótese permite eliminar a contradição do biológico e do social no homem e mostrar a natureza histórica e social na sua unidade.

Em particular, foi pesquisada a atividade de estudo como um dos principais tipos de atividade humana. Mostrou-se que durante o processo de estudo se tem consciência só do que ocupa um lugar estrutural do objetivo direto de outra ação que

entra na atividade. O ensino e a educação são tipos especialmente organizados da atividade conjunta das gerações passadas e presente. Esta última assimila a experiência da geração anterior. O processo de ensino não pode se limitar somente à comunicação entre o que se ensina e o que se estuda, a atividade dos estudantes deve ser orientada rumo ao mundo das coisas, sem as quais não se podem transmitir os conhecimentos que constituem o conteúdo de ensino. A nova geração pode assimilar somente com a ajuda de sua própria atividade orientada ao mundo das coisas às quais queremos transmitir os conhecimentos. O papel da geração anterior reside em organizar a atividade da nova geração no mundo das coisas, de maneira que possa descobrir os aspectos e as regularidades que precisam ser assimiladas. As ações são os componentes principais no processo de assimilação da experiência. Sem dominá-las o mundo das coisas (materiais e ideais) permanece fechado para o homem. A atividade de estudo é, portanto, um sistema de ações que por sua vez estão formadas por operações executadas por estudantes motivados para alcançar um objetivo.

Segundo Vigotski e Leóntiev, Galperin assinalou que os novos tipos de atividade psíquica se assimilam, no início, em forma externa, material, e logo se transformam em forma interna, psíquica. Esta transformação segue o caminho do sistema das características (parâmetros) independentes; a combinação de suas mudanças qualitativas constitui uma série de etapas, cuja substituição lógica forma o processo de transformação da atividade material, externa, em atividade psíquica, interna. No decorrer do processo os objetos externos da atividade são substituídos por suas imagens – representações, conceitos – e as operações práticas se transformam em operações mentais, teóricas. Surge assim a Teoria Psicológica da Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos.

### **1.2.1 – A TEORIA PSICOLÓGICA DA FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS**

Esta teoria considera o estudo como um sistema de determinado tipo de atividade cuja realização conduz o estudante a novos conhecimentos e hábitos. A análise do estudo deve começar pela separação da atividade que quem estuda deve realizar para resolver a tarefa considerada; logo deve passar à separação das ações que a formam e, depois, à análise estrutural e funcional do conteúdo de cada uma delas (TALÍZINA, 1988, p. 57)

A realização da ação por parte do estudante pressupõe sempre a existência de determinado objetivo que, por sua vez, se alcança sempre por certo motivo. A ação está sempre dirigida ao objeto material ou ideal.

Nesta teoria a imagem da ação, e do meio onde se realiza a ação, se unem num elemento estrutural único sobre cuja base decorre a direção da ação que se chama “Base Orientadora da Ação” BOA.

É necessário distinguir a BOA do sistema de condições objetivamente necessárias para a realização da ação. Este sistema de condições está relacionado: a) com as peculiaridades do objetivo e do objeto da ação; b) com o caráter e a ordem das operações que entrem na ação; c) com os traços peculiares dos instrumentos utilizados.

Por atividade se entende um processo de solução de tarefas vitais que o homem realiza impulsionado por um objetivo que quer alcançar. A ação é determinada não pelo objetivo, mas pelo motivo da atividade da qual faz parte. As operações são os modos por meio dos quais se realiza a ação. “Em toda ação humana têm três partes: orientação, execução e controle” (GALPERIN, 1958, p. 34).

A parte orientadora da ação está relacionada com a utilização, pelo homem, do conjunto de condições concretas, necessárias para a realização de determinada ação. A parte executiva assegura as transformações no objeto da ação (ideal ou material). A parte de controle deve acompanhar o decorrer da ação, confrontando os resultados obtidos com os modelos considerados. Com sua ajuda se faz a correção necessária tanto na parte de orientação quanto na de execução da ação.

Qualquer ação do homem representa um microsistema original de direção que inclui um “organismo de direção” (a parte orientadora da ação), um “organismo de trabalho” (a parte executiva da ação) um organismo que observa e compara (a parte de controle da ação).

As características independentes da ação são: a forma, o caráter generalizado, o caráter desenvolvido e o caráter assimilado (caráter automatizado, rapidez, etc.).

A forma de ação caracteriza o grau (nível) apropriação da ação pelo sujeito: o aspecto principal das mudanças da ação no decorrer de sua transformação de externa (material) em interna (mental). Neste caminho se distinguem três formas fundamentais de ação: material, verbal externa (oral e escrita) e mental. Além disso, se destacam a forma materializada, parecida com a forma material, e a perceptiva que é intermediária entre a material (ou materializada) e a verbal externa.

As características da ação são definidas independentes. Este grupo de características pode denominar-se características primárias, além delas a ação tem uma série de propriedades secundárias, dependentes das primeiras e que são consequência das primeiras. As propriedades secundárias se referem ao caráter razoável e ao caráter consciente.

O caráter abstrato da ação consiste na possibilidade de sua realização como ação generalizada, sem o apoio do conteúdo emocional dos objetos.

A solidez da ação, incluindo a possibilidade de sua realização algum tempo depois de sua formação, é resultado da generalização, da automação.

Analisando a forma inicial da ação, é importante estabelecer a eficácia comparativa das formas material e materializada e, dentro desta última, a eficácia dos vários tipos de materialização. Em segundo lugar, é importante esclarecer que elemento estrutural da ação é necessário materializar primeiro.

A forma verbal externa é um dos caminhos para internalização da ação, de sua transformação em mental. Nos primeiros anos de elaboração da teoria se aplicava somente a forma verbal em voz alta (língua falada). Nos últimos anos começou a utilizar-se a forma da linguagem escrita.

Galperin (1959) indica que no processo de assimilação desta nova forma de ação o estudante deve orientar-se em direção tanto do conteúdo do objeto, quanto da expressão verbal deste conteúdo. Se a unidade destes dois aspectos da ação verbal se altera, a ação resulta defeituosa. A orientação somente à forma verbal conduz ao formalismo dos conhecimentos e das habilidades assimiladas. Se o estudante se orienta unicamente ao conteúdo do objeto, sem refleti-lo na linguagem, resulta capaz de resolver só as tarefas práticas, onde a orientação é suficiente no plano da percepção. Neste caso, não se forma a habilidade para refletir, fundamentar na prática a solução obtida.

A forma mental da ação é a última no caminho da transformação da ação de externa em interna. A transformação da ação verbal externa em mental segue, antes de tudo, o caminho da transformação da linguagem em voz alta em sua linguagem sonora: “Na mente a forma do som da linguagem se torna representação, imagem sonora da palavra” (GALPERIN, 1959). Esta nova forma de ação tem, inicialmente, uma articulação expressa com precisão. Por isso Galperin chama a primeira forma da ação mental “linguagem externa para si”. Trata-se de uma ação interna que, mesmo assim, parece dirigida ao externo, a outra pessoa (a si mesmo ou a outra pessoa). Apesar disso, muito rapidamente esta forma de ação é transformada em

propriamente mental. A ação se realiza, agora, na forma de linguagem interna, se faz propriamente individual, para si, aqui já não se dirige a outra pessoa. O conteúdo do objeto continua o mesmo da forma inicial. A ação mental conserva, naturalmente, também, sua natureza social.

S. Rubinshtein (apud TALÍZINA, 1988, p. 75-76) demonstrou a importância, para o processo de generalização, das operações tais como: análise, abstração, síntese. Cabe assinalar, assim mesmo, que a generalização nos seus trabalhos se entende como um dos principais processos do pensamento.

Na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais, a generalização é considerada como uma das características fundamentais de qualquer ação. O processo de generalização não se encontra na dependência direta das propriedades gerais dos objetos com as quais opera o homem. A generalização se realiza sempre de acordo com as propriedades dos objetos que entram na composição das BOAs dirigidas à análise dos objetos.

Segundo Talízina (1988) para uma maior eficácia na ação, rapidez do processo, grande estabilidade e amplitude de transferência a BOA deve ser generalizada, completa e elaborada independente. Se o processo de generalização se desenvolve de maneira espontânea (ou em medida considerável espontânea) resulta típica a generalização de acordo com o material, ou uma generalização empírica. Se o processo é dirigido se pode obter uma generalização completa de acordo com as regularidades, ou a generalização teórica.

O mecanismo psicológico de uma ação íntegra não está limitado pela sua atividade orientadora que se realiza diretamente. Neste mecanismo se inclui todo o sistema das formas anteriores da ação escolhida que diretamente não se realizam, mas se consideram e se assegura a conservação na consciência do estudante da lógica objetiva da ação reduzida: seu caráter consciente (GALPERIN, 1959).

As operações que não se realizam, mas se consideram, desaparecem, evidentemente, do plano consciente atual, mas se conservam no nível inconsciente. "... Todas as formas intermédias de ação devem assimilar-se somente até um grau determinado: até uma realização livre e correta, mas não até a assimilação sem indícios de automatização" (GALPERIN, 1965, p. 9).

A teoria em questão foi construída por Galperin durante seu processo de estudo e separa o processo de assimilação em cinco etapas. Na primeira etapa os estudantes recebem as explicações necessárias a respeito do objetivo da ação, seu

objeto e o sistema dos pontos de referência. É a etapa do conhecimento prévio da ação e das condições de sua realização: a etapa da elaboração do esquema da BOA. Nesta etapa, o estudante descobre o conteúdo da BOA; é introduzido o objeto de estudo; se mostra aos estudantes como, e em que ordem, se realiza os três tipos de operações que formam a ação: orientadora, executora e de controle. A atividade do professor nesta etapa consiste na interiorização de suas ações mentais, as apresenta aos estudantes na forma material ou materializada.

A segunda é a etapa da formação da ação na sua forma material (ou materializada). Nela os estudantes já realizam a ação, mas por enquanto, em forma material (ou materializada) externa, como desenvolvimento de todas as operações que a formam. Esta etapa permite aos estudantes a assimilação do conteúdo da ação, e ao professor realizar um controle objetivo do cumprimento de cada uma das operações que formam a ação.

A formação da ação como verbal externa é a terceira etapa. Onde todos os elementos da ação estão representados na forma verbal externa, a ação é generalizada, mas não automatizada nem reduzida. A quarta etapa, a etapa da formação da ação na linguagem externa “para si”, se distingue da anterior porque a ação se realiza em silêncio, sem escrevê-la: como interpretação interna. No início a ação, de acordo com as outras características (o caráter desenvolvido da consciência e da generalização), não é diferente da etapa anterior. Adquirindo a forma mental, a ação começa a reduzir-se e automatiza-se rapidamente.

Em seguida a ação passa à etapa final, a quinta, etapa da formação da ação na linguagem interna. Nesta etapa a ação adquire, muito rapidamente, um desenvolvimento automático, se torna inacessível à auto-observação. Agora se trata do ato do pensamento, onde o processo está oculto e se abre à consciência só o produto deste processo; “na ação mental formada quase todo o seu conteúdo real se abandona à consciência, o que fica nela não pode ser compreendido corretamente sem a relação com os outros” (GALPERIN, 1959).

A partir dos estudos realizados sobre a Teoria de Formação por Etapas de Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, a autora apresenta no Quadro 1 uma síntese das características das ações mentais em relação a cada uma das etapas.

Quadro 1 - Caracterização das ações mentais em relação às etapas.

Categorias	1ª Etapa	2ª Etapa	3ª Etapa	4ª Etapa	5ª Etapa
Forma	Material e/ou Materializada	Material e/ou Materializada Perceptiva	Verbal Externa	Verbal Interna	Mental
Generalizado	Pouco Generalizada	Semi Generalizada	Razoavelmente Generalizada	Generalizada	Abstração
Detalhado	Semi Detalhada	Muito Detalhada	Detalhada	Semi Abreviada	Abreviada
Assimilado	Pouco Consciente	Semi Consciente	Consciente	Semi Automatizada	Automatizada
Independente	Semi Compartilhada	Compartilhada	Razoavelmente Independente	Independente	Totalmente Independente

Fonte: CHIRONE, (2016).

### 1.2.2 – TEORIA GERAL DE DIREÇÃO DA ATIVIDADE DE ESTUDO

Seguindo Galperin, Talízina desenvolveu várias pesquisas e observou que o estudante motivado aprende melhor, que o professor deve dirigir o processo de ensino e aprendizagem criando situações onde o estudante tenha disposição para aprender. Ela acrescentou a etapa zero, etapa motivacional, pois diferente das outras etapas, não é uma ação, mas uma complementação da teoria de Galperin estando presente em todo o processo de aprendizagem. O professor é o mediador, onde coletará informações que lhe serão úteis para corrigir os erros percebidos por meio do diagnóstico, tornando a direção do processo de estudo mais eficaz.

Por direção da atividade de estudo se entende, a influência que o professor exerce sobre o objeto de ensino (processo) que se escolheu entre as inúmeras influências possíveis, considerando o objetivo almejado, a situação do objeto (processo) e suas características, levando ao melhoramento do funcionamento do desenvolvimento do objeto apresentado, ou seja, à aproximação do objetivo.

A direção do tipo cíclica permite o uso da retroalimentação e, conseqüentemente, a correção do processo dirigido pelo sistema de direção, pode realizar-se em maneiras diferentes:

a) de acordo com o princípio da chamada “caixa preta”, quando a retroalimentação e a correção do processo se realizam, somente, tendo em conta a “saída”, o produto final do processo (o caminho que leva a este produto fica desconhecido);

b) de acordo com o princípio da chamada “caixa branca” (transparente); neste caso, a retroalimentação proporciona as informações a respeito do processo que obtêm o produto final.

A realização da atividade de ensino aprendizagem deve ser comandada pelo professor de acordo com os princípios da teoria geral de direção, compostos pelos seguintes itens: o objetivo de ensino, o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes, o processo de assimilação, a retroalimentação e a correção. Deve ser realizado de forma cíclica e transparente, apresentando como objetivo principal, o processo de transformação da atividade externa em atividade interna (TALIZINA, 1988).

Estas exigências pressupõem a elaboração de dois tipos de programa de direção (ensino): os principais e os corretores (reguladores). O programa principal de direção (ensino) se prepara antes que comece a funcionar o sistema de direção. Durante sua elaboração se considera a situação inicial do processo dirigido e suas fases transitórias qualitativamente originais (no caso do ensino, as principais etapas do processo de assimilação). O programa de regulação (correção) se elabora durante o processo de direção (ensino) embasado na análise dos dados obtidos pelo canal do enlace de retorno (retroalimentação).

No caso do ensino e da educação da personalidade do homem, os diferentes tipos da atitude psíquica humana constituem o “objeto” da direção.

A direção sempre aponta a um objetivo, mantendo ou modificando o processo dirigido. Além disso, durante o ensino são introduzidas mudanças na atividade cognitiva dos estudantes. O conteúdo concreto dos objetivos do ensino é determinado por uma série de fatores, antes de tudo, pelas condições socioeconômicas e de classe nas quais vive o homem, pelas possibilidades concretas do estudante na etapa de ensino considerada (TALÍZINA, 1988).

Infelizmente muitas vezes, os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos estudantes e suas interações sociais são subestimadas, privando-os da utilização de conteúdos proveniente da rica experiência pessoal.

Para determinar os objetivos de ensino, a análise deve considerar a indicação de tipos concretos da atividade cognoscitiva que precisa formar e das suas características: o grau de generalização, o nível de automatização, etc. É importante considerar, também, que o ensino está relacionado com todos os aspectos da personalidade humana: introduz mudanças não somente na atividade cognoscitiva dos estudantes, mas também, na moral, estética, etc.

A análise do estado de partida da atividade psíquica dos estudantes deve ser realizada em dois níveis:

1) estabelecendo a correspondência do desenvolvimento psíquico do estudante com os objetivos colocados na etapa de ensino considerada e no estudo da disciplina considerada;

2) estabelecendo a existência dos conhecimentos concretos das ações cognitivas necessárias para a formação do tipo considerado de atividade cognoscitiva.

Verificando-se a existência dos conhecimentos e hábitos prévios (estado de partida) podemos ter dois casos: a) todos os conhecimentos e hábitos necessários estão presentes; b) partes dos conhecimentos e hábitos estão formados ou sem os índices necessários para a assimilação dos novos conhecimentos e hábitos.

A análise do estado de partida da atividade psíquica pode ser realizada, também, para esclarecer as peculiaridades individuais dos estudantes. Estes dados são utilizados para individualizar os programas de ensino, para adaptá-los às peculiaridades da atividade psíquica dos estudantes; a individualização, no caso considerado, não se refere ao conteúdo do programa de ensino, mas à maneira e rapidez de sua apresentação.

O êxito para alcançar o objetivo (situação final) depende diretamente do conhecimento das principais condições intermediárias e sua sucessão. O programa de direção do processo de estudo deve assegurar a passagem dos tipos, em formação, da atividade psíquica através as principais etapas qualitativas deste processo. As peculiaridades das etapas do processo de assimilação determinam tanto do programa fundamental de ensino, quanto do programa de retroalimentação.

A realização da retroalimentação aplicada ao processo de estudo pressupõe a solução de dois problemas. Em primeiro lugar, a determinação do conteúdo da retroalimentação: a separação do conjunto das características controladas considerando, por um lado, os objetivos do ensino e, por outro, a teoria psicológica do ensino que é a base para confeccionar os programas de ensino. Em segundo lugar, a determinação da frequência da retroalimentação. O controle, no processo de estudo, cumpre não somente a função de fortalecimento, e está relacionado com a esfera motivacional do estudante.

Na prática do ensino programado a correção se realiza, em geral, mediante a reação aos erros dos estudantes. A originalidade do ensino, como sistema de direção, consiste antes de tudo no fato que o objeto dirigido – processo de estudo e assimilação – se realiza sempre com um indivíduo concreto.

### 1.3 FUNDAMENTOS DIDÁTICOS

A teoria soviética do ensino e da educação concebe a aprendizagem do estudante como um dos tipos de conhecimento das matérias de estudo e dos fenômenos da realidade.

Lenin (apud. MAJMUTOV, 1983) frisava não somente a necessidade de se assimilar toda a cultura social, mas também indicava os procedimentos de sua assimilação. Lenin disse:

[...] substituir a antiga escola livresca, o ensino memorizado (...) pela arte de assimilar toda a suma dos conhecimentos humanos, e assimilá-los para que o comunismo seja para vocês, não algo memorizado, mas algo pensado por vocês mesmos, como uma conclusão que se impõe necessariamente, a partir do ponto de vista da educação moderna (LENIN apud MAJMUTOV, 1983, p. 14).

A dialética do processo de aprendizagem do estudante, o avanço interno do processo de assimilação dos conhecimentos, e o desenvolvimento intelectual, podem revelar-se somente mediante a utilização de categorias da teoria do conhecimento como: o reflexo, a unidade e luta dos contrários, a contradição. A teoria marxista-leninista do reflexo constitui o núcleo da teoria do conhecimento; a contradição da dialética.

A contradição se manifesta em idade escolar, quando os estudantes começam a resolver tarefas docentes com caráter problematizador, que requeiram procedimentos de solução que eles devam achar independentemente. Neste caso se manifesta a contradição entre o aspecto reprodutivo e o produtivo (criativo) da atividade mental.

As tarefas cognitivas e as práticas, por uma parte, e o nível de conhecimentos, habilidades e desenvolvimento mental dos estudantes, por outra, constituem uma contradição externa em relação ao processo de aprendizagem, já que um destes aspectos depende diretamente do caráter da atividade do professor, enquanto que a própria contradição interna do estudante só se realiza se surge um problema.

#### 1.3.1 – ENSINO PROBLEMATIZADOR DE MAJMUTOV

A força motriz da aprendizagem resulta não uma contradição, mas um conjunto, um sistema de contradições externas e internas. Este sistema de contradições

constitui a essência da aprendizagem em forma problematizadora. No processo de aprendizagem a principal é a contradição da assimilação, que se inter-relaciona com a contradição dialética que existe entre os conhecimentos anteriores e os fatos novos, para cuja explicação os conhecimentos anteriores e a experiência passada, são insuficientes. Estas contradições dialéticas objetivas do processo docente se expressam, em cada caso concreto, mediante uma contradição lógica no próprio pensamento, quer dizer, através do problema docente (MAJMUTOV, 1983).

Entende-se o problema docente como um reflexo, uma forma de manifestação da contradição lógico psicológica do processo de assimilação, o que determina o sentido da busca mental, desperta o interesse pela pesquisa (explicação) da essência do desconhecido, e conduz à assimilação de um conceito novo ou de um modo novo de ação.

Deste modo, existem fundamentos para considerar que o conceito força motriz do ensino se relaciona, indiretamente, com o conceito tarefa e de maneira direta com o de problema docente. Uma tarefa se transforma em força motriz, em problema, quando contém elementos conhecidos e desconhecidos; pois aquilo que o estudante não sabe nada ou que já sabe tudo não representa um problema para ele. O processo de aprendizagem problematizadora do estudante é, portanto, um sistema de contradições externas e internas; destas, principal pode ser somente o problema docente.

Segundo Majmutov (1983), objetivo do ensino problematizador é: assimilação não somente dos resultados do conhecimento científico, mas também do caminho, do processo de obtenção desses resultados; inclui a formação da independência cognitiva do estudante e o desenvolvimento de suas capacidades criativas paralelamente com o domínio do sistema de conhecimentos, habilidades e hábitos, e a formação da concepção do mundo.

A situação problematizadora é um estado psíquico de dificuldade intelectual, que surge no homem quando o problema (a tarefa) que está resolvendo, não pode explicar um fato mediante os conhecimentos que tem, ou realizar um ato conhecido através dos procedimentos anteriormente adquiridos, e deve, portanto, buscar um procedimento novo para atuar.

S.L. Rubinstein, citado por Majmutov (1983), diferencia a situação problematizadora do próprio problema. A primeira depende do estado psíquico (de alguma experiência) e não pode de maneira alguma se expressar externamente. O segundo tem obrigatoriamente uma expressão linguística, uma formulação verbal em forma

de pergunta ou exercício. Neste sentido os psicólogos não identificam os conceitos de situação problematizadora e de tarefa (exercício).

A revelação do problema e sua formulação, quer dizer, a determinação da essência da dificuldade, é considerada como a primeira etapa do pensamento criador.

As pesquisas dos psicólogos soviéticos revelaram a relação dialética que existe entre o pensamento e a experiência anterior. Estabeleceu-se que o pensamento criador, que se relaciona muito estreitamente com o produtivo, requerem a atualização dos conhecimentos correspondentes. “Considera que uma tarefa absolutamente nova, que não se apoia na experiência anterior do estudante exclui a possibilidade de buscas ativas para sua solução” (N.A. Menchiskaia, apud MAJMUTOV, 1983, p. 118).

A separação dos tipos de situações problematizadoras de acordo com as várias disciplinas (idioma russo, física, química, etc.) é o resultado da identificação dos conceitos “tarefa cognitiva e problema”. A determinação dos tipos de tarefas cognitivas de acordo com todas as disciplinas é uma das mais importantes premissas da organização do ensino problematizador (MAJMUTOV, 1983).

Deve se destacar que na criação de situações problematizadoras, devem-se considerar três formas de comparação e confrontação, diferenciadas pelos psicólogos:

a) a confrontação simultânea, quando conceitos (regras, ações, etc.) relacionados entre si se apresentam ao mesmo tempo;

b) a confrontação consecutiva, quando se introduz antes um dos conceitos (regras, ações, etc.) relacionados entre si com os outros, e depois se analisa outro, em relação com o já estudado;

c) a confrontação prolongada, quando se contrapõe o conceito (regras, ações, etc.) novo com um estudado parcial ou totalmente antes.

As pesquisas psicológicas manifestam que na etapa de assimilação são convenientes, aos estudantes, realizar a confrontação dos fatos, fenômenos, regras, leis e ações similares e não similares.

Problematizadoras são as perguntas cujas respostas não estão contidas nos conhecimentos anteriores, nem na informação que se apresenta, e provocam dificuldades intelectuais nos estudantes. A pergunta problematizadora contém um problema ainda não revelado (aos estudantes), uma esfera desconhecida, conhecimentos

novos, para cuja obtenção da resposta é indispensável à ação intelectual, um determinado processo mental orientado ao objetivo (MAJMUOV, 1983).

A habilidade do estudante de formular perguntas e responder logicamente a elas é uma condição importantíssima para o desenvolvimento do pensamento lógico do estudante. Outra condição não menos importante para o desenvolvimento do pensamento lógico dos estudantes, consiste em ensinar-lhes a responder logicamente à pergunta.

Não basta trabalhar apenas com o método lógico-analítico, mas será necessária a apropriação do método heurístico. O primeiro método busca solução utilizando os algoritmos conhecidos de forma lógica, dedutiva ou indutiva. O segundo utiliza a intuição, compara as hipóteses mediante a aplicação da solução.

Majmutov, (1983) determina quatro níveis de Ensino Problematizador, que reflitam não somente o distinto nível de assimilação dos novos conhecimentos e modos de atividade mental pelos estudantes, mas também os diferentes níveis de pensamento:

Primeiro nível de atividade corriqueira não independente – a percepção das explicações do professor ao estudante, a assimilação de um modelo de ação mental nas condições de uma situação problematizadora (primeiro nível de ensino problematizador e de efetividade da aprendizagem), a realização pelo estudante de trabalhos independentes, exercícios de caráter reprodutivo e reproduções orais.

O segundo nível é o semi-independente e se caracteriza pela aplicação dos conhecimentos anteriores numa situação nova e pela participação, junto ao professor, na busca do modo de solução do problema docente, o que corresponde à quarta etapa das ações mentais estabelecida por Galperin.

O nível independente é o terceiro e se caracteriza pela realização dos trabalhos independentes do tipo reprodutivo de busca, quando o estudante trabalha independentemente com o texto do manual, aplica os conhecimentos anteriores em situações novas, constrói, resolve tarefas de nível médio de complexidade, mediante análises lógicas demonstra hipóteses com uma pequena ajuda do professor.

O nível de atividade criativa, o quarto nível de ensino problematizador e de efetividade da aprendizagem, se caracteriza pela realização de trabalhos independentes que exigem imaginação criativa, análises e conjeturas lógicas, a descoberta de um novo modo para resolver problemas docentes, demonstrações independentes; neste nível se fazem conclusões e generalizações independentes, se produzem invenções; aqui também se pode encontrar a criatividade artística.

### 1.3.2 – ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA (ASP) EM EQUAÇÕES

Um dos princípios do processo de ensino e aprendizagem de Matemática apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) considera a situação-problema como o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. Outro princípio destaca que o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório: "Só há problema se o estudante for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada" (Brasil, 1998).

Os PCN's consideram ainda, que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

A nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC que está sendo discutida pelos profissionais da educação, em sua 2ª versão (ainda não é a versão final), confirma a importância da resolução de problema para o ensino de matemática, mas acrescenta entre seus objetivos gerais de formação da área de matemática nos anos finais do ensino fundamental, a importância de desenvolver nos estudantes a capacidade de criar/elaborar problema.

O ensino de Equações nos PCN's está incluído no bloco Números e Operações, sendo os conceitos e procedimentos algébricos considerados complexos para o aprofundamento das operações com expressões algébricas e equações no terceiro ciclo (6º e 7º anos). Torna-se suficiente que os estudantes compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas.

No quarto ciclo (8º e 9º anos), quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o ensino e a aprendizagem de Matemática, por meio da exploração de situações problema têm como objetivos leva o estudante a:

- \* produzir e interpretar diferentes escritas (algébricas expressões, igualdades e desigualdades), identificando as equações, inequações e sistemas;
- \* resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
- \* observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998).

Desta forma o ensino de Álgebra deve garantir que os estudantes continuem trabalhando com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas. Destaca-se aqui a importância da compreensão de conceitos como o de variável e de função; a utilização de equações para formular e resolver problemas identificando parâmetros, incógnitas e variáveis, além do conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998).

Neste sentido a utilização da ASP como metodologia de ensino no conteúdo de equações do 1º grau com uma variável torna-se um instrumento apropriado para alcançar os objetivos propostos pelos PCN's e pela BNCC; que diferente dos PCN's, apresentam os objetivos de aprendizagem de matemática, organizados em cinco unidades de conhecimentos: geometria, grandezas e medidas, estatística e probabilidade, números e operações, álgebra e funções.

É importante ter uma visão geral do conjunto dos objetivos de uma mesma unidade, o que permite identificar as aprendizagens já realizadas pelo/a estudante em anos anteriores e reconhecer em que medida as aprendizagens a serem efetivadas no atual ano escolar se articulam àquelas dos anos posteriores (BRASIL, 2016).

Essa orientação vem confirmar a relevância de uma avaliação diagnóstica com base no que o estudante deveria ter aprendido nos anos anteriores, do que se espera como nível de partida para a aprendizagem a ser desenvolvida em determinado ano escolar.

Assim como a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin destaca a importância de o professor conhecer o nível de partida dos estudantes. Também os PCN's consideram fundamental diagnosticar o domínio que cada estudante tem sobre os diferentes conteúdos que serão explorados, identificando quais são suas possibilidades e dificuldades diante da aprendizagem desses conteúdos.

Portanto, apresentamos como primeiro objetivo do ensino de equações: diagnosticar o nível de partida dos estudantes utilizando uma prova de lápis e papel no conteúdo de expressões algébricas. Consideramos que para compreender o conceito de equações, definem-se primeiramente expressões algébricas como sentenças matemáticas que contém números e letras.

O plano de ensino foi construído considerando as orientações dos PCN's e da BNCC, sofrerá ajustes a partir da prova diagnóstica. Entre os objetivos específicos do ensino de equações pretende-se que o estudante seja capaz de: Identificar

equações como sendo igualdades que contém, pelo menos, uma letra representando um valor desconhecido; ler e interpretar situações problema envolvendo valor desconhecido, representar situações problema através de equações do 1º grau e resolver equações do 1º grau através das operações inversas.

Para atingir os objetivos do plano de ensino, pretende-se seguir as definições e orientações de acordo com o livro didático “Tudo é Matemática”, no qual, Dante apresenta a resolução de equações utilizando as operações inversas na seguinte situação problema:

“Qual é a idade atual de Pedro se daqui a 8 anos ele terá 31 anos?” Considerando  $x$  a idade de Pedro construímos o modelo matemático:  
 $x + 8 = 31$  utilizando a operação inversa da adição, temos:  
 $x = 31 - 8$ , logo  $x = 23$ ,  
 Portanto, Pedro têm atualmente, 23 anos (DANTE, 2009)

Em seguida aumenta-se o grau de dificuldade, sendo necessário usar as operações inversas da subtração e da multiplicação para resolver problemas do tipo: “Qual o número cujo triplo menos 7 é igual a 9?”

Considerando a definição de Equações como sendo igualdades que contém, pelo menos, uma letra (incógnita) que representa um número desconhecido, com as seguintes propriedades essenciais:

(i) Toda equação é representada por uma igualdade.

(ii) Toda equação tem, pelo menos, uma incógnita que representa um valor desconhecido.

Uso de letras para representar números desconhecidos foi proposto por René Descartes (1596-1650) na primeira metade do século XVII.

A solução ou raiz da equação é o valor que atribuído à incógnita torna a sentença verdadeira.

Além das operações inversas, Dante (2009) chama atenção para importância do cálculo mental e de outros pré-requisitos para resolução de equações como as propriedades da adição, da multiplicação.

Consideram-se as propriedades da adição e da multiplicação, sendo para todo  $a, b, c$  números racionais, para qualquer que seja o número  $x$  racional, temos:

Propriedade Comutativa da adição:  $x + a = a + x$

Propriedade Associativa da adição:  $(x + a) + b = x + (a + b)$

Propriedade de existência do Elemento Neutro da adição:  $x + 0 = x$

Propriedade da adição de números opostos:  $x + (-x) = 0$

Propriedade Comutativa da multiplicação:  $ax = xa$

Propriedade Associativa da multiplicação:  $(a \cdot x) \cdot b = a \cdot (x \cdot b)$

Propriedade de existência do Elemento Neutro da multiplicação:  $1x = x$

Propriedade da multiplicação de números inversos: Para  $x \neq 0$ ,  $x \cdot 1/x = 1$

Propriedade Distributiva da multiplicação em relação à adição:  $a \cdot (x + b) = ax + ab$

Outro conceito explorado por Dante (2009) para resolver equações é o conceito de igualdade, relacionado à ideia de equilíbrio comparado com uma balança de dois pratos.

Uma igualdade (=) separa duas sentenças indicando que ambas têm o mesmo valor. A 1ª sentença chamar-se-á de 1º membro sendo a 2ª sentença o 2º membro.

As propriedades da igualdade são:

Reflexiva: para todo número  $a$ , temos  $a = a$ .

Simétrica: para quaisquer números  $a$  e  $b$ , se  $a = b$ , então  $b = a$ .

Transitiva: para quaisquer números  $a$ ,  $b$  e  $c$ , se  $a = b$  e  $b = c$ , então  $a = c$ .

Princípio aditivo da igualdade: se  $a = b$ , então para qualquer número  $c$  (positivo, negativo ou zero), temos  $a + c = b + c$ .

Princípio multiplicativo da igualdade: se  $a = b$ , então para qualquer número  $c$  (positivo, negativo ou zero), temos  $a \cdot c = b \cdot c$ .

Aplicando as propriedades descritas e a ideia de equações associada à balança para resolver a seguinte situação problema: “Giovanna quer saber quanto pesa cada livro de sua coleção. Utilizando uma balança de pratos ela coloca de um lado da balança 5 livros e um peso de 50 g, do outro lado da balança ela coloca 3 livros e 290 g em pesos até que a balança fique em equilíbrio. Sabendo que os livros têm o mesmo peso, quanto pesa cada livro?” Para  $x =$  peso em gramas (g) por livro, temos que:

$$5x + 50 = 3x + 290$$

$$5x + 50 - 50 = 3x + 290 - 50 \text{ (Princípio aditivo da igualdade)}$$

$$5x = 3x + 240$$

$$5x - 3x = 3x + 240 - 3x \text{ (Princípio aditivo da igualdade)}$$

$$2x = 240 \text{ (Princípio multiplicativo da igualdade)}$$

$$X = 240/2$$

$$X = 120$$

R: Os livros de Giovanna pesam 120 g cada um.

Uma equação é do 1º grau com uma incógnita ( $x$ ) quando pode ser escrita na forma  $ax + b = 0$ , na qual  $a$  e  $b$  são constantes, com  $a \neq 0$

De modo geral, denomina-se equação linear toda equação que pode ser escrita na forma geral:

$$ax_1 + ax_2 + ax_3 + \dots + ax_n = b$$

Na qual:  $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$  são incógnitas;

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$  são números reais chamados coeficientes das incógnitas;

$b$  é o termo independentemente.

Dante (2009) destaca ainda, a importância de o estudante saber representar expressões que contêm letras para resolver problemas utilizando como modelo matemático equações e de fazer a verificação dos resultados.

Dando continuidade aos estudos de equações aplicando as propriedades apresentadas anteriormente e considerando a importância de desenvolver conteúdos articulados com outras áreas do currículo, são propostas novas situações problemas envolvendo números racionais na forma fracionária e ainda equações com parênteses, do tipo: “Qual é o número natural que tem os  $\frac{2}{3}$  de seu antecessor igual a 4?”

$$\begin{aligned} \text{Considerando o número} &= x \\ \text{O dobro de seu antecessor} &= 2(x - 1), \text{ temos:} \\ 2(x - 1)/3 &= 4 \\ 2(x - 1) &= 12 \text{ (Princípio multiplicativo da igualdade)} \\ (x - 1) &= 6 \\ x &= 6 + 1 \text{ (Princípio aditivo da igualdade)} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Dante (1998) classifica os problemas em seis tipos: 1) exercícios de reconhecimento; 2) exercícios de algoritmos; 3) problemas padrões ou típicos; 4) problemas heurísticos; 5) situações problemas e 6) problemas de quebra-cabeça. Apresenta também as etapas da resolução de um problema, segundo Polya, como: i) compreender o problema; ii) elaborar um plano de solução; iii) executar o plano; iv) fazer o retrospecto ou verificação.

Polya (2006) ao elaborar princípios para a Resolução de Problemas definiu quatro etapas: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e examinar a solução. Mendoza e Tintorer, a partir de Polya, desenvolveram uma estratégia de resolução de problemas conhecida como Atividade de Situações Problema (ASP) em Matemática na qual converteram a Resolução de Problemas em uma

atividade de estudo, destacando a importância da mediação do professor no desenvolvimento das ações e operações realizadas pelos estudantes.

Segundo, Brasil (1998), um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Sendo assim, o ensino previsto para a resolução de problemas matemáticos, além de se fundamentar em uma teoria psicológica de ensino, nos princípios metodológicos da direção do processo de estudo, deve apoiar-se em uma didática específica que preserva as particularidades dos conhecimentos amparados por recursos técnicos. (MENDOZA; DELGADO, 2013). Atividade de Situações Problema (ASP) em Matemática está composta por categorias (ações) e subcategorias (operações) que são:

A 1ª ação, “*compreender o problema*” está formada pelas operações: ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos; estudar os dados e suas condições e determinar o(s) objetivo(s) do problema.

A 2ª ação é “*construir o modelo matemático*”, quando é necessário determinar e nominar as incógnitas com suas unidades de medidas; construir o modelo matemático a partir das incógnitas e condições, e, por último, realizar a análise das unidades de medida do modelo matemático.

A 3ª ação, “*Solucionar o modelo matemático*”, está formada pelas operações: selecionar o(s) método(s) matemático(s) e/ou recurso(s) para determinar a solução do modelo;

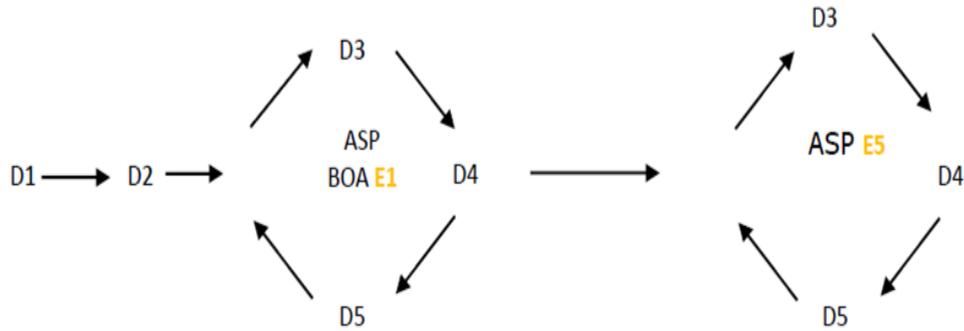
A 4ª ação “*interpretar a solução*”, está formada pelas operações: interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema; realizar uma reflexão baseada no(s) objetivo(s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema, existindo a possibilidade de reformular o problema e assim construir novamente o modelo matemático, solucioná-lo e interpretar sua solução.

As ações apresentam uma ordem lógica que deve ser respeitada. A execução de todas as ações está subordinada ao problema, e nem todas as ações estarão presentes em todos os problemas. Desse modo, o sistema de ações possui uma ordem lógica, mas não necessariamente tem que ser linear (MENDOZA, 2009).

Representar-se-á a direção da atividade a partir da Figura 1, onde E°, motivação; E<sup>1</sup>, formação da Base Orientadora da Ação (BOA); E<sup>2</sup>, formação da ação em

forma material ou materializada; E<sup>3</sup>, formação da ação em verbal externa; E<sup>4</sup>, formação da ação em linguagem externa para si e E<sup>5</sup>, formação da ação em linguagem interna, significa as cinco etapas qualitativas da formação das ações mentais.

Figura 1 - Direção da atividade de estudo.



Fonte: (MENDOZA, 2009).

Apresentam-se a seguir os procedimentos metodológicos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa com sua contextualização, caracterização, variáveis e categorias de análises. Especial atenção para os instrumentos de coleta de dados e descrição da sequência da pesquisa de forma que se possa garantir a confiabilidade, validade, objetividade e credibilidade o estudo aqui desenvolvido.

## **CAPÍTULO II - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Os procedimentos metodológicos desenvolvidos no decorrer deste capítulo começam com a contextualização da pesquisa, na qual se apresenta os estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima como os sujeitos da pesquisa. A caracterização da pesquisa ocorre mediante apresentação da Aprendizagem de equações do 1º grau com uma variável como unidade de análise da pesquisa. Na qual os dados serão organizados em relatórios coletivos e individuais para posteriormente serem analisados de forma qualitativa e quantitativa com enfoque predominantemente qualitativo.

Destacam-se ainda neste capítulo os instrumentos de coleta de dados, seus objetivos, modelo e características, seguido da sequência da pesquisa, de modo a garantir o maior grau de confiabilidade, validade, objetividade e credibilidade da pesquisa conforme definição de Sampieri no final do capítulo.

### **2.1 – CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA**

A pesquisa foi realizada com vinte e cinco estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima, por se tratar de uma turma em que a pesquisadora leciona. Reconhecem-se as dificuldades de desenvolver simultaneamente as funções de professora da turma e pesquisadora, no entanto tem-se também de considerar um ponto positivo, ter a possibilidade de desenvolver a pesquisa com maior autonomia em relação à prática pedagógica relacionada com a teoria de aprendizagem escolhida.

O Colégio de Aplicação (CAp) está vinculado ao Centro de Educação da Universidade Federal de Roraima (CEDUC/UFRR), acompanhado dos cursos de pedagogia, psicologia e educação do campo. Atualmente com 475 estudantes matriculados em 19 turmas de vinte e cinco estudantes cada, sendo 125 estudantes no Ensino Fundamental I, 200 estudantes no Ensino Fundamental II e 150 estudantes no Ensino Médio. O colégio conta com boa infraestrutura, composta por salas temáticas climatizadas e equipadas com materiais didáticos e eletrônicos. Compõem ainda a estrutura do CAp sala de leitura, biblioteca, laboratório de informática, auditório, sala de recursos multifuncionais para atendimento educacional especial, refeitório, laboratório de ciências, pátio interno entre outros espaços administrativos e pedagógicos.

O ingresso dos estudantes no Colégio de Aplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental é realizado por sorteio aberto a população em geral, formando a cada ano letivo uma nova turma do 1º ano com 25 estudantes que poderão permanecer no colégio até a conclusão do Ensino Médio. Outra forma de ingresso e o processo seletivo realizado anualmente para formação de segunda turma a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Os sujeitos da pesquisa fazem parte de uma turma composta por estudantes oriundos das duas formas de ingresso.

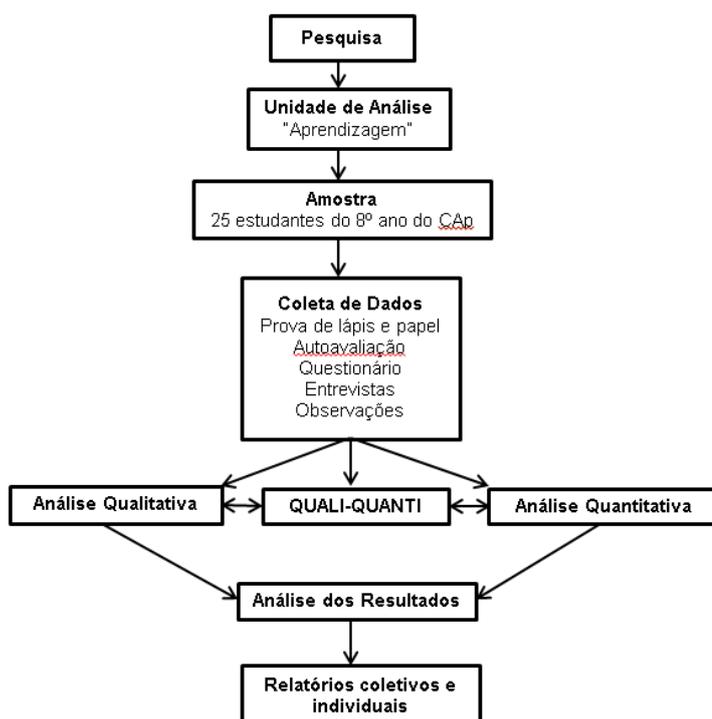
## 2.2 – CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A presente pesquisa é do tipo: descritiva, mista, sendo os dados analisados de forma qualitativa e quantitativa com enfoque qualitativo.

Tem-se como unidade de análise a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau com uma variável de vinte e cinco estudantes do 8º ano do CAp no ano de 2015. A coleta de dados será realizada através dos instrumentos: quatro provas de lápis e papel, questionários, observações, entrevistas e registros pessoais.

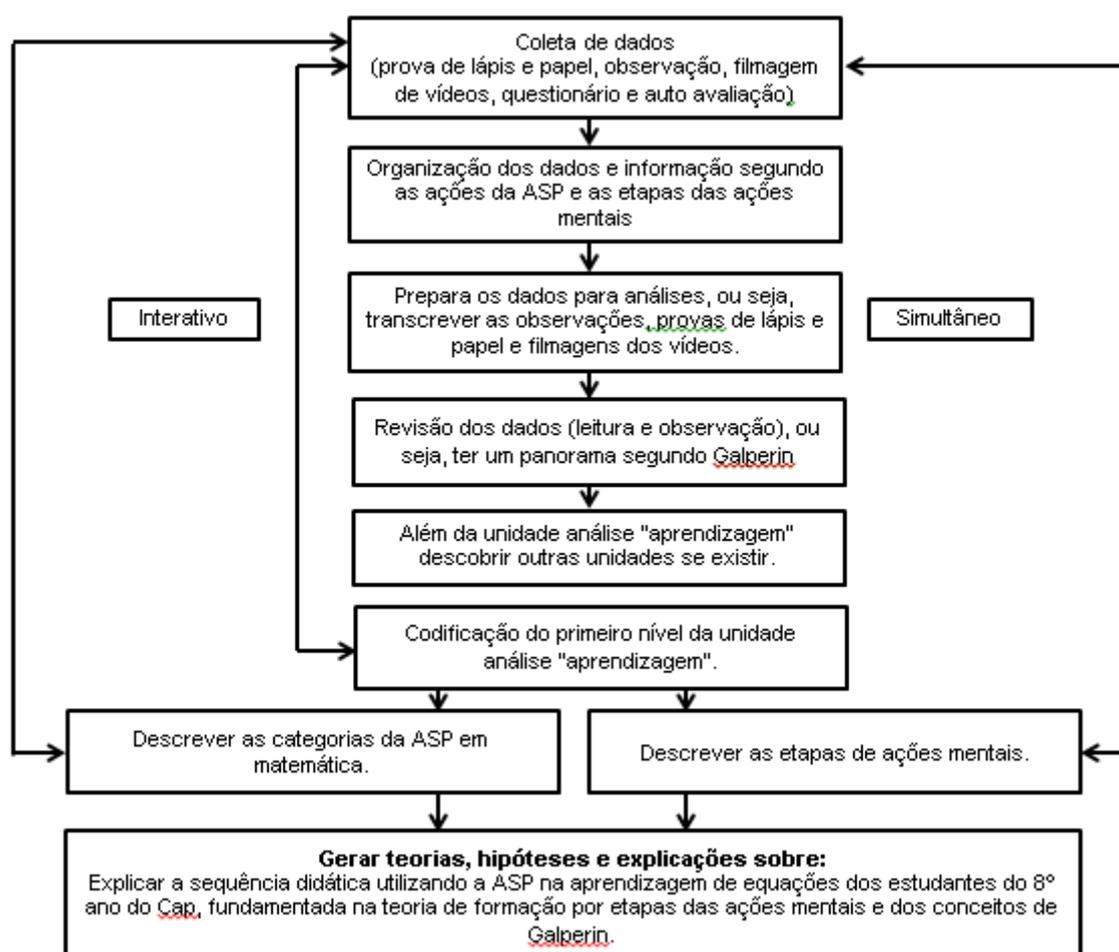
A análise dos resultados será expressa em relatórios coletivos e individuais dos estudantes participantes da pesquisa. Conforme figura 2.

Figura 2 - Caracterização da Pesquisa.



Para interpretar os dados coletados na pesquisa através dos instrumentos: prova de lápis papel, autoavaliação, questionário, entrevista e observações, os dados serão organizados de acordo com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, da Direção de Estudo de Talizina e das ações da ASP de Mendoza e Tintore. Utilizar-se-á a transcrição dos dados como forma de preparação dos mesmos para a análise. A revisão dos dados será realizada através de leitura e observações com o objetivo de obter um parâmetro das ações da ASP e das etapas de ações mentais dos estudantes de acordo com a Figura 3.

Figura 3 - Procedimentos metodológicos com base na teoria de Galperin.



### 2.3 – VARIÁVEIS E CATEGORIAS

A pesquisa se apresenta como uma abordagem mista, relacionando as informações qualitativas com as quantitativas, com ênfase nas análises qualitativas. Para tanto foram utilizados os seguintes instrumentos: quatro provas de lápis e papel, observações, questionários, entrevistas e registros pessoais. As provas: diag-

nósticas, formativas, final e pós-teste foram utilizadas para a verificação da aprendizagem e assimilação do conteúdo de equações do 1º grau; através da Atividade de Situações Problema (ASP), fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin.

No Quadro 2 apresentam-se os parâmetros para análise qualitativa e quantitativa, destacando entre os indicadores o elemento essencial que servirá de parâmetro para as análises quantitativas.

Quadro 2 - Parâmetros para análise qualitativa e quantitativa.

<b>CATEGORIAS/ VARIÁVEIS (Ações)</b>	<b>INDICADORES (Operações)</b>	<b>ELEMENTO ESSENCIAL</b>
Compreender o Problema	a) Extrai os dados do problema; b) Determina as condições do problema; c) Define o (s) objetivo (s) do problema.	c)
Construir o Modelo	a) Determina as variáveis e incógnitas; b) Nomina as variáveis, incógnitas com suas medidas; c) Constrói o modelo matemático a partir das variáveis incógnitas e informações extraídas do problema; d) Realiza análises das unidades de medidas do modelo matemático e critério de aprovação.	c)
Solucionar o Modelo	a) Seleciona o (s) método (s) matemático (s) para solucionar o modelo matemático; b) Utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo; c) Soluciona o modelo matemático e o critério de aprovação.	b)
Interpretar a Solução	a) Interpreta o resultado; b) Extrai os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dá resposta ao (s) objetivo (s) do problema; d) Realiza um relatório baseado no (s) objetivo (s) do problema; e) Analisa a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o (s) objetivo (s) do problema, a possibilidade de reformular o problema, construir novamente o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.	c)

Fonte: Adaptado de Mendoza, 2009.

Na análise qualitativa, o sistema de ações da ASP se converte em categorias e as operações realizadas pelo estudante em indicadores. As categorias qualitati-

vas de análises da ASP em Matemática são: compreender o problema, construir o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

Enquanto que na análise quantitativa o sistema de ações se converte em variáveis e as operações em dimensões quantificadas em uma escala de 1 até 5 pontos com os seguintes critérios:

- Se todos os indicadores da ação estão incorretos obterá a qualificação de um (1);
- Se o indicador essencial da ação está incorreto ou parcialmente correto ou existe pelo menos outro indicador parcialmente correto obterá a qualificação de dois (2);
- Se o estudante tem somente correto o indicador essencial da ação, obterá a qualificação de três (3);
- Se o indicador essencial da ação está correto, mas existe pelo menos outro indicador parcialmente correto obterá a qualificação de quatro (4);
- Se todos os indicadores da ação estão corretos obterá a qualificação de cinco (5).

Considerando o indicador essencial como parâmetro e a escala de critérios estabelecidos, se determina o valor alcançado por cada estudante. Os dados serão apresentados em tabelas e gráficos nas análises e discursões dos resultados.

Para determinar em que etapa mental o estudante chegou, após a utilização da sequência didática, apresenta-se no quadro 3 o que se espera das ações do professor e dos estudantes em cada uma das etapas.

Quadro 3 - Ações do Professor e Ações do Estudante.

ETAPAS	AÇÕES DO PROFESSOR	AÇÕES DO ESTUDANTE
1ª Etapa BOA (Compreender)	Utiliza recursos materiais e/ou modelos, esquemas... Orienta conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais (BOA); Promove a participação ativa dos estudantes; Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas; O prof. é mais atuante que o estudante	Depende da orientação do prof. Tem pouca consciência das operações; Busca compreender as ações orientadas pelo prof. Participar da construção da BOA.
2ª Etapa MATERIAL MATERIALIZADA (Fazer)	OU Utiliza recursos materiais e/ou modelos, esquemas... Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas; Promove a autoavaliação e a troca de avaliações entre os estudantes; Prof. e estudante atuam juntos.	Realiza as ações com muitos detalhes; Conhece o significado das variáveis; Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof. Realiza as operações com a ajuda de outro estudante e/ou do prof.
3ª Etapa VERBAL EXTERNA (Explicar)	Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas; Promove a autoavaliação e a troca de avaliações entre os estudantes; O prof. atua menos que o estudante.	Explica de forma oral e/ou escrita as ações; Realizadas as ações em varias situações orientadas pelo prof. Realiza as ações com detalhes; Desenvolve as ações consciente e razoavelmente independentes; O estudante atua mais que o prof.
4ª Etapa LINGUAGEM EXTERNA PARA SI (Transferir)	Organiza novas situações de acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal; Atua quando é solicitado pelo estudante.	Realiza as ações de forma generalizada aplicando o conceito a novas situações; Realiza as ações parcialmente abreviadas e autônomas; Resolve as situações problemas com pouca intervenção do prof. Realiza a autoavaliação.
5ª Etapa LINGUAGEM INTERNA (Hábito)	Atua quando raramente é solicitado pelo estudante;	Transfere o conceito a novas situações com maior rapidez e eficiência; Realiza as ações abreviadas, autônomas e independentes; Resolve as situações problemas de maneira criativa sem a intervenção do prof.

Fonte: CHIRONE, (2016)

A partir da análise das teorias de Galperin e Majmutov a autora apresenta no quadro 4 a relação entre as etapas metais de Galperin e o nível de ensino problematizador de Majmutov que será utilizado nas análises quantitativas e qualitativas, sempre com o objetivo de determinar em que etapa do processo de assimilação do conteúdo de Equações do 1º grau se encontram os estudantes, relacionando-as com os níveis de ensino problematizador.

Quadro 4 - Relação entre as Etapas de Ações Mentais de Galperin e o Nível de Ensino Problematizador de Majmutov.

<b>Etapas (E)</b>	<b>Nível de Ensino Problematizador</b>	<b>Indicadores (Ações dos Estudantes)</b>	<b>Indicador Essencial</b>
1ª E e 2ª E	1º Não Independente	a) Exercícios reprodutivos; b) Reproduções orais; c) Depende da orientação do prof. d) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof.	a)
2ª e 3ª E	2º Semi-independente	a) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas; b) Ações compartilhadas entre prof. e estudante c) Conhece o significado das variáveis; d) Busca soluções para o problema docente; e) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof. f) Explica de forma oral e/ou escrita as ações;	a)
4ª E	3º Independente	a) Realiza trabalhos independentes, reprodutivo de busca; b) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas; c) Constrói, resolve tarefas de nível médio de complexidade; d) Demonstra hipótese com pequena ajuda do professor; e) Resolve as situações problemas com pouca intervenção do prof. f) Realiza a autoavaliação.	b)
5ª E	4º Atividades Criativas	a) Realiza trabalhos independentes com imaginação criativa, análise e conjeturas lógicas; b) Descobri um novo modelo para resolver problemas independentes; c) Faz conclusões, generalizações independentes; d) Produz invenções; e) Criatividade artística;	a)

Fonte: CHIRONE, (2016)

## 2.4 – INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram: as provas de lápis e papel, o questionário e a autoavaliação, realizados pelos estudantes; as observações, entrevistas e registros pessoais da professora pesquisadora.

No quadro 5 apresenta-se a relação entre as fases da pesquisa, os instrumentos utilizados em cada fase e as etapas de formação das ações mentais e dos conceitos de Galperin.

Quadro 5 - Instrumentos de coleta de dados e as fases da pesquisa.

Fases da Pesquisa	Instrumentos	Etapas Mentais
Diagnóstica	Prova de lápis e papel; autoavaliação.	1ª Etapa BOA (Compreender)
Formativa	Prova de lápis e papel; autoavaliação; Questionário; Guia de Observações; Entrevista.	2ª Etapa MATERIAL OU MATERIALIZADA (Fazer) 3ª Etapa VERBAL EXTERNA (Explicar)
Final	Prova de lápis e papel; Autoavaliação; Guia de Observações.	4ª Etapa LINGUAGEM EXTERNA PARA SI (Transferir)
Pós-Teste	Prova de lápis e papel; Autoavaliação; Guia de Observações.	5ª Etapa LINGUAGEM INTERNA (Hábito)

Fonte: CHIRONE, (2016)

### 2.4.1 – PROVAS DE LÁPIS E PAPEL

Com o intuito de buscar informações através das categorias da ASP e estudar o processo de formação das ações mentais e dos conceitos no conteúdo de equações do 1º grau com uma variável foram elaboradas, durante a realização da pesquisa, quatro provas de lápis e papel: diagnósticas, formativas, final e pós-teste.

A prova diagnóstica foi elaborada com o objetivo de verificar os conhecimentos dos estudantes sobre expressões algébricas e valor numérico. Composta por três questões (Q-1, Q-2 e Q-3), a prova diagnóstica pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender equações do 1º grau com uma variável, utilizando a ASP como metodologia de ensino.

### PROVA DIAGNÓSTICA

#### Questão 1

Calcule o valor numérico das expressões algébricas abaixo para  $x = 3$  e  $y = -5$ :

- a)  $x^2 + 4y$
- b)  $2x^3 - 7y$

Essa questão está relacionada com a categoria de solucionar o modelo, tendo o estudante que determinar o valor numérico das expressões algébricas, substituindo corretamente o valor das variáveis, realizando em seguida as operações de potenciação, multiplicação e adição com números inteiros.

## Questão 2

A figura ao lado mostra ao centro o Pentágono, a sede do Departamento de Defesa dos Estados Unidos. É o maior edifício de escritórios do mundo reservado a inteligência estratégica, tem cinco andares e cada andar tem cinco corredores. Construído durante a Segunda Guerra Mundial, com o objetivo de abrigar todas as forças armadas (exército, marinha, aeronáutica, fuzileiros navais e guarda costeira) no mesmo local.



Sabendo que a soma das medidas dos ângulos internos ( $S_i$ ) de um polígono convexo é dada pela fórmula:  $S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ , sendo  $S_i$  a soma dos ângulos internos de um polígono e  $n$  o número de lados deste polígono.

- Prove que a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono convexo qualquer é  $540^\circ$ ;
- Explique o que significa o valor encontrado;
- Determine o valor da soma dos ângulos internos de um retângulo;
- Você concorda com o nome dados pelos americanos ao Departamento de Defesa? Justifique sua resposta.

Nesta questão é dado o modelo matemático. Tendo o estudante que compreender o problema e solucionar o modelo matemático nos itens “a” e “c”. Interpretar a solução nos itens “b” e “d”.

## Questão 3

No jogo de basquete cada cesta de lance livre vale um ponto. Os jogadores podem ainda fazer cesta de 2 ou 3 pontos.

- Como podemos representar os pontos de um jogo do Colégio de Aplicação durante os jogos escolares em que foram feitas certo número de cestas de dois pontos e 7 lances livres?
- Quantos pontos fez o time do Colégio de Aplicação se foram feitas 18 cestas de dois pontos e 7 lances livres?
- Em outro jogo o Colégio de Aplicação fez cestas de três pontos, y cestas de dois pontos e cinco lances livres. Como podemos representar está nova situação?

d) Considerando as situação do item (c) e que o Colégio de Aplicação fez 4 cestas de três pontos, 15 cestas de dois pontos e cinco lances livres. Quantos pontos o Colégio de Aplicação fez?

e) Justifique sua resposta.

Nesta questão é apresentada uma situação-problema e está relacionada com as quatro categorias da Atividade de Situações Problema em Matemática, sendo os itens “a” e “c” ambos com compreender o problema e construir o modelo, os itens “b” e “d” com a categoria de solucionar o problema e o item “e” interpretar a solução.

Apresenta-se no Quadro 6 as características de cada uma das questões da prova diagnóstica em relação as ações da ASP no qual estar indicado quais são as informações dadas nas questões (!), quais ações estão sendo avaliadas (?) e quais ações não estão sendo verificadas (\*). O Quadro 6 apresenta também o contexto das questões com as principais informações sobre as mesmas.

Em Q-1 está sendo avaliada a ação de solucionar o modelo matemático, não sendo verificadas as outras ações da ASP. Na 2ª questão é dado o modelo matemático e outras informações sobre a 1ª e a 2ª ações. Ainda em Q-2 estão sendo avaliadas a 1ª, a 2ª e 3ª ação. Em Q-3 todas as ações da ASP estão sendo avaliadas.

Quadro 6 - Características das questões da prova diagnóstica em relação às ações da ASP.

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da questão
Q 1	*	*	?	*	Calcular valor numérico
Q 2	!?	!	!?	?	Ângulos internos de um pentágono convexo
Q 3	?	?	?	?	Determinar quantos pontos o CAp fez em um jogo de basquete

**Legenda:** (Q) questão; (1ªA) ação compreender o problema; (2ªA) construir o modelo matemático; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (!?)ação avaliada com informações dadas, (\*) ação não verificada, (CAp) Colégio de Aplicação

Fonte: Mendoza, 2013 (adaptação).

## PROVA FORMATIVA

O Quadro 7 mostra que todas as ações da ASP estão sendo avaliadas nas duas primeiras questões da prova formativa (Q-4 e Q-5). Em Q-6 é dado o modelo matemático, não sendo avaliada nenhuma das ações da ASP, pois o objetivo é determinar em que etapa mental o estudante encontra-se.

Quadro 7 - Características das questões da prova formativa em relação às ações da ASP.

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da questão
Q 4	?	?	?	?	Dividir R\$ 17,50 em partes proporcionais as horas trabalhadas
Q 5	?	?	?	?	Determinar o valor desconhecido igual à soma de $x/3 + 162$ .
Q 6	*	!	*	*	Criar uma SP representada por: $x/2 + x/3 + 50 = x$

**Legenda:** (Q) questão; (1ªA) ação compreender o problema; (2ªA) construir o modelo matemático; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (!?)ação avaliada com informações dadas, (\*) ação não verificada, (SP) Situação Problema

Fonte: Mendoza, 2013 (adaptação).

## PROVA FINAL

A prova final tem suas características apresentadas no Quadro 8. Na questão 7 estar sendo avaliada apenas a ação de solucionar o modelo matemático, enquanto que nas questões (Q-8 e Q-9) são avaliadas todas as ações da ASP.

Quadro 8 - Características das questões da prova final em relação às ações da ASP.

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da questão
Q 7	*	*	?	*	Aplicar técnica de fatoração para determinar o valor da variável.
Q 8	?	?	?	?	Dividir R\$ 725,00 em partes proporcionais.
Q 9	?	?	?	?	Representar uma SP relacionando o número de bombons com a quantidade de estudantes presente na gincana.

**Legenda:** (Q) questão; (1ªA) ação compreender o problema; (2ªA) construir o modelo matemático; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (!?)ação avaliada com informações dadas, (\*) ação não verificada, (SP) Situação Problema

Fonte: Mendoza, 2013 (adaptação).

## PÓS-TESTE

No Quadro 9 encontram-se as características das questões do pós-teste realizado seis meses após o a realização da prova final. Em Q-10 é avaliada a ação de solucionar o modelo matemático, não sendo avaliadas as outras ações de compreender o problema, construir o modelo e interpretar a solução. Nas questões (Q-11 e Q-12) são avaliadas todas as ações da ASP. Q-13 é dado apenas o modelo matemático, não sendo avaliadas as outras ações da ASP. Também não são avaliadas nenhuma das ações em Q-14 cujo objetivo é determinar em que etapa mental o estudante estar.

Quadro 9 - Características das questões do pós-teste em relação às ações da ASP.

Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da questão
Q 10	*	*	?	*	Resolver uma equação do 1º grau
Q 11	?	?	?	?	Determinar quantos países têm a Oceania e a África.
Q 12	?	?	?	?	Representar uma SP relacionando o número de clientes presentes em um passeio com a quantidade de ingressos distribuídos
Q 13	*	!	*	*	Criar uma SP representada por: $2X + 5 = 57$
Q 14	*	*	*	*	Conceito de equações do 1º grau.

**Legenda:** (Q) questão; (1ªA) ação compreender o problema; (2ªA) construir o modelo matemático; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (!?)ação avaliada com informações dadas, (\*) ação não verificada, (SP) Situação Problema.

Fonte: Mendoza, 2013 (adaptação).

### 2.4.2 – Autoavaliação

Após a realização de cada prova de lápis e papel os estudantes foram incentivados a realizarem uma autoavaliação, descrevendo sua opinião sobre a mesma,

relatando livremente os pontos positivos, negativos, suas habilidades e dificuldades. As informações coletadas neste instrumento servirão para embasar os resultados e as análises.

### 2.4.3 – QUESTIONÁRIO

Segundo a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin uma das ações do professor na 2ª etapa é promover a autoavaliação dos estudantes. O questionário vem contribuir para o cumprimento desta ação.

Com objetivo de buscar novas informações para determinar em que etapa das ações mentais o estudante encontra-se foi elaborado um questionário no qual o estudante respondeu espontaneamente as questões abertas e fechadas.

#### QUESTIONÁRIO

1- O que você aprende resolvendo situações problemas?

2- O que é preciso fazer para resolver situações problemas?

3- Você costuma construir uma expressão matemática para resolver situações problemas mesmo que não seja solicitado pela professora?

( ) Sim ( ) Não Por quê? \_\_\_\_\_

4- Você costuma verificar o resultado, mesmo que não seja solicitado pela professora?

( ) Sim ( ) Não Por quê? \_\_\_\_\_

5- Analise as atividades descritas abaixo e responda com que frequência você realiza cada uma delas para resolver as situações problemas propostas nos exercícios e provas.

ATIVIDADES	NUNCA	ÀS VEZES	SEMPRE
Entende as informações que são apresentadas na situação problema?			
Escreve uma equação que represente a situação problema?			
Constrói uma expressão matemática a partir das informações extraídas do problema?			
Resolve a expressão matemática corretamente?			
Verifica o resultado?			
Aplica cálculo de equações na resolução de situações problemas?			
Resolve o problema por tentativas?			
Resolve o problema com ajuda de um (a) colega?			
Resolve o problema com ajuda da professora?			
Resolve o problema com pouca ajuda da professora?			
Resolve o problema sozinho?			

Nas questões 1 e 2 analisar-se-á as quatro ações da ASP e cinco etapas de ações mentais de Galperin. As questões 3 e 4 buscam informações sobre a 3ª e 4ª ação da ASP e as etapas.

Utilizar-se-á o quadro 10 para analisar as respostas dos estudantes para questão 5 do questionário relacionando-as com as ações da ASP e as etapas.

Quadro 10 - Análise do Questionário.

ATIVIDADES	Nunca	Às vezes	Sempre	Ações	Etapas
Entende as informações que são apresentadas na situação problema?				1ª A	
Escreve uma equação que represente a situação problema?				2ª A	
Constrói uma expressão matemática a partir das informações extraídas do problema?				2ª A	
Resolve a expressão matemática corretamente?				3ª A	
Verifica o resultado?				4ª A	
Aplica cálculo de equações na resolução de situações problemas?					
Resolve o problema por tentativas?					
Resolve o problema com ajuda de um (a) colega?			X		2ª E
Resolve o problema com ajuda da professora?			X		1º/2º E
Resolve o problema com pouca ajuda da professora?			X		3º E
Resolve o problema sozinho?			X		4ª E

Fonte: CHIRONE, (2016)

#### 2.4.4 – OBSERVAÇÕES

Durante o desenvolvimento da pesquisa os estudantes foram observados através do acompanhamento presencial da professora durante a realização das atividades dos estudantes em classe e análise dos vídeos feitos pelos estudantes durante a apresentação do seminário. O resultado das observações pessoais da pesquisadora junto a utilização dos outros instrumentos de coleta de dados, foi organizado no quadro 11 e serviram como base para determinar o domínio de cada estudante em relação às ações da ASP, as etapas mentais e o nível de ensino problematizador.

Quadro 11 - Guia de Observações.

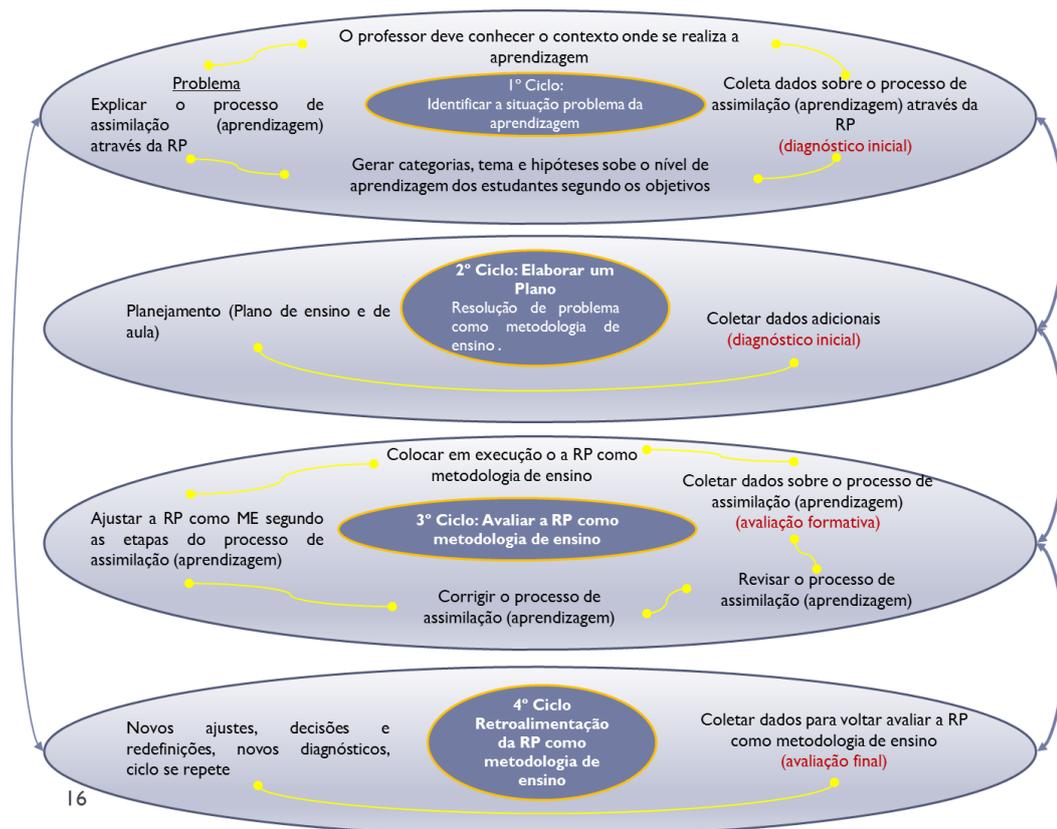
Estudantes	Domínio das ações da ASP	Etapas Mentais	Nível de Ensino Problematizador
E01			
....			
E25			

Fonte: CHIRONE, (2016)

## 2.5 – SEQUÊNCIA DA PESQUISA

A Figura 4 representa o desenvolvimento da pesquisa. A escolha pela representação adaptada de Sampieri (2012) se justifica pela forma cíclica, indicando movimento e interação entre as fases da pesquisa.

Figura 4 - Sequência da Pesquisa.



Fonte: Adaptado de Sampieri, 2012.

A princípio considera-se fundamental que o professor conheça o contexto onde será realizada a aprendizagem, ou seja, o professor deve identificar o problema docente e conhecer o nível de partida dos estudantes. Para tanto nesta pesquisa

realiza-se a coleta de dados através de uma avaliação diagnóstica no conteúdo de expressões algébricas, considerado como pré-requisito para a assimilação do conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita. O diagnóstico inicial deve gerar categorias, temas e hipóteses sobre o nível de aprendizagem dos estudantes de acordo com os objetivos de ensino.

Após realizar a prova diagnóstica o plano de ensino foi revisto e adaptado às necessidades dos estudantes de revisão das operações básicas e desenvolvimento do conteúdo de equações do 1º grau com uma variável. No Quadro 12 apresentamos o plano de ensino que norteou o desenvolvimento didático da pesquisa. Destaca-se que os conteúdos e objetivos estão relacionados com as características das etapas mentais de Galperin, as ações da ASP, e as habilidades dos estudantes.

Quadro 12 - Plano de Ensino.

Conteúdos	Objetivos: Que os estudantes sejam capazes de:	CH	Tipo de Atividades e Ações da ASP	Características das Etapas Mentais	Habilidades dos Estudantes
Expressões algébricas	Diagnosticar o nível de partida dos estudantes para aprender equações do 1º grau;	2h	Prova Diagnóstica		
Equação do 1º grau com uma incógnita	Identificar equações como sendo igualdades que contém pelo menos uma letra representando um valor desconhecido;  Ler e interpretar situações problema envolvendo valor desconhecido;  Calcular valor desconhecido;	4h	Orientação do sistema de ações da ASP em equações do 1º grau a partir de problemas padrões de cálculo (1ª etapa de formação da BOA);  Aula expositiva e exercícios.	As ações são: materializada, não generalizada, detalhada, consciente e compartilhada.	Compreender as ações da ASP em equações.
Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários	Representar situações problema através de equações do 1º grau;  Resolver equações do 1º grau através das operações inversas;  Fazer a verificação dos	6h	O estudante deve realizar detalhadamente o sistema de ações tomando como bases os problemas padrão envolvendo equações (2ª etapa	As ações são: consciente, compartilhadas, detalhada e não generalizada.	Fazer as ações da ASP em equações.

	resultados;		materializada); Prova Formativa.		
Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários	Resolver situações problema envolvendo valor desconhecido;	4h	O estudante deve saber aplicar o sistema da ASP em equações em novas situações (3ª etapa, verbal externa); Exercícios.	As ações começam a ser: mental interna, generalizada e abreviada.	Aplicar a ASP em equações.
Equação do 1º grau com uma incógnita com números reais	Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas;	4h	O estudante deve saber transferir o sistema da ASP em equações para novas situações (4ª etapa linguagem externa pra si).	As ações são: mental interna, generalizada, abreviada e consciente.	Transferir as ações da ASP em equações.
Equação do 1º grau com uma incógnita com números reais	Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas;	4h	O estudante deve ter o hábito de usar o sistema da ASP em equações para resolver novas situações (5ª etapa linguagem interna)	As ações são: mental interna, generalizada, abreviada, automatizada e independente.	Utilizar as ações da ASP em equações como hábito para resolução de situações problema

Em seguida foi elaborado a Base Orientadora da Ação (BOA) do tipo 3 , ou seja, generalizada, completa e elaborada independente. Característica da 1ª etapa de formação das ações mentais e dos conceitos, adequada quando o objetivo é a rápida assimilação do conceito e a redução dos erros por parte dos estudantes. Iniciamos com uma situação problema e através de dialogo com a turma se construiu, junto com os estudantes, o conceito de equações, destacando suas características essenciais e a utilização das operações inversas na resolução.

Para o desenvolvimento da 2ª etapa (material/materializada) foram executadas várias sequências didáticas respeitando sempre os aspectos da ASP, envolvendo o conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita. Apresentamos no Quadro 13 uma das sequencias didáticas.

## Quadro 13 - Sequência didática.

<b>Aula 03</b>	
<b>Conteúdo:</b>	Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários.
<b>Objetivo:</b>	Representar situações problema através de equações do 1º grau
<b>Situação Problema:</b>	Os candidatos a um emprego compareceram para um teste e foram divididos em três turmas: na primeira havia 2/3 deles; na segunda, 1/4; e na terceira, os demais 15 candidatos. Ao todo, quantos eram os candidatos?
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Vamos lembrar o que precisamos fazer para resolver um problema. Qual é a primeira coisa que devemos fazer?</i>
E-02:	<i>Ler e dizer quais os dados do problema. (1ª Ação – compreender o problema)</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Muito bem! E quais são os dados desse problema? Quais são as informações que temos?</i>
E-10:	<i>Que os candidatos a um emprego foram divididos em três turmas para fazer um teste.</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Qual é o objetivo do problema?</i>
E-03:	<i>Descobrir quantas pessoas estavam procurando emprego.</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>E o que temos que fazer para descobrir quantos eram os candidatos ao emprego?</i>
E-05:	<i>Construir uma equação. (2ª Ação – construir o modelo matemático)</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Como pode ser essa equação?</i>
E-10:	$2x/3 + x/4 + 15 = x$ (3ª Ação – solucionar o modelo)
Prof. <sup>a</sup> :	<i>O que representa a variável x?</i>
E-10:	<i>O número de candidatos ao emprego</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Qual a primeira coisa que precisamos fazer para resolver a equação?</i>
E-05:	<i>Calcular o m.m.c.</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Então vamos resolver a equação, calculando o m.m.c. de 3 e 4. Igualamos os denominadores, transformando em frações equivalentes temos:</i>
	$8x/12 + 3x/12 + 180/12 = 12x$ (multiplicando os dois membros por 12), temos:
	$8x + 3x + 180 = 12x$ (adicionamos – 12x e – 180 aos dois membros, isolamos x),
	$-x = -180$
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Encontramos o oposto de x, o que significa? Qual o valor de x?</i>
E-10:	<i>x é igual a 180, eram 180 candidatos ao emprego, (4ª Ação – interpretar a solução)</i>
Prof. <sup>a</sup> :	<i>Agora podemos resolver os problemas que estão no livro didático sobre equações com números fracionários</i>
<b>Legenda:</b>	
E-01 – Estudante 01... assim sucessivamente;	

Nesta fase, a professora esteve sempre acompanhando a execução das atividades dos estudantes. Orientando e corrigindo o processo de aprendizagem utilizando a retroalimentação de acordo com a teoria de direção de estudo de Talízina sempre que necessário. Todas as aulas tiveram registros das observações em relatórios que, segundo Strauss e Corbin (2008), servirão para análise e coleta de dados adicionais para pesquisa.

Para avaliar a ASP dando sequência à coleta de dados através da prova formativa foi realizado um seminário no qual os estudantes foram divididos em grupos de 2 ou 3 para resolver situações problemas. Em seguida um estudante apresentar à turma como resolveu o problema. (3ª etapa – verbal externa) Esta atividade foi filmada por um dos membros do grupo. Foram utilizados simultaneamente os dados adicionais coletados através das observações, questionário e entrevista.

Dando continuidades à pesquisa novas intervenções pedagógicas foram realizadas, utilizando sempre a ASP como metodologia de ensino no conteúdo de equações do 1º grau. Aplicando-se em seguida a prova final com objetivo de determinar em que etapa mental os estudantes chegaram e qual o nível de independência dos mesmos para resolver problemas de forma criativa.

Finalizado a pesquisa, seis meses após a prova final, foi realizado um pós-teste para aumentar a confiabilidade, validade e credibilidade da pesquisa, verificando com maior grau de precisão os dados coletados sobre a aprendizagem dos estudantes no ensino de equações do 1º grau com uma variável. O pós-teste teve ainda, como objetivos; analisar o desempenho dos estudantes na realização das ações da ASP, determinar em que etapa mental o estudante chegou após a utilização das sequências didáticas, testar o nível de independência dos estudantes para resolver e criar problemas determinando o nível de ensino problematizador.

Por fim no terceiro capítulo os resultados serão apresentados em tabelas e gráficos e analisados de forma mista (quali-quantitativa) com enfoque predominantemente qualitativo.

## **CAPÍTULO III - RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Neste capítulo apresentam-se os resultados da pesquisa de acordo com o seu desenvolvimento nas fases: diagnóstica, formativa, final e pós-teste. Em cada fase procuramos apresentar com detalhes todos os instrumentos de coleta de dados com seus respectivos parâmetros de modo a aumentar a confiabilidade, validade e credibilidade da pesquisa.

Como resultado das análises quantitativas os dados coletados foram organizados e apresentados em tabelas e gráficos que serviram de base para as análises qualitativas de desempenho dos 25 estudantes participantes da pesquisa.

Primeiramente analisaremos o desempenho quantitativo e qualitativo dos estudantes em cada uma das questões das provas de lápis e papel em relação às ações da ASP e suas respectivas operações. Em seguida uma análise geral das médias de cada uma das ações da ASP.

Por fim, considerando todos os instrumentos de coleta de dados utilizados na pesquisa, apresentaremos a relação entre os Níveis de Ensino Problematizador – NEP e as Etapas do processo de assimilação do conteúdo de equações do 1º grau de cada um dos 25 estudantes participantes da pesquisa.

### **3.1 – FASE DIAGNÓSTICA**

O instrumento utilizado como avaliação diagnóstica é a prova de lápis e papel. O intuito é buscar informações através das categorias da ASP para elaboração da Base Orientadora da Ação (BOA) que corresponde à primeira etapa para formação das ações mentais dos estudantes. As ações da ASP são convertidas nas seguintes categorias qualitativas de análises: compreender o problema, construir o modelo matemático, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução.

A prova diagnóstica foi elaborada com o objetivo de verificar os conhecimentos dos estudantes sobre o conteúdo de expressões algébricas e valor numérico. Composta por três questões (Q-1, Q-2 e Q-3), pretende determinar o nível de partida dos estudantes para aprender equações do 1º grau com uma variável, utilizando a ASP como metodologia de ensino.

Questão 1

**Q-1** Calcule o valor numérico das expressões algébricas abaixo para  $x = 3$  e  $y = -5$

a)  $x^2 + 4y$

b)  $2x^3 - 7y$

Quadro 14 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 1.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Solucionar o Modelo	<p>a) Substituir o valor das variáveis realizando em seguida as operações de potenciação, multiplicação e adição com números inteiros [Item (a) <math>3^2 + 4 \cdot (-5)</math> e (b) <math>2 \cdot 3^3 - 7 \cdot (-5)</math>];</p> <p>b) Solucionar o modelo matemático realizando corretamente as operações de potenciação, multiplicação e adição com números inteiros;</p> <p>c) Determinar o valor numérico das expressões algébricas [Item (a) = -11 e (b) = 89].</p>	b)

A Questão 1 está relacionada com a categoria de solucionar o modelo, tendo o estudante que determinar o valor numérico das expressões algébricas, substituindo corretamente o valor das variáveis, realizando em seguida, as operações de potenciação, multiplicação e adição com números inteiros.

Todos os 25 estudantes analisados substituem corretamente o valor das variáveis  $x$  e  $y$ . Sendo que 08 estudantes (E-03, E-04, E-09, E-14, E-17, E-18, E-21 e E-22) realizam as operações de potenciação, mas cometem algumas imprecisões na operação de multiplicação e/ou adição com números inteiros, obtendo índice 4 na análise quantitativa. Outros 05 estudantes (E-01, E-02, E-08, E-16 e E-23) não realizam as operações de potenciação e/ou multiplicação e adição com números inteiros que corresponde ao índice 3 e 2 de acordo com os critérios do Quadro 14. Enquanto que 12 estudantes (E-05, E-06, E-07, E-10, E-11, E-12, E-13, E-15, E-19, E-20, E-24 e E-25) realizam todas as operações corretamente obtendo índice 5 na 3ª ação conforme mostra a Tabela 01.

Tabela 1 - Análise Quantitativa da Questão 1.

<b>QUESTÃO - 1</b>	
<b>Estudantes</b>	<b>3ªA</b>
E01	3
E02	3
E03	4
E04	4
E05	5
E06	5
E07	5
E08	3
E09	4
E10	5
E11	5
E12	5
E13	5
E14	4
E15	5
E16	2
E17	4
E18	4
E19	5
E20	5
E21	4
E22	4
E23	2
E24	5
E25	5
<b>Média</b>	<b>4,2</b>

## Questão 2

**Q-2** A figura ao lado mostra ao centro o Pentágono, a sede do Departamento de Defesa dos Estados Unidos. É o maior edifício de escritórios do mundo reservado a inteligência estratégica, tem cinco andares e cada andar tem cinco corredores. Construído durante a Segunda Guerra Mundial, com o objetivo de abrigar todas as forças armadas (exército, marinha, aeronáutica, fuzileiros navais e guarda costeira) no mesmo local.



Sabendo que a soma das medidas dos ângulos internos ( $S_i$ ) de um polígono convexo é dada pela fórmula:  $S_i = (n - 2) \cdot 180^\circ$ , sendo  $S_i$  a soma dos ângulos internos de um polígono e  $n$  o número de lados deste polígono.

- Prove que a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono convexo qualquer é  $540^\circ$
- Explique o que significa o valor encontrado.
- Determine o valor da soma dos ângulos internos de um retângulo.
- Você concorda com o nome dados pelos americanos ao Departamento de Defesa? Justifique sua resposta.

Quadro 15 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 2.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	a) Determina as condições do problema; b) Extrai os dados do problema ( $s_i =$ soma das medidas dos ângulos internos de um polígono); c) Define o (s) objetivo (s) do problema (Substitui a variável $n$ por 5).	b)
Construir o Modelo	Essa ação não foi verificada nesta questão	
Solucionar o Modelo Itens: (a) e (c)	a) Substituir o valor das variáveis; b) Solucionar o modelo matemático realizando corretamente as operações. [Item (a) Substitui a variável $n$ por 5 e determina $S_i = 540$ ; no item (c) Determinar o valor de $S_i$ em um retângulo ( $S_i = 360^\circ$ )].	b)
Interpretar a Solução Itens: (b) e (d)	a) Interpretar o resultado. [Item (b) Explique o que significa do valor encontrado (soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono convexo)]; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema. [Item (a) prove que a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono convexo qualquer é $540^\circ$ ]; c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema. [Item (d) Relacionar o nome "Pentágono" a forma geométrica do prédio].	a)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Nesta questão (Q-2) é dado o modelo matemático. Tendo o estudante que compreender o problema, solucionar o modelo matemático e interpretar a solução. Nas três ações os estudantes (E-08, E-11 e E-14) obtiveram índice 2 e 1 nas análises quantitativas, pois não realizam corretamente nenhum dos indicadores essenciais.

Destaca-se na Tabela 02 que 18 estudantes extraem os dados do problema (1ªA) e reconhecem  $s_i$  como a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. Desses, 15 estudantes solucionam o modelo matemático (3ªA) realizando corretamente as operações, determinam o valor de  $S_i$  em um retângulo ( $S_i = 360$ ). E 08 estudantes interpretam corretamente o valor encontrado como a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono, relacionando o nome “Pentágono” com a forma geométrica do prédio (4ªA).

Na Tabela 02, pode-se observar ainda que 07 estudantes (E-04, E-08, E-11, E-14, E-19, E-21 e E-23) obtiveram índices quantitativos abaixo da média na 3ªA. Desses 04 estudantes (E-08, E-14, E-19 e E-21), expressam na autoavaliação que o conteúdo (ângulos internos de um polígono) foi estudado no ano anterior, mas haviam esquecido como relata na autoavaliação a estudante (E-21): “*Eu não estava nada preparada e a dois eu já tinha me esquecido como fazer...*”

Tabela 2 - Análise Quantitativa da Questão 2.

Estudantes	QUESTÃO-2		
	1ªA	3ªA	4ªA
E01	5	4	5
E02	5	5	5
E03	5	5	5
E04	3	3	3
E05	5	5	4
E06	5	5	5
E07	5	5	4
E08	2	2	2
E09	5	5	5
E10	5	5	5
E11	2	1	1
E12	5	5	4
E13	5	5	5
E14	2	1	1
E15	5	5	5
E16	5	5	5
E17	5	4	3

E18	5	5	4
E19	3	1	5
E20	5	5	4
E21	4	1	3
E22	5	4	4
E23	3	3	5
E24	5	5	4
E25	5	5	4
<b>Médias</b>	<b>4,4</b>	<b>4,0</b>	<b>4,0</b>

Vale ressaltar que dos 15 estudantes que solucionam corretamente o modelo, 07 estudantes (E-05, E-07, E-12, E-18, E-20, E-24 e E-25) não compreenderam o item “d” de Q-2, não relacionando o nome “Pentágono” a forma do prédio e sim a “Departamento de defesa”. Desses estudantes apenas E-07 admite na autoavaliação que não entendeu a questão: “*Eu não entendi a D da 2. A prova tava difícil, ai eu lembrei o que era para fazer, ai ficou fácil.*” Os outros estudantes relatam ser falta de atenção como por exemplo E-05 “*Minha falta de atenção me faz errar algumas coisas!!!*” (grifo de E-05). Apresentamos na Tabela 03 a análise de desempenho do estudante E-18.

Tabela 3 - Análise de Desempenho do Estudante (E-18) na Questão 2.

<b>Categoria</b>	<b>Desempenho Qualitativo</b>	<b>Desempenho Quantitativo</b>
<b>Compreender o problema</b>	O estudante compreende o problema, considera $s_i$ como a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono,	5
<b>Solucionar o modelo matemático</b>	No item (a) Substitui a variável $n$ por 5 e determina $S_i = 540$ ; no item (c) calcula corretamente o valor de $S_i$ em um retângulo ( $S_i = 360^\circ$ )	5
<b>Interpretar a solução</b>	O estudante prova que a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono convexo qualquer é $540^\circ$ , mas não relacionar o nome “Pentágono” a forma geométrica do prédio.	4

### Questão 3

**Q-3** No jogo de basquete cada cesta de lance livre vale um ponto. Os jogadores podem ainda fazer cesta de 2 ou 3 pontos.

a) Como podemos representar os pontos de um jogo do Colégio de Aplicação durante os jogos escolares em que foram feitas certo número de cestas de dois pontos e 7 lances livres?

b) Quantos pontos fez o time do Colégio de Aplicação se foram feitas 18 cestas de dois pontos e 7 lances livres?

c) Em outro jogo o Colégio de Aplicação fez cestas de três pontos, cestas de dois pontos e cinco

lances livres. Como podemos representar está nova situação?
d) Considerando a situação do item (c) e que o Colégio de Aplicação fez 4 cestas de três pontos, 15 cestas de dois pontos e cinco lances livres. Quantos pontos o Colégio de Aplicação fez?
e) Justifique sua resposta.

Quadro 16 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 3.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema Itens: (a) e (c)	a) Extrai os dados do problema (lance livre = 1 ponto, utilizar uma variável para representar certo número de cesta de dois pontos); b) Determina as condições do problema; c) Define o (s) objetivo (s) do problema. (Determinar quantos pontos fez o Colégio de Aplicação em um jogo de basquete).	c)
Construir o Modelo Itens: (a) e (c)	a) Determinar as variáveis e incógnitas, [Item (a) $x$ = número de cesta de dois pontos e (c) “ $x$ ” e “ $y$ ” representa o número de cesta de dois e três pontos respectivamente]; b) Representar os pontos de um jogo de basquete do Colégio de Aplicação, [Item (a) $2x + 7$ e (c) $3x + 2y + 5$ ou um modelo por ensaio e erros]; c) Construir o modelo matemático a partir das variáveis incógnitas e informações extraídas do problema, [Item (a) $2x + 7$ e (c) $3x + 2y + 5$ ].	b)
Solucionar o Modelo Itens: (b) e (d)	a) Substituir o valor das variáveis; b) Solucionar o modelo matemático realizando corretamente as operações; [Item (b) total de pontos = 43 e (d) total de pontos = 47].	b)
Interpretar a Solução Item (e)	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema; d) Relacionar o resultado encontrado com a quantidade de pontos do Colégio de Aplicação em um jogo de basquete.	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Em Q-3 é apresentada uma situação-problema e está relacionada com as quatro categorias da ASP, sendo os itens (a) e (c) ambos com compreender o problema e construir o modelo, os itens (b) e (d) com a categoria de solucionar o problema e o item (e) interpretar a solução.

Dos 25 estudantes analisados em Q-3, 12 obtiveram um desempenho excelente, obtendo índice quantitativo 5 nas quatro ações da ASP em matemática. Compreendem o objetivo do problema, extraem os dados, consideram cada lance livre = 1 ponto e utilizam uma variável para representar certo número de cesta de dois pontos. Constroem os modelos [Item (a)  $2x + 7$  e (c)  $3x + 2y + 5$ ], solucionam esse modelo realizando corretamente as operações [Item (b) total de pontos = 43 e (d) total de pontos = 47]. Relacionando o resultado encontrado com a quantidade de pontos do Colégio de Aplicação em um jogo de basquete.

De acordo com a Tabela 04 da análise quantitativa da Questão 3, apenas os estudantes E-14 e E-23 mesmo tendo compreendido o problema e dado a resposta correta ao problema, obtiveram índices 2 nas ações de construir e solucionar o modelo matemático, realizando em ambas as ações o indicador essencial da ação de forma parcialmente correta. Pode-se dizer também que os outros 11 estudantes (E-04, E-06, E-08, E-09, E-16, E-17, E-18, E-19, E-21, E-22 e E-24) compreendem os problemas, constroem e solucionam o modelo e interpretam os resultados, mas cometem pequenos erros em alguma das ações.

Tabela 4 - Análise Quantitativa da Questão 3.

Estudantes	QUESTÃO-3			
	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA
E01	5	5	5	5
E02	5	5	5	5
E03	5	5	5	5
E04	5	5	4	5
E05	5	5	5	5
E06	5	4	4	4
E07	5	5	5	5
E08	3	3	3	3
E09	4	4	4	5
E10	5	5	5	5
E11	5	5	5	5
E12	5	5	5	5
E13	5	5	5	5
E14	3	2	2	5
E15	5	5	5	5
E16	5	3	5	5
E17	5	5	5	4
E18	4	3	5	5
E19	5	5	5	4
E20	5	5	5	5

E21	5	3	5	5
E22	5	3	3	5
E23	3	2	2	5
E24	5	3	3	5
E25	5	5	5	5
<b>Médias</b>	4,7	4,2	4,4	4,8

Na tabela 05 apresenta-se a análise quantitativa completa da prova diagnóstica na qual podemos observar que na 1ª ação de compreender o problema, verificada em Q-2 e Q-3, a média aritmética foi igual a 4,5. Considerada uma excelente média, que dos 25 estudantes participantes da pesquisa apenas 03 estudantes (E-08, E-14e E-23) obtiveram índices abaixo da média nas duas questões. Na 3ª ação de solucionar o modelo matemático, na qual a média das três questões (Q-1, Q-2 e Q-3) foi 4,2 os mesmos estudantes (E-08, E-14e E-23) mantiveram índices abaixo da média geral. Em relação a 4ª ação em que a média geral foi de 4,4 dos 25 estudantes analisados, 4 estudantes (E-06, E-08, E-17 e E-19) obtiveram índices satisfatórios, mas abaixo da média geral. Outros 21 estudantes obtiveram índice acima da média em Q-3, incluindo os estudantes (E-14 e E-23) que estiveram abaixo da média em todos os outros itens da Tabela 05.

Tabela 5 - Análise Quantitativa da Prova Diagnóstica.

Estudantes	Q-1		Q-2		Q-3			
	3ªA	1ªA	3ªA	4ªA	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA
E01	3	5	4	5	5	5	5	5
E02	3	5	5	5	5	5	5	5
E03	4	5	5	5	5	5	5	5
E04	4	3	3	3	5	5	4	5
E05	5	5	5	4	5	5	5	5
E06	5	5	5	5	5	4	4	4
E07	5	5	5	4	5	5	5	5
E08	3	2	2	2	3	3	3	3
E09	4	5	5	5	4	4	4	5
E10	5	5	5	5	5	5	5	5
E11	5	2	1	1	5	5	5	5
E12	5	5	5	4	5	5	5	5
E13	5	5	5	5	5	5	5	5
E14	4	2	1	1	3	2	2	5
E15	5	5	5	5	5	5	5	5
E16	2	5	5	5	5	3	5	5
E17	4	5	4	3	5	5	5	4
E18	4	5	5	4	4	3	5	5

E19	5	3	1	5	5	5	5	4
E20	5	5	5	4	5	5	5	5
E21	4	4	1	3	5	3	5	5
E22	4	5	4	4	5	3	3	5
E23	2	3	3	5	3	2	2	5
E24	5	5	5	4	5	3	3	5
E25	5	5	5	4	5	5	5	5
<b>Médias</b>	4,2	4,4	4,0	4,0	4,7	4,2	4,4	4,8

A análise dos resultados da prova diagnóstica indica que os estudantes desta turma apresentam boas condições para aprenderem o conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita tendo em vista que a maioria dos erros cometidos pelos estudantes na prova diagnóstica foi de caráter aritmético e não de compreensão do conteúdo de expressões algébricas, considerado como pré-requisito para este estudo.

Conhecendo o nível de partida dos estudantes o Plano de Ensino foi revisto e seus conteúdos e objetivos adaptados às necessidades dos estudantes de reforço em relação as operações básicas mantendo a relação entre as características das etapas de ações mentais de Galperin, as ações da ASP, as etapas mentais e as habilidades dos estudantes com as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

### 3.2 – FASE FORMATIVA

Dando continuidade à pesquisa foram realizadas várias sequências didáticas de acordo com a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin. Entre as atividades propostas foi realizado um seminário em grupos de dois ou três estudantes para responderem três questões (Q-4, Q-5 e Q-6). Nas questões (Q-4 e Q-5) os estudantes deveriam resolver situações problemas. Em (Q-6), a partir de um modelo matemático envolvendo uma variável desconhecida, os estudantes deveriam criar uma situação problema que pudesse ser representada com o modelo dado.

Após a resolução das questões um representante de cada um dos grupos foi convidado a apresentar suas respostas em forma de seminário para os outros estudantes. As apresentações foram filmadas por um dos membros do grupo utilizando os próprios celulares dos estudantes. A transcrição de algumas falas contribuíram

para junto com as respostas do questionário, determinarem em que etapa mental o estudante se encontram nesta fase da pesquisa.

Questão 4

**Q-4** Três irmãos prontificaram-se a ajudar a mãe a fazer o almoço de domingo. Clara trabalhou 2 horas, Pedro 1 hora e Lucinha meia hora. A mãe, então deu-lhe R\$17,50 para dividirem em partes diretamente proporcionais ao tempo que cada filho trabalhou. Quanto Clara recebeu? (IMENES & LELLIS, 2009, p. 86).

Quadro 17 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 4.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	a) O estudante extrai os dados do problema (utilizar uma variável para representar o valor desconhecido); b) O estudante determina as condições do problema; c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema; d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema (Determinar quantos reais Clara recebeu).	b)
Construir o Modelo	a) Determinar as variáveis e incógnitas; b) Representar corretamente a relação do valor/ horas trabalhadas; c) Construir um modelo matemático a partir das variáveis incógnitas.	c)
Solucionar o Modelo	a) Substitui o valor das variáveis; b) Soluciona o modelo matemático realizando corretamente as operações; c) Determina quantos reais cada filho deve receber.	b)
Interpretar a Solução	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema (Clara recebeu R\$ 10,00); d) Relacionar o resultado encontrado com a quantidade de reais que cada filho deve receber (Pedro deve receber R\$ 5,00; Clara R\$ 10,00 e Lucinha R\$ 2,50).	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Na Questão 4 (Q-4) é apresentada uma situação-problema e está relacionada com as quatro categorias da ASP, de compreender o problema, construir o modelo, solucionar o problema e interpretar a solução.

Foram formados 07 grupos de três estudantes e duas duplas. O modelo matemático predominante para solucionar a situação problema proposta em Q-4 foi

uma equação do tipo  $(x + 2x + x/2 = 17,50)$  como mostra a Figura 5. Outro modelo utilizado pelos estudantes foi a transformação dos dados que estavam em hora para minutos, representado na Figura 6

Figura 5 - Solução do E-11 para Questão 4.

$$x + 2x + \frac{x}{2} = 17,50$$

$$\cdot 2 \quad 2x + 4x + x = 35,00$$

$$7x = 35,00$$

$$x = 5,00 \times 2 = 10$$

Figura 6 - Solução do E-20 para Questão 4.

$$7x = 17,50$$

$$x = \frac{17,50}{7}$$

$$x = 2,50$$

2 horas = 10,00  
1 hora = 05,00  
meia hora = 02,50  
17,50

Clara recebeu R\$10,00

Apresenta-se na Tabela 06 o desempenho do grupo composto pelos estudantes (E-4, E-7 e E-20) na questão 4. Para justificar que utilizou como modelo matemático  $7x = 17,50$  para resolver o problema proposto em Q-04 o estudante E-04 diz, durante a apresentação dos trabalhos: “A gente pegou cada meia hora e deu 7 meia hora”. Em outro grupo, E-21 justifica a resolução da situação problema por tentativa e erro dizendo: “Já que cada um trabalhou o dobro do outro eu fiz com que o valor deles desse a metade de cada um”.

Tabela 6 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-4, E-7 e E-20) na Questão 4.

Categoria	Desempenho Qualitativo	Desempenho Quantitativo
<b>Compreender o problema</b>	Os estudantes compreendem o problema, consideram o valor da variável $x$ equivalente ao valor de meia hora trabalhada.	5
<b>Construir o modelo</b>	Os estudantes constroem o modelo $7x = 17,50$ .	5
<b>Solucionar o modelo</b>	Solucionam corretamente o modelo determinando o valor da variável $x = 2,50$ .	5
<b>Interpretar a solução</b>	Os estudantes interpretam a solução, dando a resposta correta ao problema (Clara recebeu R\$10,00).	5

Na Questão 5 (Q-5) é apresentada uma nova situação problema envolvendo as quatro ações da ASP seguida do Quadro 18 com os parâmetros para sua análise qualitativa e quantitativa.

Questão 5	
<b>Q-5</b> Aline comprou uma sandália gastando um terço do que ela tinha e ainda sobrou R\$ 162,00. Quantos reais Aline possuía?	

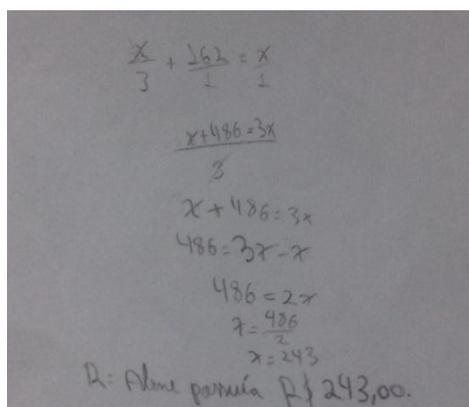
Quadro 18 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 5.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	a) O estudante extrai os dados do problema; b) O estudante determina as condições do problema; c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema; d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema. (Determinar quantos reais Aline possuía).	c)
Construir o Modelo	a) Determinar as variáveis e incógnitas; b) Representar corretamente um terço do valor procurado; c) Construir um modelo matemático ( $x/3 + 162 = x$ ).	c)
Solucionar o Modelo	a) Substituir o valor das variáveis; b) Solucionar o modelo matemático realizando corretamente as operações ( $x = 243$ ); c) Determina quantos reais Aline possuía.	b)
Interpretar a Solução	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema (Aline possuía R\$ 243,00); d) Relacionar o resultado encontrado com a quantidade de reais que Aline possuía.	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Em Q-5 todos os estudantes obtiveram um excelente desempenho considerando o valor desconhecido como o valor total que Aline possuía. Construindo e solucionando o modelo  $x/3 + 162 = x$ , determinando o valor que Aline possuía como sendo igual ao valor da variável  $x = 243$ , como mostra a Figura 07.

Figura 7 - Solução do E-05 para Questão 5.



$$\frac{x}{3} + \frac{162}{1} = \frac{x}{1}$$

$$\frac{x+486}{3} = \frac{3x}{3}$$

$$x+486=3x$$

$$486=3x-x$$

$$486=2x$$

$$x=\frac{486}{2}$$

$$x=243$$

R: Aline possuía R\$ 243,00.

Na Tabela 07 apresenta-se a análise de desempenho dos estudantes (E-05, E-06 e E-13) na Questão 5. Durante a apresentação da resolução da questão para os colegas, E-13 resolve a equação realizando corretamente as operações e justifica o resultado dizendo: “*x é o que Aline tinha*”. Em seguida E-06 explica como chegou ao resultado sem resolver a equação: “*Peguei 162 dividir por dois, deu 81, depois somei 81 com 162 que é igual a 243*”.

Tabela 7-Análise de Desempenho dos Estudantes (E-05, E-06 e E-13) na Questão 5

Categoria	Desempenho Qualitativo	Desempenho Quantitativo
<b>Compreender o problema</b>	Os estudantes compreendem o problema, consideram o valor da variável $x$ equivalente ao valor que Aline possuía.	5
<b>Construir o modelo</b>	Os estudantes representam corretamente um terço do valor procurado e constroem o modelo $x/3 + 162 = x$ .	5
<b>Solucionar o modelo</b>	Solucionam corretamente o modelo determinando o valor da variável $x = 243$ .	5
<b>Interpretar a solução</b>	Os estudantes interpretam a solução, dando a resposta correta ao problema (Aline possuía R\$ 243,00).	5

Considerando que nesta fase a atividade foi realizada em grupos, foi solicitado dos estudantes que identificassem o autor da ideia ao resolver a Questão 6. As respostas foram classificadas de acordo com a relação entre as etapas das ações mentais de Galperin e o ensino problematizador de Majmutov apresentados no Quadro 19.

## Questão 6

**Q-6** Crie uma situação problema que possa ser representada pela equação  $x/2 + x/3 + 50 = x$

Quadro 19 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 6.

Etapas (E)	Nível de Ensino Problematizador	Indicadores (Ações dos Estudantes)	Indicador Essencial
1ª E e 2ª E	1º Não Independente	a) Exercícios reprodutivos (SP semelhante ao problema apresentado em Q-5); b) Reproduções orais (apresentação dos grupos); c) Depende da orientação do professor; d) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo professor.	a)
2ª E e 3ª E	2º Semi- independente	a) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas (SP diferente do problema apresentado em Q-5); b) Ações compartilhadas entre prof. e estudante; c) Conhece o significado das variáveis (x representa a soma das partes); d) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof. e) Explica de forma oral e/ou escrita as ações (apresentação dos grupos);	a)
4ª E	3º Independente	a) Realiza trabalhos independentes, reprodutivo de busca; b) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas (SP diferente do problema apresentado em Q-5); c) Constrói, resolve tarefas de nível médio de complexidade; d) Resolve as situações problemas com pouca intervenção do prof. e) Realiza a autoavaliação.	b)
5ª E	4º Atividades Criativas	a) Realiza trabalhos independentes com imaginação criativa, análise e conjeturas lógicas; b) Descobri um novo modelo para resolver problemas independentes; c) Faz conclusões, generalizações independentes;	a)

Fonte: CHIRONE, (2016).

Na Questão 6 (Q-6), dos 25 estudantes analisados, 11 representaram a equação  $x/2 + x/3 + 50 = x$  com uma situação problema semelhante a situação apresentada na Questão 5. Como fez E-18 (*Cassiana comprou um tênis e gastou metade de seu dinheiro, depois comprou uma blusa que custou um terço do seu dinheiro e ainda sobrou R\$ 50,00. Quanto ela tinha?*). Outro estudante como é o caso do E-21 contextualiza corretamente, mas comete pequenas imprecisões na pergunta da situação problema que criou, (*Andreia foi ao shopping e gastou metade de seu dinheiro em uma loja ao entrar em outra loja gastou o terço do valor que tinha e ainda lhe sobrou 50 reais. Quanto sobrou a ela?*). E-21 pergunta: “quanto sobrou”, quando deveria perguntar o quanto Andreia tinha. O estudante E-24 apresenta a seguinte situação: “*João, Pedro e Ezequiel tinha um certo número de cartas, Ezequiel contribuiu dando 50 cartas, Pedro deu  $x/2$  e João deu  $x/3$  de cartas. Quantas cartas tinha no bolão?*”. Os estudantes E-18 e E-21 foram classificados como não independen-

tes, estando, portanto no 1º nível de Ensino Problematizador, enquanto que, E-24 está no 2º nível (semi-independente).

Na Tabela 8 apresentam-se as situações problema criadas pelos estudantes (E-01 e E-05) para representar a equação  $x/2 + x/3 + 50 = x$  dada em (Q-6) e sua classificação quanto às etapas de Galperin e os níveis de Ensino Problematizador de Majmutov.

Tabela 8 - Situações Problema criada pelos Estudantes (E-01 e E-05) na Questão 6.

<b>Etapas (E)</b>	<b>Situação Problema criada pelos estudantes</b>	<b>Nível de Ensino Problematizador</b>
1ª E e 2ª E	<i>“Juliana foi a uma farmácia e gastou a metade de seu dinheiro, mais tarde foi a um supermercado e gastou o terço do valor que possuía e ainda restou 50 reais. Quantos reais Juliana havia inicialmente?” (E-01)</i>	1º Não Independente
2ª E e 3ª E	<i>“Lucas recarregou metade de seu smartplone, Eliel um terço da capacidade do seu e Cássio 50%. Qual a soma total das recargas das baterias?” (E-05).</i>	2º Semi-independente

Segundo a Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin uma das ações do professor na 2ª etapa é promover a autoavaliação dos estudantes. O questionário apresentado no capítulo II, como um dos instrumentos de coleta de dados, buscando cumprir esse objetivo, foi aplicado aos estudantes após a realização do trabalho em grupos.

Apresentamos na Tabela 09 o resultado das análises qualitativas das respostas individuais dos estudantes ao questionário nessa fase da pesquisa. Destacando o Nível de Ensino Problematizador (NEP) descrito por Majmutov e as etapas mentais de Galperin, tomando como referência as respostas dos estudantes a Questão 6 do trabalho de grupo (Etapas na ASP) e as respostas individuais das análises do questionário.

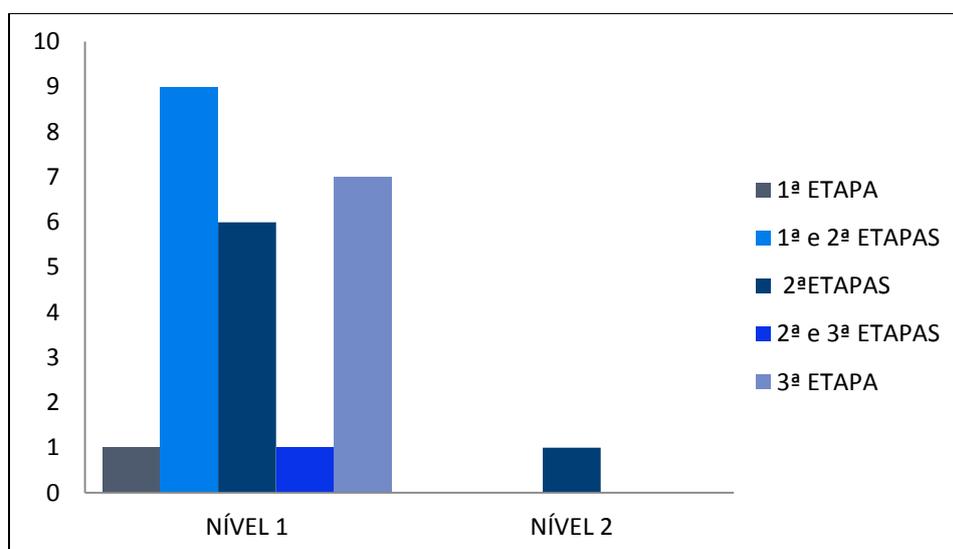
Tabela 9 - Análise Quantitativa da Fase Formativa.

<b>ESTUDANTES</b>	<b>ETAPAS NA ASP</b>	<b>NEP</b>	<b>ETAPAS NO QUESTIONÁRIO</b>
E01	2ªE	1ºN	2ªE
E02	2ªE	1ºN	2ªE
E03	2ªE	1ºN	2ªE
E04	2ªE	1ºN	2ªE
E05	3ªE	2ºN	3ªE
E06	1ªE	1ºN	2ªE
E07	1ªE	1ºN	2ªE
E08	1ªE	1ºN	2ªE

E09	2ªE	2ºN	2ªE
E10	3ªE	2ºN	3ªE
E11	1ªE	1ºN	2ªE
E12	3ªE	2ºN	3ªE
E13	2ªE	2ºN	3ªE
E14	1ªE	1ºN	2ªE
E15	3ªE	2ºN	3ªE
E16	1ªE	1ºN	2ªE
E17	1ªE	1ºN	2ªE
E18	1ªE	1ºN	2ªE
E19	1ªE	1ºN	2ªE
E20	3ªE	2ºN	3ªE
E21	2ªE	1ºN	2ªE
E22	2ªE	1ºN	2ªE
E23	1ªE	1ºN	1ªE
E24	3ªE	2ºN	3ªE
E25	3ªE	2ºN	3ªE

Os dados apresentados na Tabela 09 indicam a confirmação da relação apresentada no Quadro 4, entre os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov e as Etapas Mentais de Galperin. Confirma-se aqui a possibilidade de termos grupos de estudantes que estão no mesmo nível de ensino problematizador, em etapas mentais diferentes, visto que o 1º nível de ensino apresenta características da 1ª e 2ª etapas, como mostra o Gráfico 1.

Gráfico 1 - Relação entre os Níveis de Ensino Problematizador e as Etapas Mentais.



O Gráfico 1 mostra a relação entre os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov e as Etapas Mentais de Galperin. Dos 25 estudantes participantes da

pesquisa na fase formativa, 16 estudantes encontram-se no 1º nível de ensino e 9 no 2º nível. Com relação às etapas mentais o gráfico 1 indica que 7 estudantes encontram-se na 2ª etapa dentre os quais 1 estudante está no 2º nível de ensino. Para 2/5 dos estudantes não é possível nesta fase precisar a etapa mental em que se encontram, uma vez que, encontramos divergência entre os resultados da Questão 6 e o questionário.

Os resultados parciais indicam que se mais de um instrumento de coleta de dados apontam para um determinado nível de ensino problematizador, é provável que este nível esteja muito próximo da realidade. Por outro lado, se instrumentos diferentes indicam etapas mentais diferentes para um mesmo estudante, a pesquisa aponta a necessidade de novas intervenções pedagógicas que possibilite a formação de novas ações por parte do estudante e uma maior precisão na definição das etapas mentais por parte do professor pesquisador.

### 3.3 – FASE FINAL

Após nova sequência de intervenções pedagógicas utilizando a ASP como metodologia de ensino no conteúdo de equações do 1º grau. Foi aplicada uma prova final, com objetivo de verificar a aprendizagem dos estudantes e determinar em que etapa mental o estudante chegou após a utilização da sequência didática. Na prova final o instrumento utilizado foi uma prova de lápis e papel composta de três questões (Q-7, Q-8 e Q-9).

Questão 7	
<b>Q-7</b> A fatoração é um recurso importante que podemos utilizar na resolução de alguns cálculos matemáticos. Fatore o 1º membro e depois resolva a equação-produto resultante.	
a) $5x^2 - 15x = 0$	
b) $9x^2 - 6x + 1 = 0$	

Quadro 20 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 7.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Solucionar o Modelo	a) Aplicar técnica de fatoração adequada, [Item (a) termo comum em evidência e (b) trinômio de quadrado perfeito] b) Solucionar o modelo matemático realizando corretamente as operações	b)

de fatoração, [Item (a) $5x(x - 3) = 0$ e (b) $(3x - 1)^2 = 0$ ]
c) Determinar as raízes da equação. {[Item (a) $x = 0$ ou $x = 3$ ] e [(b) $x = 1/3$ ]}

A Questão 7 (Q-7) busca informações da ação de solucionar o modelo matemático, sendo dado duas equações para que os estudantes aplique a técnica de fatoração adequada resolvendo em seguida a equação-produto resultante. Dos 25 estudantes analisados 10 estudantes (E-05, E-08, E-10, E-11, E-12, E-18, E-20, E-22, E-23 e E-25) resolvem corretamente as duas equações-produto.

No item (a), com exceção do estudante E-09, que não respondeu este item, todos os outros 24 estudantes aplicaram a técnica de fatoração do termo comum em evidencia. Desses, sete estudantes cometem pequenas imprecisões e não determinam as raízes da equação.

Na Tabela 10, pode-se observar que no item(b), os estudantes (E-02, E-04, E-06, E-07, E-14, E-16 e E-24) obtêm índice 2 na análise quantitativa, pois sabem que tem que fatorar, mas utilizam a técnica termo comum em evidencia e não trinômio de quadrado perfeito como deveriam. Os estudantes (E-01, E-03, E-09, E-13 e E-19) sabem que tem que usar a técnica do trinômio de quadrado perfeito, mas não aplicam corretamente, logo, não resolvem a equação-produto proposta e recebem índice 3.

Tabela 10 - Análise Quantitativa da Questão 7.

ESTUDANTES	QUESTÃO-7	
	3ªAa	3ªAb
E01	3	3
E02	5	2
E03	5	3
E04	4	2
E05	5	5
E06	5	2
E07	4	2
E08	5	5
E09	1	3
E10	5	5
E11	5	5
E12	5	5
E13	5	3
E14	3	2

E15	5	4
E16	3	2
E17	4	5
E18	5	5
E19	5	3
E20	5	5
E21	3	5
E22	5	5
E23	5	5
E24	5	2
E25	5	5
<b>MÉDIA</b>	4,4	3,7

Questão 8

**Q-8** Um pai dividirá R\$ 725,00 entre seus três filhos: o do meio receberá R\$ 35,00 a mais que o caçula e o mais velho receberá o dobro do filho do meio (IMENES & LELLIS, 2009, p. 87, Adaptação).

a) Encontre a quantia exata que cada filho receberá.

b) Como podemos representar essa mesma situação se o filho mais velho recebesse a metade e não o dobro do filho do meio? Considerando a nova situação, quanto receberia o filho caçula?

Quadro 21 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 8.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	<p>a) O estudante extrai os dados do problema (utilizar uma variável para representar o valor do filho caçula);</p> <p>b) O estudante determina as condições do problema;</p> <p>c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema;</p> <p>d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema. [Determinar a quantia que cada filho receberá no item (a) e quanto receberia o filho caçula no item (b)].</p>	c)
Construir o Modelo	<p>a) Determina as variáveis e incógnitas, [x = filho caçula];</p> <p>b) Representa corretamente o valor correspondente a cada filho, [x = filho caçula; x + 35 = filho do meio e 2(x + 35) = filho mais velho];</p> <p>c) Constrói um modelo matemático a partir das variáveis incógnitas, {[Item (a) <math>x + x + 35 + 2x + 70 = 725</math>] e (b) <math>x + x + 35 + (x/2 + 35/2) = 725</math>}].</p>	c)
Solucionar o Modelo	<p>a) Soluciona o modelo matemático realizando corretamente as operações. {[Item (a) x = 155] e (b) x = 269]};</p> <p>b) Determina quantos reais cada filho deve receber. {[Item (a) filho caçula = R\$ 155,00; filho do meio = R\$ 190,00 e filho mais velho = R\$ 380,00] e</p>	b)



E07	3	3	3	2	3	3	3	2
E08	3	2	2	2	2	2	2	2
E09	5	5	4	4	3	2	2	3
E10	5	5	5	5	5	5	5	5
E11	3	2	2	2	2	2	2	2
E12	5	5	5	5	5	5	5	5
E13	5	4	4	5	3	2	2	3
E14	1	1	1	1	1	1	1	1
E15	5	5	5	5	5	5	5	5
E16	5	3	3	5	1	1	1	1
E17	5	5	5	5	5	5	5	5
E18	5	3	3	5	1	1	1	1
E19	3	2	2	2	1	1	1	1
E20	5	5	5	5	5	5	5	5
E21	5	5	5	5	5	5	5	5
E22	5	5	5	5	5	5	5	5
E23	1	1	1	1	1	1	1	1
E24	5	5	5	4	4	4	2	2
E25	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>MÉDIA</b>	4,0	3,6	3,6	3,7	3,2	3,1	3,0	3,1

#### Questão 9

**Q-9** A professora Emanuella comprou uma caixa de bombons para dar a seus estudantes no dia da gincana do CAp. Ela deu 9 bombons para cada estudante e sobraram 13. Entretanto, se quisesse dar 10 bombons para cada um, faltariam 10 (IMENES & LELLIS, 2009, p. 85, Adaptação).

- Quais são as informações que você pode retirar dessa situação problema?
- O que precisamos fazer para descobrir quantos estudantes da professora Emanuella estavam presentes no dia da gincana?
- Qual equação representa essa situação?
- Quantos eram os estudantes presentes no dia da gincana?
- Justifique sua resposta.
- Sabendo que no dia da gincana faltaram 2 estudantes, como podemos representar o total de estudantes da professora Emanuella?
- Quantos bombons seriam necessários para que a professora Emanuella pudesse dar 12 bombons para cada estudante se não tivesse faltado nenhum estudante?

Quadro 22 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 9.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	<p>a) O estudante extrai os dados do problema (utiliza uma variável para representar a quantidade de estudantes da prof.<sup>a</sup> Emanuella presentes no dia da gincana do CAp);</p> <p>b) O estudante determina as condições do problema, {[item (a) a prof.<sup>a</sup> deu 9 bombons para cada estudante e sobraram 13 e se quisesse dar 10 bombons para cada um, faltariam 10], [no item (b) construí uma equação]};</p> <p>c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema;</p> <p>d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema. (Determina a quantidade de estudantes da prof.<sup>a</sup> Emanuella presentes no dia da gincana do CAp).</p>	b)
Construir o Modelo	<p>a) Determina as variáveis e incógnitas, [x = número de estudantes presentes no dia da gincana];</p> <p>b) Representa corretamente a relação número de estudantes/quantidade de bombons;</p> <p>c) Constrói um modelo matemático a partir das variáveis incógnitas [item (c) <math>9x + 13 = 10x - 10</math>, (f) <math>x + 2</math> e (g) 12.25].</p>	c)
Solucionar o Modelo	<p>a) Substitui o valor das variáveis;</p> <p>b) Soluciona o modelo matemático realizando corretamente as operações {[Item (d) <math>x = 23</math>], (f) <math>x = 25</math> e (g) 300]};</p> <p>c) [item (d) Determina a quantidade de estudantes presentes no dia da gincana, (f) total de estudantes da prof.<sup>a</sup> e (g) quantidade de bombons].</p>	b)
Interpretar a Solução	<p>a) Interpretar o resultado;</p> <p>b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com os objetivos do problema;</p> <p>c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema (número de estudantes e quantidade de bombons);</p> <p>d) Relaciona o resultado encontrado com o número de estudantes item (e), item (g) determina a quantidade de bombons necessários para que a prof.<sup>a</sup> Emanuella pudesse dar 12 bombons para cada estudante se não tivesse faltado nenhum estudante.</p>	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Na Questão 9 (Q-9) é apresentada uma situação problema seguida de sete itens nos quais busca-se informações sobre as quatro ações da ASP. Os itens (a), (b), (f) e (g) estão relacionados com a 1ª ação de compreender o problema. A 2ª ação, de construir o modelo matemático, é observada nos itens (c), (f) e (g). O item (d), está relacionado com a 3ª ação de solucionar o modelo matemático e seu resul-



E05	5	5	5	5	5	5	5	5	5
E06	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E07	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E08	5	5	4	5	5	3	1	1	1
E09	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E10	5	5	5	5	5	5	5	5	5
E11	3	3	1	3	3	1	1	1	1
E12	5	5	5	5	5	5	5	5	4
E13	3	3	2	2	1	1	1	1	1
E14	3	1	1	1	1	1	1	1	1
E15	4	3	4	2	1	1	1	1	1
E16	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E17	5	5	1	1	1	1	1	1	1
E18	5	5	2	2	2	3	1	1	1
E19	3	1	1	1	1	1	1	1	1
E20	5	5	4	5	5	5	5	5	5
E21	3	3	3	3	2	1	1	1	1
E22	2	2	2	2	2	2	2	2	2
E23	3	3	2	1	2	2	1	1	1
E24	1	1	1	1	1	1	1	1	1
E25	5	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>MÉDIA</b>	3,4	3,2	2,6	2,7	2,6	2,4	2,2	2,2	2,2

Encontramos em (Q-9) as menores médias da pesquisa. Uma diferença que varia entre 0,5 a 1,1 a menos em relação às médias das ações da Questão 8. Dois fatores contribuíram para este resultado, o primeiro se deve a quantidade de itens da prova e dessa questão (Q-9) em particular. Segundo, apenas 08 estudantes (E-01, E-04, E-05, E-10, E-12, E-20, E-22 e E-25) responderam todos os itens da questão, enquanto 05 estudantes (E-06, E-07, E-09, E-16 e E-24) não responderam nenhum item. Vale ressaltar que dos 20 estudantes que fizeram a autoavaliação após a avaliação final, 13 estudantes consideraram a prova difícil. Em 08 comentários os estudantes confirmam ter encontrado dificuldade para resolver principalmente a Questão 9, como afirma E-07: *“a prova tava difícil e eu não conseguir fazer a 3 (Q-9) nem por calculo nem por tentativa”*.

Apresentamos no Quadro 23 os comentários dos estudantes (E-02, E-06, E-20 e E-25) na autoavaliação sobre a Questão 9.

Quadro 23 - Autoavaliação dos Estudantes (E-02, E-06, E-20 e E-25) da Questão 9.

<i>"Eu achei que a prova estava muito difícil foi a prova mais difícil que eu já fiz em toda a minha vida foi uma prova tão difícil que até os alunos nerds não conseguiram fazer essa prova estava tão difícil que a gente teve de perder o tempo de inglês a prova tava tão difícil que 75% da sala incluindo eu vão ficar de recuperação" (E-02).</i>
<i>"Professora foi a prova de matemática mais difícil que eu fiz nunca mais faça uma prova como essa nem mais difícil do que essa" (E-06).</i>
<i>"A questão 3 (Q-9) estava muito complicada. Não dava muita informação. Eu odiei essa questão , mas conseguir resolver" (E-20).</i>
<i>"Professora eu gostei dessa prova porque ela me fez pensar. Achei a questão 3 (Q-9) muito difícil. Eu tinha feito antes mas não sabia que estava certa. Acho que as outras provas deveriam ser exatamente assim, para que fiquemos o dia todo fazendo" (E-25).</i>

As análises dos resultados da avaliação final indicaram a necessidade da realização de um pós-teste para fortalecer a credibilidade da pesquisa de forma que possamos capturar melhor o pensamento e o ponto de vista dos participantes.

### 3.4 – PÓS-TESTE

Seis meses após a realização da prova final foi realizado um pós-teste com os seguintes objetivos: verificar a aprendizagem dos estudantes sobre equações do 1º grau, analisar o desempenho dos estudantes na realização das ações da ASP, determinar em que etapa mental o estudante chegou após a utilização da sequência didática, testar o nível de independência dos estudantes para resolver problemas de forma criativa e determinar o nível de ensino problematizador dos estudantes.

No pós-teste o instrumento utilizado foi a prova de lápis e papel composta de cinco questões (Q-10, Q-11, Q-12, Q-13 e Q-14).

As questões (Q-10, Q-11, Q-12) buscam informações para analisar o desempenho dos estudantes na realização das ações da ASP. Com a Questão 13 se pretende determinar em que etapa mental o estudante chegou e sua relação com os níveis de ensino problematizador de Majmutov.

Para finalizar o pós-teste, com a Questão 14, pretende-se verificar a aprendizagem dos estudantes sobre o conceito e as propriedades essenciais das equações do 1º grau. Considerando que o pós-teste foi realizado no início do ano letivo de 2016 o estudante E-23 não realizou o pós-teste, porque ficou retido no ano anterior.

#### Questão 10

**Q-10** Resolva a equação do 1º grau com atenção:  $4x - 11 = 7 - 2x$

Quadro 24 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 10.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Solucionar o Modelo	a) Soluciona o modelo matemático resolvendo corretamente a equação $4x - 11 = 7 - 2x$ ; b) Utiliza corretamente as operações inversas para resolver a equação; c) Determina o valor da variável $x = 3$ .	b)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

A Questão 10 está relacionada com a 3ª ação da ASP, de solucionar o modelo matemático, tendo o estudante que resolvendo a equação utilizando as operações inversas da multiplicação e adição para determinando o valor da variável.

Dos 24 estudantes que realizaram o pós-teste, 20 resolvem corretamente a equação, realizando todas as operações necessárias para determinar o valor da variável. Os estudantes (E-06 e E-08) realizam as operações inversas da multiplicação e da adição, mas cometem algumas imprecisões e não determinam o valor correto da equação, obtendo índice 3 na análise quantitativa. Outros 02 estudantes (E-18 e E-21), sabem que têm de realizar as operações inversas, mas cometem erros em todas as operações obtendo índice 2, conforme Tabela 14.

Tabela 14 - Análise Quantitativa da Questão 10.

	QUESTÃO-10
ESTUDANTES	3ªA
E01	5
E02	5
E03	5
E04	5
E05	5
E06	3
E07	5
E08	3
E09	5
E10	5
E11	5
E12	5
E13	5
E14	5
E15	5
E16	5

E17	5
E18	2
E19	5
E20	5
E21	2
E22	5
E24	5
E25	5
<b>MÉDIA</b>	<b>4,6</b>

Questão 11

**Q-11** Segundo o Atlas geográfico escolar (2007), a Oceania é o continente com menor número de países. Já África, cujo número de países equivale ao triplo do da Oceania mais 12, é o continente com o maior número de países. Sabendo que juntas, África e Oceania têm 68 países, determine quantos países têm a Oceania e África. Justifique sua resposta (SOUZA & PATARO, 2012, p. 171, Adaptação).

Quadro 25 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 11.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	a) O estudante extrai os dados do problema; b) Determine as condições do problema; c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema; d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema. (Determinar quantos países têm a Oceania e a África).	d)
Construir o Modelo	a) Representa corretamente o número de países da Oceania e da África ( $x = \text{Oceania}$ e $3x + 12 = \text{África}$ ); b) Construir um modelo matemático ( $x + 3x + 12 = 68$ ).	b)
Solucionar o Modelo	a) Solucionar o modelo matemático resolvendo corretamente a equação ( $x = 14$ ); b) Determina que a Oceania tenha 14 países; c) O estudante determina que a Oceania tenha 14 países e a África 54 países.	b)
Interpretar a Solução Item (e)	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema; c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema (Oceania tem 14 países e a África 54 países).	c)

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Na Questão 11 apresentamos uma situação problema envolvendo todas às quatro ações da ASP, de compreender o problema, construir um modelo matemático, solucionar o modelo e interpretar a solução. Nesta questão (Q-11), 15 estudantes obtiveram um desempenho excelente, realizaram todas as ações da ASP corretamente obtendo índice 5 em todas as ações como indica a Tabela 15.

Tabela 15 - Análise Quantitativa da Questão 11.

ESTUDANTES	QUESTÃO-11			
	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA
E01	5	5	5	5
E02	5	5	5	5
E03	5	5	5	5
E04	5	5	5	5
E05	5	5	5	5
E06	3	2	2	2
E07	5	4	4	1
E08	3	2	2	2
E09	5	5	4	4
E10	5	5	5	5
E11	3	2	2	2
E12	5	5	5	5
E13	5	5	4	4
E14	5	3	2	2
E15	5	5	5	5
E16	1	1	1	1
E17	3	2	1	1
E18	5	5	5	5
E19	5	5	5	5
E20	5	5	5	5
E21	5	5	5	5
E22	5	5	5	5
E24	5	5	5	5
E25	5	5	5	5
<b>MÉDIA</b>	<b>4,5</b>	<b>4,2</b>	<b>4,0</b>	<b>3,9</b>

Os estudantes (E-09 e E-13) respondem corretamente as duas primeiras ações, mas cometem imprecisões e não concluem a 3ª ação de solucionar o modelo, chegando à solução parcial do problema, indicando apenas a quantidade de países da Oceania, quando deveriam determinar também o número de países da África. Na Tabela 16 apresenta-se a análise do estudante E-09.

Tabela 16 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-09) na Questão 11.

Categoria	Desempenho Qualitativo	Desempenho Quantitativo
<b>Compreender o problema</b>	O estudante compreende o objetivo do problema de determinar quantos países têm a Oceania e a África.	5
<b>Construir o modelo</b>	Constrói o modelo matemático $x + 3x + 12 = 68$ .	5
<b>Solucionar o modelo matemático</b>	Soluciona corretamente o modelo determinando o valor da variável $x = 14$ , que corresponde ao número de países da Oceania. Multiplica com 3, mas não conclui a ação, pois deveria somar o resultado da multiplicação com 12 para encontrar o número de países da África.	4
<b>Interpretar a solução</b>	O estudante interpreta a solução determinando que a Oceania têm 14 países, mas não determina o número de países da África.	4

Os estudantes (E-06, E-08 e E-11) compreendem o objetivo da Questão 11, mas constroem um modelo matemático incorreto, determinando uma solução errada para o número de países dos dois continentes.

## Questão 12

**Q-12** Uma empresa de turismo organiza grupos de pessoas para visitar um grande parque de diversões. O guia responsável pela distribuição dos ingressos de acesso aos brinquedos deu 9 ingressos para cada cliente e sobraram 15. Entretanto, se quisesse dar 10 ingressos para cada um, faltariam 12. Quantos eram os clientes presentes no dia do passeio? Justifique sua resposta.

Quadro 26 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 12.

Ação	Operações	Elemento Essencial
Compreender o Problema	a) O estudante extrai os dados do problema; b) O estudante determina as condições do problema; c) Sabe o que tem que fazer para dar a resposta ao problema; d) O estudante define o (s) objetivo (s) do problema. (Determinar quantos os clientes estavam presentes no dia do passeio).	d)
Construir o Modelo	a) Representar corretamente o número de clientes; b) Construir um modelo matemático ( $10x - 12 = 9x + 15$ ).	b)
Solucionar o Modelo	a) Solucionar o modelo matemático resolvendo corretamente a equação; b) Determina que o valor de $x = 27$ .	b)
Interpretar a Solução	a) Interpretar o resultado; b) Extrair os resultados significativos que tenham relação com o (s) objetivo (s) do problema;	c)

Item (e)	c) Dar resposta ao (s) objetivo (s) do problema (estavam presentes no dia do passeio 27 clientes).	
----------	--	--

Fonte: Mendoza, 2009. (Adaptação)

Assim como na Questão anterior, em Q-12 também apresentamos uma situação problema envolvendo todas as quatro ações da ASP. Nesta questão (Q-12), 12 estudantes (E-01, E-02, E-03, E-04, E-05, E-09, E-10, E-11, E-12, E-15, E-19 e E-25) resolvem corretamente todas as ações, obtendo desempenho excelente em todas as ações. Os estudantes (E-20, E-21, E-22 e E-24) compreendem o objetivo do problema, fazem uma opção para solucionar o problema através da lógica, chegando ao resultado correto do número de clientes presentes no dia do passeio, como afirma ao responder a justificativa da questão o estudante E-20: “*27 clientes, eu somei os ingressos que sobraram com os que faltaram  $12+15=27$* ”. Os estudantes (E-06, E-16 e E-17) não responderam essa questão, enquanto E-08 tenta responder, mas realiza todas as ações de forma incompleta conforme análise quantitativa apresentada na Tabela 17.

Tabela 17 - Análise Quantitativa da Questão 12.

ESTUDANTES	QUESTÃO-12			
	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA
E01	5	5	5	5
E02	5	5	5	5
E03	5	5	5	5
E04	5	5	5	5
E05	5	5	5	5
E06	1	1	1	1
E07	5	4	4	1
E08	2	2	2	2
E09	5	5	5	5
E10	5	5	5	5
E11	5	5	5	5
E12	5	5	5	5
E13	3	2	2	2
E14	3	2	2	1
E15	5	5	5	5
E16	1	1	1	1
E17	1	1	1	1
E18	3	2	2	2
E19	5	5	5	5
E20	5	4	4	5

E21	5	4	4	5
E22	5	4	4	5
E24	5	4	4	5
E25	5	5	5	5
<b>MÉDIA</b>	<b>4,1</b>	<b>3,8</b>	<b>3,8</b>	<b>3,8</b>

**Questão 13**

**Q-13** Invente um problema que seja resolvido pela equação  $2x + 5 = 57$

Na Questão 13, como na Questão 6 da fase formativa, apresentamos no pós-teste uma equação para que os estudantes criem uma situação problema que possa ser resolvida com o modelo matemático dado. Da mesma forma, as respostas dos estudantes foram classificadas de acordo com a relação entre as etapas das ações mentais de Galperin e o ensino problematizador de Majmutov. Conforme os parâmetros para análise qualitativa apresentados no Quadro 19 da fase formativa e as adaptações apresentadas no Quadro 27 a seguir.

**Quadro 27 - Parâmetros para Análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 13.**

<b>Etapas (E)</b>	<b>Nível de Ensino Problematizador</b>	<b>Indicadores (Ações dos Estudantes)</b>	<b>Indicador Essencial</b>
1ª E e 2ª E	1º Não Independente	a) Exercícios reprodutivos (SP semelhante a algum problema resolvido durante as atividades ou provas); b) Reproduções orais (comentários realizados durante as atividades ou provas); c) Depende da orientação do professor; d) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo professor.	a)
2ª E e 3ª E	2º Semi-independente	a) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas (SP diferente do problema realizados nas atividades e provas); b) Ações compartilhadas entre prof. e estudante; c) Conhece o significado das variáveis (x representa a soma das partes); d) Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof. e) Explica de forma oral e/ou escrita as ações.	a)
4ª E	3º Independente	a) Realiza trabalhos independentes, reprodutivo de busca; b) Aplica conhecimentos anteriores às situações novas (SP diferente do problema realizados nas atividades e provas); c) Constrói, resolve tarefas de nível médio de complexidade; d) Resolve as situações problemas com pouca intervenção do prof. e) Realiza a autoavaliação.	b)
5ª E	4º Atividades	a) Realiza trabalhos independentes com imaginação	a)

	Criativas	criativa, análise e conjeturas lógicas; b) Descobri um novo modelo para resolver problemas independentes; c) Faz conclusões, generalizações independentes.	
--	-----------	--	--

Fonte: CHIRONE, (2016).

Na Tabela 18 encontram-se as situações problema criadas pelos estudantes (E-06, E-14, E-20 e E-22) na Questão 13 e suas respectivas análises qualitativas de desempenho.

Tabela 18 - Análise Qualitativa de Desempenho dos Estudantes (E-06, E-14, E-20 e E-22) na Questão 13.

<b>Etapas</b>	<b>Desempenho Qualitativo</b>	<b>Nível de Ensino Problematicador</b>
1ª E e 2ª E	<i>“Marta tem 26 cartas e Maria tem o dobro desse número mais 5. Quantas cartas Maria tem?”</i> (E-06). O estudante resolve corretamente a equação, no entanto, sua situação problema não corresponde à equação dada e sim ao resultado dessa equação.	1º Não Independente
2ª E e 3ª E	<i>“Tina comprou o duplo de um número de figurinhas e mais 5 de outra figurinha, sendo que ao todo ela queria 57 figurinhas. Quantas figurinhas ela tem ao total?”</i> (E-11). O estudante contextualiza corretamente a equação, mas comete pequenas imprecisões usando a palavra “duplo” quando o correto seria “dobro”. Outra incoerência estar na pergunta da situação problema que criou, perguntando “Quantas figurinhas ela tem ao total?”, quando deveria perguntar quantas figurinhas ela comprou de cada tipo.	2º Semi-independente
4ª E	<i>“Tenho uma cesta com <math>x</math> maçãs, se eu dobra o número de maçãs dessa cesta e somar mais 5 dará 57 maçãs. Quantas maçãs eu tenho na cesta?”</i> (E-22). O estudante contextualiza corretamente a equação, mas ainda solicita pouca intervenção do professor.	3º Independente
5ª E	<i>“Rafael possui, em sua fazenda, uma quantidade <math>x</math> de porcos e a mesma quantidade de vacas e 5 patos. No total, são 57 animais. Qual a quantidade de porcos e vacas?”</i> (E-20). O estudante contextualiza corretamente a equação, faz conclusões, generalizações independentes com imaginação criativa.	4º Atividades Criativas

Na Tabela 19 apresentamos a classificação dos estudantes participantes da pesquisa que realizaram o pós-teste em relação ao Nível de Ensino Problematicador de Majmutov e a teoria de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin.

Tabela 19 - Análise Quantitativa da Questão 13.

ESTUDANTES	NEP	ETAPAS MENTAS
E01	4ºN	5ªE
E02	2ºN	3ªE
E03	2ºN	3ªE
E04	3ºN	4ªE
E05	4ºN	5ªE
E06	1ºN	2ªE
E07	1ºN	2ªE
E08	1ºN	2ªE
E09	3ºN	4ªE
E10	4ºN	5ªE
E11	2ºN	3ªE
E12	4ºN	5ªE
E13	2ºN	3ªE
E14	1ºN	2ªE
E15	4ºN	5ªE
E16	1ºN	2ªE
E17	1ºN	2ªE
E18	2ºN	2ªE
E19	2ºN	3ªE
E20	4ºN	5ªE
E21	2ºN	3ªE
E22	3ºN	4ªE
E24	3ºN	4ªE
E25	4ºN	5ªE

De acordo com os dados apresentados na Tabela 19 encontramos fortes indícios que confirmam a relação entre os Níveis de Ensino Problematizador e as Etapas de Ações Mentais. Estando 7 estudantes no nível 1, destes, um estudante está na 1ª Etapa e 6 estudantes na 2ª Etapa. Ressalva-se que nesta fase da pesquisa é possível definir as etapas mentais de cada um dos estudantes. Outro destaque importante é o fato que temos estudantes em todos os níveis e etapas.

Questão 14

**Q-14** Explique com suas palavras o que é Equação do 1º grau?

A Questão 14 busca informações sobre em que etapa mental de formação do conceito de equações do 1º grau o estudante chegou. Os parâmetros utilizados para análise qualitativa e quantitativa estão no quadro 28.

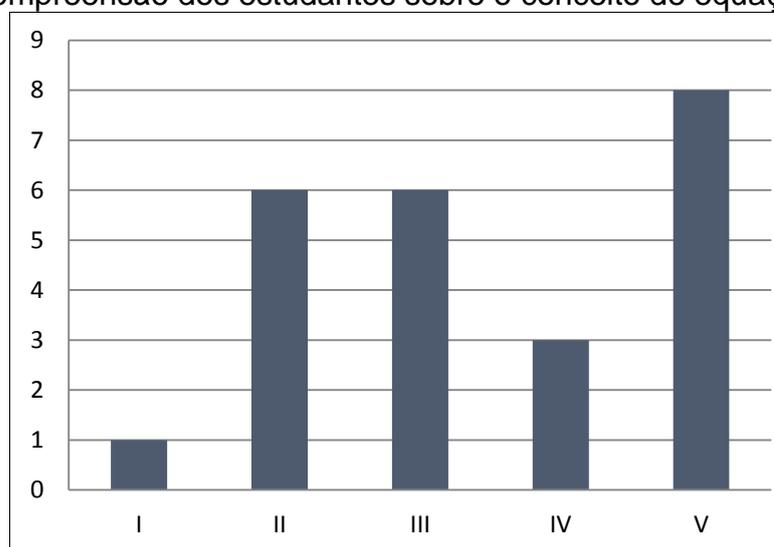
Quadro 28 - Parâmetros para análise Qualitativa e Quantitativa da Questão 14.

CRITÉRIOS	ÍNDICE
I - O estudante não responde a questão;	1
II - Apresenta uma das propriedades essenciais das equações do 1º com alguma imprecisão;	2
III - Apresenta corretamente uma das propriedades essenciais das equações do 1º;	3
IV - Apresenta as duas propriedades essenciais das equações do 1º com alguma imprecisão;	4
V - Define corretamente as duas propriedades essenciais das equações do 1º.	5

Fonte: CHIRONE, (2016).

Podemos observar pelo Gráfico 2 que 08 estudantes demonstram ter compreendido o conceito de equações do 1º grau, e determinam suas propriedades essenciais de que toda equação representa uma igualdade e tem, pelo menos, uma incógnita que representa um valor desconhecido. Apenas um estudante não respondeu a questão enquanto 06 estudantes reconhecem uma das propriedades, mas não têm clareza na definição do conceito. Outros 06 estudantes definem corretamente apenas uma das propriedades essenciais.

Gráfico 2 - Compreensão dos estudantes sobre o conceito de equações do 1º grau



Na Tabela 20 apresentamos as respostas dos estudantes (E-02, E-07, E-10 e E-24) a Questão 14, com suas respectivas a análise qualitativa de desempenho.

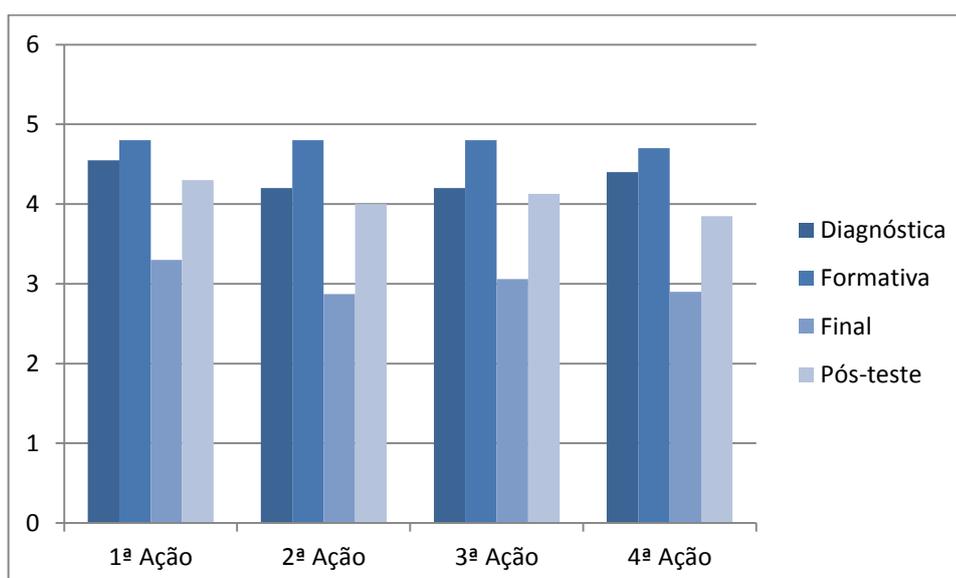
Tabela 20 - Análise de Desempenho dos Estudantes (E-02, E-07, E-10 e E-24) na Questão 14.

Desempenho Qualitativo	Desempenho Quantitativo
“Equação é uma conta que precisa possuir duas incógnitas” (E-07) O estudante sabe que uma equação possui incógnita, mas não define essa propriedade com clareza.	2
“A equação do 1º grau é o método de encontrar e resolver uma conta com uma variável” (E-24) O estudante apresenta apenas uma das propriedades essenciais das equações.	3
“Equação de primeiro grau é o sistema de variável, números e o sinal da igualdade” (E-02) O estudante reconhece as duas propriedades essenciais das equações, mas não define as propriedades com clareza.	4
“Além de ter uma incógnita e uma igualdade, a equação de 1º grau ainda tem uma incógnita com um expoente 1, sem ter nenhum expoente maior” (E-10). O estudante define corretamente as duas propriedades essenciais das equações	5

### 3.5 – ANÁLISE DA ASP E PROCESSO DE ASSIMILAÇÃO

Após analisar o desempenho dos estudantes em relação a cada uma das questões nas avaliações realizadas durante a pesquisa e considerando o indicador essencial como parâmetro e a escala de critérios estabelecidos, foram determinados o valor alcançado por cada estudante. Apresentamos no Gráfico 3 as médias das ações em cada uma das fases da pesquisa.

Gráfico 3 - Médias das Ações da ASP nas Fases da Pesquisa.



Podemos observar que em todas as fases da pesquisa as quatro ações mantiveram um resultado uniforme. Partindo de um ótimo nível na prova diagnóstica,

para excelentes resultados com a formativa, seguido de um declínio na prova final para recuperar o crescimento no pós-teste.

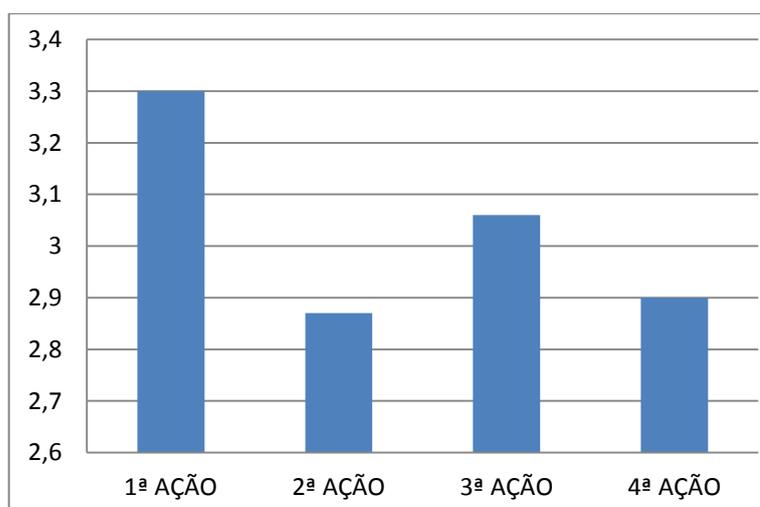
A Prova Diagnóstica mostrou que os estudantes se encontravam em um ótimo nível de partida, estando aptos a aprender o conteúdo de equações utilizando a ASP como metodologia de ensino, visto que em todas as quatro ações a média geral dos estudantes ficou entre 4,2 e 4,5.

Na Prova Formativa os resultados foram ainda melhores, pois tiveram um acréscimo em todas as ações, ficando as três primeiras médias iguais a 4,8 e na 4ª ação média de 4,7. Vale lembrar que essa prova foi resolvida em grupos de dois ou três estudantes, sendo que os estudantes com alguma dificuldade foram ajudados pelos colegas, o que segundo Galperin faz parte da 2ª etapa (material/materializada) que o estudante realize as operações com a ajuda de outro estudante e/ou do professor.

As apresentações orais das questões da prova formativa contribuíram para o professor avaliar se os estudantes estavam avançando para 3ª etapa (verbal externa) cumprindo seus objetivos.

A Prova Final, como mencionado anteriormente, apresentou as menores médias. Considerando o grau de dificuldade e o número de itens das questões. Principalmente da Questão 9, a média geral de 3,3 na 1ª ação de compreender o problema indica que a maioria dos estudantes realizam as operações de definir o objetivo do problema, determinar as condições do problema e extrair os dados do problema. Observou-se um decréscimo na ação de construir o modelo, seguida de uma leve inclinação na ação de solucionar o modelo conforme podemos constatar no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Médias das Ações da ASP na Prova Final.



Este fato é explicado considerando que alguns estudantes utilizam a técnica de ensaio e erros para solucionar o problema, chegando ao resultado correto, sem construir um modelo matemático. Outro fator que deve ser considerado na ação de solucionar o modelo, são os erros de cálculos cometidos pelos estudantes, na maioria das vezes por falta de atenção, como comentado pelos estudantes em algumas autoavaliações realizadas após as provas.

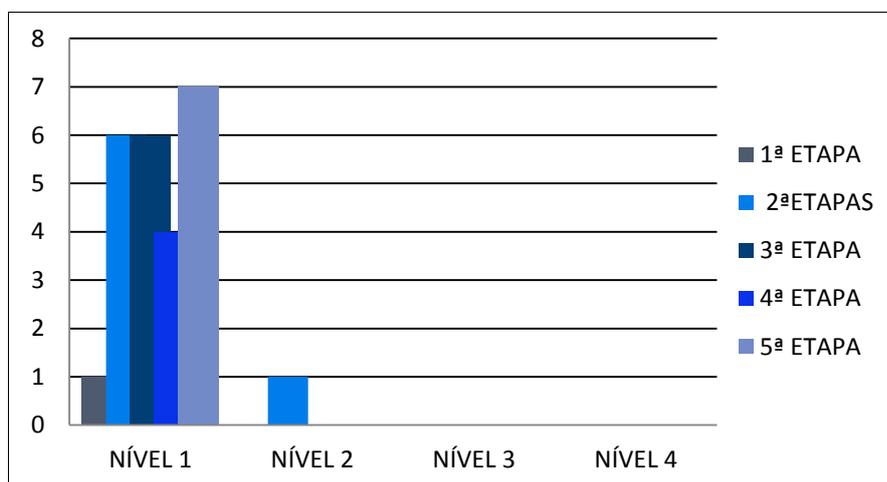
No Pós-teste as médias gerais dos estudantes nas quatro ações foram 20% maiores que na Prova Final, o que nos leva a acreditar que a utilização da ASP contribuiu efetivamente para aprendizagem de equações do 1º grau dos estudantes. Como podemos constatar através dos comentários dos estudantes nas autoavaliações na conclusão do pós-teste, conforme Quadro 29.

Quadro 29 - Autoavaliação dos Estudantes (E-01, E-05, E-12, E-13 e E-15) sobre o Pós-teste.

<i>"A prova não estava difícil, era só uma questão de estar atenta, pois havia questões que podiam confundir. O ano passado foi um ano produtivo, em que aprendi várias coisas e revisei outras. Percebi, que foi muito bom ter aprendido assuntos por meio de problemas." (E-15)</i>
<i>"Primeiramente, agradeço por todo trabalho para me fazer aprender mais. A "prova" estava em um nível fácil e bastante construtiva. As aulas e explicações me ajudaram bastante a resolver cada problema. As dinâmicas nas aulas foram boas mas senti a ausência de algumas tarefas e exercícios para praticar em casa, porém, o trabalho em sala foi muito bom. Obrigado!" (E-05)</i>
<i>"Eu aprendi esse método na escola mesmo, nunca tive dificuldade do início ao fim. Em algumas questões da OBMEP eu usei esse método, mas a maioria foi raciocínio' lógico e acho que me ajudou bastante, pois passei para segunda fase e na segunda fase ganhei medalha." (E-12)</i>
<i>"Gostei do teste pois ele realmente nos testa, ao fazer lembrar o que estudamos ano passado. Tive dificuldade na questão 4, pois não gosto de formular um problema. Gostei também porque eu acreditava que tinha esquecido tudo e vi que não". (E-01)</i>
<i>"A prova foi uma ideia boa até pra lembrar, mas odeio justificar resposta". (E-13)</i>

Considerando todos os instrumentos de coleta de dados apresentamos no Gráfico 5 o resultado final dos estudantes relacionando os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov e as etapas de ações mentais de Galperin.

Gráfico 5 - Relação entre os Níveis de Ensino Problematizador e as Etapas Mentais.



O Gráfico 5 apresenta o resultado final da pesquisa. Considerando os 25 estudantes participantes, temos: 01 estudante na 1ª Etapa da assimilação, 07 estudantes na 2ª Etapa (Material ou Materializada), 06 estudantes na 3ª Etapa (Verbal externa), 04 estudantes terminaram a pesquisa na 4ª Etapa (Linguagem externa para si) e 07 estudantes na 5ª Etapa (Linguagem interna).

O estudante (E- 23), como dito anteriormente, não participou do pós-teste, mas durante o desenvolvimento da pesquisa esteve sempre dependendo da orientação do prof. para realizar as atividades propostas, tendo pouca consciência das operações, estando portanto na 1ª Etapa de assimilação do conteúdo de equações do 1º grau

Na 2ª Etapa temos 06 estudantes (E-06, E-07, E-08, E-14, E-16 e E-17) no 1º Nível de Ensino Problematizador, (não independente) conhecendo o significado das variáveis; desenvolvendo corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof., realizando as operações com a ajuda de outro estudante e/ou do prof. O estudante (E-18) também encontra-se na 2ª Etapa, no entanto quanto ao NEP, E-18 está no 2º nível (semi-independente) pois aplica conhecimentos anteriores a situações novas e busca solução ao problema docente.

Os estudantes (E-02, E-03, E-11, E-13, E-19 e E-21) realizam as ações com detalhes, consciente e razoavelmente independentes, explicando-as de forma oral

e/ou escrita em varias situações orientadas pelo prof., estando portanto, na 3ª Etapa das ações mentais de Galperin e no 2º nível (semi-independente).

Ressalva-se que os estudantes (E-04, E-09, E-22 e E-24) demonstram habilidade para resolver situações problemas, realizando todas as ações da ASP apresentando as seguintes características: verbal interna, generalizada, semi abreviada, semi automatizada e independente. Considera-se que os mesmos encontram-se na 4ª etapa de formação das ações mentais e dos conceitos definida por Galperin como etapa da linguagem externa para si. Estando relacionada com o 3º nível de ensino problematizador de Majmutov, (independente) que se caracteriza pela aplicação dos conhecimentos anteriores numa situação nova, pela capacidade de construir e resolver tarefas de nível médio de complexidade, resolver as situações problemas com pouca intervenção do prof. e realizar a autoavaliação.

De acordo com os resultados das análises realizadas com base nos instrumentos de coleta de dados, podemos dizer que os estudantes (E-01, E-05, E-10, E-12, E-15, E-20 e E-25) transferem o conceito estudado para novas situações com maior rapidez e eficiência que os outros estudantes. Realizam as ações abreviadas, autônomas e independentes, mas principalmente, resolvem as situações problemas de maneira criativa sem a intervenção do prof, estando, portanto, segundo Galperin, na 5ª Etapa das ações mentais, ou seja, na etapa da linguagem interna. Desta forma podemos dizer que esses estudantes apresentam características semelhantes às apresentadas por Majmutov como sendo o 4º Nível de Ensino Problematizador, uma vez que realizam trabalhos independentes com imaginação criativa, análise e conjeturas lógicas, descobrem novos modelos para resolverem problemas independentes.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos realizados durante a pesquisa demonstraram a importância da utilização da Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino e como a teorias de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin e de direção da atividade de estudo de Talízina influenciaram positivamente na aprendizagem de equações do 1º grau dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

A Prova Diagnóstica mostrou que os estudantes se encontravam em um ótimo nível de partida, estando aptos a aprender o conteúdo de equações. Dando início na 1ª Etapa do processo de assimilação do novo conteúdo, o professor/pesquisador promoveu a participação ativa dos estudantes na construção da Base Orientadora da Ação.

Na 2ª etapa (material/materializada) as ações do professor/pesquisador foram semelhantes às realizadas na 1ª etapa, acrescentando a promoção da autoavaliação aos estudantes, o que também contribuiu para aumentar a confiabilidade e credibilidade dos resultados da pesquisa.

As apresentações orais dos trabalhos de grupo na prova formativa possibilitou o desenvolvimento das ações na 3ª etapa (verbal externa) tanto por parte do professor/pesquisador, avaliando o cumprimento dos objetivos de aprendizagens, mas principalmente por parte dos estudantes, tendo em vista que estes atuam mais que o professor nesta etapa. Os resultados da prova formativa foram excelentes, obtendo as melhores médias da pesquisa em todas as ações da ASP.

É característica da 4ª etapa (linguagem externa para si) o professor organizar novas situações de acordo com a zona de desenvolvimento proximal como foi realizada na prova final, no entanto os resultados apresentaram um declínio nas médias das ações da ASP, provocado principalmente pela quantidade de itens e contexto das questões.

Na 5ª etapa os estudantes transferem o conceito de equações do 1º grau com uma variável com mais rapidez e eficiência e raramente solicita orientações do professor, é a etapa da linguagem interna, na qual se encontram 7 estudantes, dos 25 que participaram da pesquisa. Os demais estudantes ao final da pesquisa encontravam-se: 01 estudante na 1ª Etapa, 07 na 2ª Etapa, 06 na 3ª Etapa e 04 estudantes terminaram a pesquisa na 4ª Etapa.

Buscando determinar em que etapa do processo de assimilação o estudante chegou, a participação no grupo de pesquisa e estudos realizados durante a pesquisa apontam para necessidade de se continuar pesquisando as relações entre as etapas e ações mentais de Galperin e os Níveis de Ensino Problematizador de Majmutov.

Como produto final desta pesquisa estamos propondo ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, um modelo educacional a partir da efetividade da BOA para aprendizagem de equações do 1º grau, por acreditar que as atividades desenvolvidas no decorrer da pesquisa aqui apresentada contribuíram efetivamente para aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1998.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. BNCC. 2ª versão, 2016.
- CHARMAZ, K. (2009). **A construção da teoria fundamentada – Guia prático para análise qualitativa**. Trad. Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed. 272p.
- CHEPTULIN, Alexandre. **A Dialética Materialista. Categorias e Leis da Dialética**. Tradução Leda Rita Cintra Ferraz. São Paulo: Editora Alfa-Omega, 1982.
- DANTE, Luz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1998.
- DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática/ Luiz Roberto Dante-1ª edição**. São Paulo: Editora ática, 2012.
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2009.
- DELGADO, Oscar Tintorer; MENDOZA, Héctor José García; CASTAÑEDA, Alberto Martín Martínez. **Implicação da Base Orientação das Ações e Direção do Processo de Estudo na Aprendizagem dos Estudantes na Atividade de Situações Problema em Sistema de Equações Lineares**. In: VIII Congresso Norte e Nordeste de Educação em Ciência e Matemática, 2009, Boa Vista. ISBN 978-85-61924-02-
- GALPERIN, Piotr Yakovlevich. **Introducción a La psicología: Um enfoque dialéctico**. Madrid: Plablo de Rio, 1979.
- GALPERIN, Piotr Yakovlevich. **Sobre el problema de la atención**. “Informes de la ACP de la RSFSR”, nº 3, 1958.
- Galperin, Piotr Yakovlevich. **Tipos de orientación y tipos de formación de las acciones y los conceptos**. Folheto Acerca de la atención. Editado por la EMS Cdte. Arístides Estévez Sánchez. La Habana, Cuba, 1959.
- GALPERIN, Piotr Yakovlevich. **La dirección del proceso de aprendizaje**. Folheto Acerca de la atención. Editado por la EMS Cdte. Arístides Estévez Sánchez. La Habana, Cuba, 1965.
- GHEDIN, Evandro; FRANCO, Maria Almeida Santoro. **Questões de método na construção da pesquisa em educação**. 2 Ed. – SP: Cortez, 2011.
- IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática: Imenes & Lellis- 1ª ed**. São Paulo: Moderna, 2009.
- LEÓNTIEV, Aleksei Nikolaevitch. **Problema do desenvolvimento do psiquismo**. Moscou: Universidade de Moscou, 1959.

MAJMUTOV, Mirza I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y educación, 1983.

MENDOZA, Hector José Garcia. **Estudio del efecto del sistema de acciones em el processo del aprendizaje de los estudiantes em la atividade de situaciones problema em matemática em la asignatura de álgebra lineal, em el contexto de la Faculdade Actual de la Amazônia**. Tese (Doutorado em Psicopedagogia) – Universidade de Jaén (UJAEN), Espanha, 2009.

MENDOZA, Héctor José Garcia, et al . **La teoria de la atividade de formación por etapas de las acciones mentales em la resolución de problemas**. Revista Científica Internacional “*Inter Science Place*”, Indexada ISSN 1679-9844, www.interciencelace.org. Ano 2, nº09, set.- out., 2009.

MENDOZA, H. J. G., DELGADO, O. T. **A Contribuição de Galperin na Avaliação de Provas de Lápis e Papel de Sistemas de Equações Lineares**. Boa Vista, 25 p. 2013.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. 2. Ed. Ampl. – São Paulo-EPU, 2011.

\_\_\_\_\_. **Metodologia da Pesquisa em Ensino**. São Paulo: editora Livraria da Física, 2011.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, Pilar Baptista. **Metodología de La Investigación**. 4ª ed. – México: McGraw-Hill Interamericana, 2012.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. - 3ª ed.- São Paulo: FTD, 2012.

STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. **Pesquisa qualitativa: Técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de Teoria Fundamentada**; Tradução Luciene de Oliveira da Rocha. 2ª ed, Porto Alegre: Artmed, 2008.

TALÍZINA, Nina Fiodorovna. **Psicologia do Ensino**, Moscou: Progresso, 1988.(Biblioteca de Psicologia Soviética).

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: A pesquisa qualitativa em educação**; São Paulo, Atlas, 1987.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **El Pensamiento y el habla**. En el livro: “Investigaciones psicológicas escogidas”. Moscú, 1956.

## APENDICE A – PLANO DE AULA

Escola: Colégio de Aplicação da UFRR

Disciplina: Matemática

Conteúdo: Equações do 1º grau com uma incógnita

Assunto: Expressões algébricas

Tempo: 2 horas

### Objetivos:

- Que os estudantes leiam e interpretem situações problema envolvendo valor desconhecido;
- Aprendam a resolver problemas e verificar os resultados calculando o valor numérico das expressões algébricas.

### Metodologia de Ensino:

- Ministrará a aula de forma expositiva e dialogada apresentando situações problema.
- Utilizando a Atividade de Situações Problema como estratégia de ensino.
- Começar a aula propondo aos estudantes que resolvam situações problema do dia a dia envolvendo valor desconhecido, após recolher as respostas dos estudantes fazer a correção de forma expositiva dando início ao assunto do dia (expressões algébricas).
- Propor aos estudantes que realizem os exercícios do livro didático envolvendo transformação de sentenças matemáticas da linguagem usual para expressão algébrica e vice-versa.
- Finalizar a aula com a correção dos exercícios com a participação dos estudantes no quadro e dar vistos nos cadernos.

### Recursos didáticos:

- Slides;
- Livro didático

### Sistemas de Avaliação:

- Observações;
- Vistos nos cadernos dos estudantes.

## Introdução

- Propor aos estudantes que resolvam em uma folha de papel (só as respostas), as seguintes situações problema (em slides):

### Desafios:

a) Pensei em um número subtrair 5 e obtive como resultado o número 15. Qual foi o número que eu pensei?

b) Na loja “Fique Bela” uma blusa está sendo vendida por R\$ 23,00 reais e um short à R\$ 36,00 reais. Quanto Bruna vai pagar se comprar 4 blusas e 3 shorts?

c) João tem um terreno retangular cujo comprimento é 70 metros a mais que a largura. Sabendo que o terreno tem 15 metros de largura. Quantos metros de arame João vai precisar para dar quatro voltas completas para cercar o terreno?

- Após recolher as respostas dos estudantes fazer a correção perguntando aos estudantes:

- O que é preciso fazer para responder a 1ª questão?
- Descobrir o número que subtraindo 5 resulta 15.
- E a 2ª questão como vocês resolveram?
- O que essas questões têm em comum?
- Um valor que queremos descobrir.
- Como podemos representa esse valor matematicamente?
- Utilizando letras no lugar de números.
- As expressões que estudados até hoje eram chamadas de “expressões numéricas”,
- como podemos chamar as expressões com números e letras?
- Expressões algébricas.

## **Desenvolvimento**

- Propor aos estudantes que resolvam no caderno os exercícios do livro didático página 117 questão 2 e página 118 questões 3, 4 e 5.
- Enquanto os estudantes resolvem os exercícios a professora/ pesquisadora deve observar e orientar os estudantes, dando vistos nos cadernos.
- Em seguida fazer a correção dos exercícios no quadro com a participação dos estudantes.

## **Conclusões**

Ao finalizar a aula fazer uma análise para verificar se realmente os estudantes assimilaram o que são expressões algébrica (através de perguntas e vistos nos cadernos), observando se realmente resolveram corretamente os exercícios que foram propostos, caso houver algum erro corrigir o mesmo e tirar dúvidas.

## **Referencia Bibliográfica (Livro didático utilizado pelos estudantes)**

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática/ Luiz Roberto Dante-1ª edição. São Paulo: Editora ática, 2012.

**APENDICE B – PRODUTO**



ESTADO DE RORAIMA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA - UERR  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPES  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS -  
PPGEC



**ADRIANA REGINA DA ROCHA CHIRONE<sup>1</sup>**

**APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU A PARTIR DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES  
PROBLEMA: UM MODELO DIDÁTICO FUNDAMENTADO NA TEORIA DE FORMAÇÃO POR  
ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS DE GALPERIN**

Modelo educacional associado à Dissertação: Aprendizagem de Equações do 1º Grau a partir da Atividade de Situações Problema como Metodologia de Ensino, fundamentada na Teoria de Galperin apresentada ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima sob a orientação do Prof. Dsc. Héctor José García Mendoza.

**BOA VISTA, RR**

**2016**

---

<sup>1</sup>a\_chirone@hotmail.com

Todos os direitos reservados. Está autorizada a reprodução total ou parcial deste trabalho, desde que seja informada a **fonte**.

ESTADO DE RORAIMA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE RORAIMA - UERR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROPES

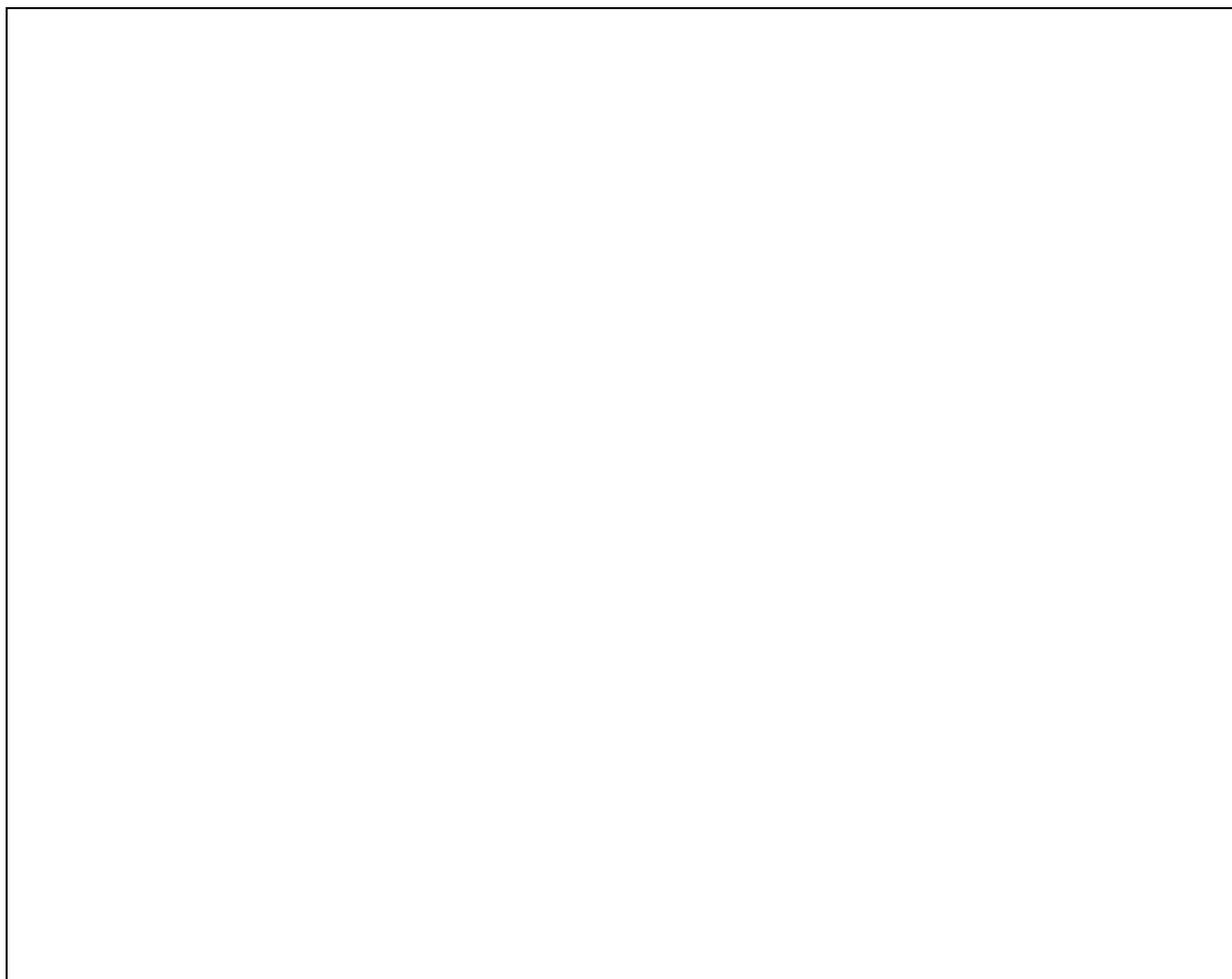
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS - PPGE

**Elaborado por:**

Adriana Regina da Rocha Chirone

Héctor José García Mendoza

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)



Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária

---

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO .....	03
TEORIA DE FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS COMO BASE CIENTÍFICO-PSICOLÓGICA .....	04
PLANEJAMENTO: ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA NO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO .....	07
1.1 Objetivos .....	07
1.2 Metas dos procedimentos lógicos .....	07
1.3 Metas dos procedimentos psicológicos .....	07
1.4 Método de ensino .....	07
1.5 Tipo de aula .....	08
1.6 Estratégias de ensino .....	08
1.7 Meios e procedimentos .....	09
E1: Base Orientadora da Ação .....	10
E2: Formação da Ação em forma Material ou Materializada .....	13
E3: Formação da Ação Verbal Externa .....	17
E4: Formação da Ação na Linguagem externa para si .....	19
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	33
REFERÊNCIAS .....	34

## APRESENTAÇÃO

Partindo do princípio de que, para ensinar, é preciso saber como o estudante aprende torna-se importante definir uma teoria de aprendizagem que explique como se dá a relação entre os sujeitos (professor e estudante) e o objeto (conteúdo a ser aprendido). Opta-se pela Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, pela Teoria de Direção da Atividade de Estudo de Talízina e pelo Ensino Problematizador de Majmutov, todas têm origem na Teoria Histórico-Cultural de Vigotski, Luria e Leóntiev formadores da psicologia soviética. Utilizar-se-á nos nomes dos pensadores, a grafia aceita pela tradução do russo para o espanhol.

A prática pedagógica tradicional do ensino de matemática consiste em aplicar técnicas e fórmulas muitas vezes sem nenhuma relação com situações do dia a dia. Este é um dos motivos pelos quais a maioria dos estudantes tem dificuldades em resolver problemas e internalizar conceitos matemáticos. O novo contexto da educação matemática propõe o processo inverso iniciando e desenvolvendo conteúdos a partir de situações-problema, através de ações ordenadas.

Atividade de Situações Problema (ASP) consiste em uma estratégia de resolução de problemas, desenvolvida por Mendoza e Tintorer que a partir de Polya converteram a Resolução de Problema em uma atividade de estudo.

A presente proposta é produto da pesquisa de mestrado realizada com estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima. O objetivo desta proposta é fornecer um modelo educacional a partir da efetividade da Base Orientadora da Ação para a aprendizagem de equações do 1º grau utilizando a Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino, fundamentada nas teorias de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin e de direção da atividade de estudo no 8º ano do Ensino Fundamental.

## FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS, PSICOLÓGICOS E DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU

A base teórica desta proposta está ancorada nos estudos de Vigotski, Leóntiev, Galperin, Talízina e Majmutov, que junto a outros autores construíram a psicologia pedagógica soviética e com ela uma educação preocupada com a formação integral do ser humano. As categorias fundamentais da lógica dialética são os conceitos: reflexo, contradição e consciência.

Considera-se contrário àquilo que tem a mesma essência, mas características opostas, ou seja, se usar a reta numérica como exemplo, tanto os números inteiros positivos quanto os números inteiros negativos são números, mas estão em lados opostos da mesma reta numérica. Chiptulin (1982), define a contradição como unidade e luta dos contrários. Citando Karl Marx, o autor usou o exemplo de polo norte e polo sul, sexo feminino e sexo masculino para explicar a contradição dialética (CHEPTULIN, 1982, p. 287).

Vigotski (1956) constatou a necessidade da aplicação do Materialismo dialético na pedagogia e na psicologia, introduzindo assim o método dialético na psicologia, baseado na unidade entre psique e atividade. Segundo Vigotski (1956) essa relação objeto e sujeito se dão através de signos sendo a linguagem um deles.

A aprendizagem ocorre dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal, onde o estudante realiza as atividades com ajuda do professor. O professor deve conhecer a Zona de Desenvolvimento Real do estudante e conduzir o processo de aprendizagem, como mediador dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal para que este chegue à Zona de Desenvolvimento Potencial. Quando isso ocorre o Potencial torna-se Real, gerando um novo Potencial a ser alcançado.

## A TEORIA PSICOLÓGICA DA FORMAÇÃO POR ETAPAS DAS AÇÕES MENTAIS E DOS CONCEITOS

Esta teoria considera o estudo como um sistema de determinado tipo de atividade cuja realização conduz o estudante a novos conhecimentos e hábitos. A realização da ação por parte do estudante pressupõe sempre a existência de determinado objetivo que, por sua vez, se alcança sempre por certo motivo. A ação está sempre dirigida ao objeto material ou ideal.

A teoria em questão foi construída por Galperin durante seu processo de estudo e separa o processo de assimilação em cinco etapas. Apresentamos a seguir um quadro contendo as ações do professor e dos estudantes em cada uma das etapas da teoria de Galperin.

Quadro 1 – Ações do Professor e Ações do Estudante

ETAPAS	AÇÕES DO PROFESSOR	AÇÕES DO ESTUDANTE
1ª Etapa  BOA  (Compreender)	Utiliza recursos materiais e/ou modelos, esquemas...  Orienta conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais (BOA); Promove a participação ativa dos estudantes;  Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas;  O prof. é mais atuante que o estudante;	Depende da orientação do prof.  Tem pouca consciência das operações;  Busca compreender as ações orientadas pelo prof.  Participar da construção da BOA
2ª Etapa  MATERIAL OU MATERIALIZADA  (Fazer)	Utiliza recursos materiais e/ou modelos, esquemas... Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas;  Promove a auto avaliação e a troca de avaliações entre os estudantes;  Prof. e estudante atuam juntos	Realiza as ações com muitos detalhes; Conhece o significado das variáveis;  Desenvolve corretamente casos semelhantes aos apresentados pelo prof.  Realiza as operações com a ajuda de outro estudante e/ou do prof.
3ª Etapa  VERBAL EXTERNA  (Explicar)	Avalia o cumprimento dos objetivos das etapas;  Promove a auto avaliação e a troca	Explica de forma oral e/ou escrita as ações; Realizadas as ações em varias situações orientadas pelo prof. Realiza as ações com detalhes;

	de avaliações entre os estudantes; O prof. atua menos que o estudante;	Desenvolve as ações consciente e razoavelmente independentes; O estudante atua mais que o prof.
4ª Etapa  LINGUAGEM EXTERNA PARA SI  (Transferir)	Organiza novas situações de acordo com a Zona de Desenvolvimento Proximal; Atua quando é solicitado pelo estudante;	Realiza as ações de forma generalizada aplicando o conceito a novas situações; Realiza as ações parcialmente abreviadas e autônomas; Resolve as situações problemas com pouca intervenção do prof.  Realiza a auto avaliação.
5ª Etapa  LINGUAGEM INTERNA  (Hábito)	Atua quando raramente é solicitado pelo estudante;	Transfere o conceito a novas situações com maior rapidez e eficiência; Realiza as ações abreviadas, autônomas e independentes; Resolve as situações problemas de maneira criativa sem a intervenção do prof.

Fonte: CHIRONE, (2016)

Verifica-se aqui uma relação inversamente proporcional entre as ações do professor e as ações do estudante, conforme o estudante avança nas etapas diminui a atuação do professor, tornando o estudante cada vez mais independente.

Segundo Galperin, Talízina desenvolveu várias pesquisas e observou que o estudante motivado aprende melhor, que o professor deve dirigir o processo de ensino e aprendizagem criando situações onde o estudante tenha disposição para aprender. Ela acrescentou a etapa zero, etapa motivacional, pois diferente das outras etapas, não é uma ação, mas uma complementação da teoria de Galperin estando presente em todo o processo de aprendizagem. O professor é o mediador, onde coletará informações que lhe serão úteis para corrigir os erros percebidos por meio do diagnóstico, tornando a direção do processo de estudo mais eficaz.

A realização da atividade de ensino aprendizagem deve ser comandada pelo professor de acordo com os princípios da teoria geral de direção, compostos pelos itens seguintes: o objetivo de ensino, o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes, o processo de assimilação, a retroalimentação e a correção. Deve ser realizado de forma cíclica e transparente, apresentando como objetivo principal, o processo de transformação da atividade externa em atividade interna (TALIZINA, 1988).

## ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA (ASP) EM EQUAÇÕES

Um dos princípios do processo de ensino e aprendizagem de Matemática apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) considera a situação-problema como o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. Outro princípio destaca que o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório: “Só há problema se o estudante for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1998).

Os PCN's consideram ainda, que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

A nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC que está sendo discutida pelos profissionais da educação, em sua 2ª versão, confirma a importância da resolução de problema para o ensino de matemática, mas acrescenta entre seus objetivos gerais de formação da área de matemática nos anos finais do ensino fundamental, a importância de desenvolver nos estudantes a capacidade de criar/elaborar problema.

Segundo, Brasil (1998), um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Sendo assim, o ensino previsto para a resolução de problemas matemáticos, além de se fundamentar em uma teoria psicológica de ensino, nos princípios metodológicos da direção do processo de estudo, deve apoiar-se em uma didática específica que preserva as particularidades dos conhecimentos amparados por recursos técnicos (MENDOZA; DELGADO, 2010). Atividade de Situações Problema (ASP) em Matemática está composta por quatro ações que são:

A 1ª ação, “*compreender o problema*” está formada pelas operações: ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos; estudar os dados e suas condições e determinar o(s) objetivo(s) do problema.

A 2ª ação é “*construir o modelo matemático*”, quando é necessário determinar as variáveis e incógnitas; nominar as variáveis e incógnitas com suas unidades de

medidas; construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições, e, por último, realizar a análise das unidades de medidas do modelo matemático.

A 3ª ação, “*Solucionar o modelo matemático*”, está formada pelas operações: selecionar o(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo; utilizar os recursos necessários para solucionar o modelo e solucionar o modelo matemático.

A 4ª ação “*interpretar a solução*”, está formada pelas operações: interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema; realizar uma reflexão baseada no(s) objetivo(s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema, existindo a possibilidade de reformular o problema e assim construir novamente o modelo matemático, solucioná-lo e interpretar sua solução.

As ações apresentam uma ordem lógica que deve ser respeitada. A execução de todas as ações está subordinada ao problema, e nem todas as ações estarão presentes em todos os problemas. Desse modo, o sistema de ações possui uma ordem lógica, mas não necessariamente tem que ser linear (MENDOZA, 2009).

Representar-se-á a direção da atividade a partir da Figura 1, onde  $E^0$ , motivação e a Atividade de Situações Problema estão presentes em todas as cinco etapas qualitativas da formação das ações mentais, que são:  $E^1$ , formação da Base Orientadora da Ação (BOA);  $E^2$ , formação da ação em forma material ou materializada;  $E^3$ , formação da ação em verbal externa;  $E^4$ , formação da ação em linguagem externa para si e  $E^5$ , formação da ação em linguagem interna.

Figura 1: Direção da Atividade de Estudo



Fonte: (MENDOZA, 2009).

### PLANEJAMENTO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA EM EQUAÇÕES DO 1º GRAU

A princípio considera-se fundamental que o professor conheça o contexto onde será realizada a aprendizagem, ou seja, o professor deve conhecer o nível de partida dos estudantes. Para tanto se faz necessário uma avaliação diagnóstica no conteúdo de expressões algébricas, considerado como pré-requisito para a assimilação do conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita.

Após realizar a prova diagnóstica o plano de ensino deve ser adaptado às necessidades dos estudantes, se necessário realizar uma revisão das operações básicas para desenvolver o conteúdo de equações do 1º grau com uma variável. No Quadro 2 apresentamos o plano de ensino no qual os conteúdos e objetivos estão relacionados com as características das etapas mentais de Galperin, as ações da ASP, e as habilidades dos estudantes.

Quadro 2 – Plano de Ensino

Conteúdos	Objetivos: Que os estudantes sejam capazes de:	CH	Tipo de Atividades e Ações da ASP	Características das Etapas Mentais	Habilidades dos Estudantes
Expressões algébricas	Diagnosticar o nível de partida dos estudantes para aprender equações	2h	Prova Diagnóstica		

	do 1º grau				
Equação do 1º grau com uma incógnita	<p>Identificar equações como sendo igualdades que contém pelo menos uma letra representando um valor desconhecido;</p> <p>Ler e interpretar situações problema envolvendo valor desconhecido;</p> <p>Calcular valor desconhecido;</p>	4h	<p>Orientação do sistema de ações da ASP em equações do 1º grau a partir de problemas padrões de cálculo (1ª etapa de formação da BOA)</p> <p>Aula expositiva e exercícios.</p>	As ações são: materializada, não generalizada, detalhada, consciente e compartilhada.	Compreender as ações da ASP em equações
Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários	<p>Representar situações problema através de equações do 1º grau</p> <p>Resolver equações do 1º grau através das operações inversas;</p> <p>Fazer a verificação dos resultados;</p>	6h	<p>O estudante deve realizar detalhadamente o sistema de ações tomando como bases os problemas padrão envolvendo equações (2ª etapa materializada)</p> <p>Prova Formativa</p>	As ações são: consciente, compartilhadas, detalhada e não generalizada.	Fazer as ações da ASP em equações
Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários	Resolver situações problema envolvendo valor desconhecido.	4h	O estudante deve saber aplicar o sistema da ASP em equações em novas situações (3ª etapa, verbal externa) Exercícios	As ações começam a ser: mental interna, generalizada e abreviada.	Aplicar a ASP em equações
Equação do 1º grau com uma incógnita com números reais	Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas	4h	O estudante deve saber transferir o sistema da ASP em equações para novas situações (4ª etapa linguagem externa pra si)	As ações são: mental interna, generalizada, abreviada e consciente.	Transferir as ações da ASP em equações
Equação do 1º grau com uma incógnita	Aplicar cálculo de equações na resolução de situações problemas	4h	O estudante deve ter o habito de usar o sistema da ASP em equações para	As ações são: mental interna, generalizada, abreviada,	Utilizar as ações da ASP em equações como habito

com números reais		resolver novas situações (5ª etapa linguagem interna)	automatizada e independente.	para resolução de situações problema
-------------------	--	---	------------------------------	--------------------------------------

Em seguida deve ser elaborada a Base Orientadora da Ação (BOA) do tipo 3 , ou seja, generalizada, completa e elaborada independente. Característica da 1ª etapa de formação das ações mentais e dos conceitos, adequada quando o objetivo é a rápida assimilação do conceito e a redução dos erros por parte dos estudantes.

Iniciamos com uma situação problema e através de dialogo com a turma se apresenta as ações da ASP e constrói, junto com os estudantes, o conceito de equações, destacando suas características essenciais e a utilização das operações inversas na resolução.

Ex.: “Qual é a idade atual de Pedro se daqui a 8 anos ele terá 31 anos?”<sup>2</sup>

Considerando  $x$  a idade de Pedro, construímos o modelo matemático:

$x + 8 = 31$  utilizando a operação inversa da adição, temos:

$$x = 31 - 8,$$

$$x = 23$$

Portanto, Pedro têm atualmente, 23 anos.

Em seguida aumenta-se o grau de dificuldade, sendo necessário usar as operações inversas da subtração e da multiplicação para resolver problemas do tipo: “Qual o número cujo triplo menos 7 é igual a 9?”

Considerando a definição de Equações como sendo igualdades que contém pelo menos uma letra (incógnita) que representa um número desconhecido, com as seguintes propriedades essenciais:

(i) Toda equação representa uma igualdade

(ii) Toda equação tem pelo menos uma incógnita que representa um valor desconhecido.

---

<sup>2</sup> Dante, Luiz Roberto. Tudo é Matemática, 7º ano, São Paulo: Ática, 2009.

Outro conceito a ser explorado para resolver equações é o conceito de igualdade, relacionado à ideia de equilíbrio comparado com uma balança de dois pratos.

Uma igualdade (=) separa duas sentenças indicando que ambas têm o mesmo valor. A 1ª sentença chamar-se-á de 1º membro sendo a 2ª sentença o 2º membro.

Para explicar as propriedades da igualdade e a ideia de equações associada à balança apresentamos a seguinte situação problema: “Giovanna quer saber quanto pesa cada livro de sua coleção. Utilizando uma balança de pratos ela coloca de um lado da balança 5 livros e um peso de 50 g, do outro lado da balança ela coloca 3 livros e 290 g em pesos até que a balança fique em equilíbrio. Sabendo que os livros têm o mesmo peso, quanto pesa cada livro?” Para  $x$  = peso em gramas (g) por livro, temos que:

$$5x + 50 = 3x + 290$$

$$5x + 50 - 50 = 3x + 290 - 50 \text{ (Princípio aditivo da igualdade)}$$

$$5x = 3x + 240$$

$$5x - 3x = 3x + 240 - 3x \text{ (Princípio aditivo da igualdade)}$$

$$2x = 240 \text{ (Princípio multiplicativo da igualdade)}$$

$$x = 240/2$$

$$x = 120$$

R: Os livros de Giovanna pesam 120 g cada um.

Dando continuidade aos estudos de equações aplicando as propriedades apresentadas anteriormente e considerando a importância de desenvolver conteúdos articulados com outras áreas do currículo, são propostas novas situações problemas envolvendo números racionais na forma fracionária e ainda equações com parênteses, do tipo: “Qual é o número natural que tem os  $\frac{2}{3}$  de seu antecessor igual a 4?”

Considerando o número =  $x$

O dobro de seu antecessor =  $2(x - 1)$ , temos:

$$2(x - 1)/3 = 4$$

$$2(x - 1) = 12 \text{ (Princípio multiplicativo da igualdade)}$$

$$(x - 1) = 6$$

$$x = 6 + 1 \text{ (Princípio aditivo da igualdade)}$$

$$x = 7$$

Para o desenvolvimento da 2ª etapa (material/materializada) devem ser executadas várias sequências didáticas respeitando sempre os aspectos da ASP, envolvendo o conteúdo de equações do 1º grau com uma incógnita. Apresentamos no Quadro 3 um exemplo de uma sequencias didáticas.

Quadro 3 – Sequencia didática

<b>Aula 03</b>
<p><b>Conteúdo:</b> Equação do 1º grau com uma incógnita com números fracionários.</p>
<p><b>Objetivo:</b> Representar situações problema através de equações do 1º grau</p>
<p><b>Situação Problema:</b> Os candidatos a um emprego compareceram para um teste e foram divididos em três turmas: na primeira havia <math>\frac{2}{3}</math> deles; na segunda, <math>\frac{1}{4}</math>; e na terceira, os demais 15 candidatos. Ao todo, quantos eram os candidatos?</p>
<p><b>Observação:</b> O professor deve conduzir um dialogo com os alunos de maneira que possa obter as respostas adequadas ao desenvolvimento do conteúdo através da ASP.</p>
<p>Prof.: <i>Vamos lembrar o que precisamos fazer para resolver um problema. Qual é a primeira coisa que devemos fazer?</i></p>
<p>R: <i>Ler e dizer quais os dados do problema. (1ª Ação – compreender o problema)</i></p>
<p>Prof.: <i>Muito bem! E quais são os dados desse problema? Quais são as informações que temos?</i></p>
<p>R: <i>Que os candidatos a um emprego foram divididos em três turmas para fazer um teste.</i></p>
<p>Prof.: <i>Qual é o objetivo do problema?</i></p>
<p>R: <i>Descobrir quantas pessoas estavam procurando emprego.</i></p>
<p>Prof.: <i>E o que temos que fazer para descobrir quantos eram os candidatos ao emprego?</i></p>

R: *Construir uma equação. (2ª Ação – construir o modelo matemático)*

Prof.: *Como pode ser essa equação?*

R:  $2x/3 + x/4 + 15 = x$  (3ª Ação – solucionar o modelo)

Prof.: *O que representa a variável x?*

R: *O número de candidatos ao emprego*

Prof.: *Qual a primeira coisa que precisamos fazer para resolver a equação?*

R: *Calcular o m.m.c.*

Prof.: *Então vamos resolver a equação, calculando o m.m.c. de 3 e 4. Igualamos os denominadores, transformando em frações equivalentes temos:*

$8x/12 + 3x/12 + 180/12 = 12x$  (multiplicando os dois membros por 12), temos:

$8x + 3x + 180 = 12x$  (adicionamos  $- 12x$  e  $- 180$  aos dois membros, isolamos x),

$- x = - 180$

Prof.: *Encontramos o oposto de x, o que significa? Qual o valor de x?*

R: *x é igual a 180, eram 180 candidatos ao emprego, (4ª Ação – interpretar a solução)*

Prof.: *Agora podemos resolver os problemas que estão no livro didático sobre equações com números fracionários*

**Legenda:**

R – Respostas que se espera dos alunos.

Nesta etapa, o professor deve acompanhar a execução das atividades dos estudantes. Orientando e corrigindo o processo de aprendizagem utilizando a retroalimentação de acordo com a teoria de direção de estudo de Talízina sempre que necessário.

Para formação da 3ª etapa – verbal externa propomos a realização de um seminário no qual os estudantes devem ser divididos em grupos de 2 ou 3 para resolver situações problemas. Em seguida um estudante apresentar à turma como resolveu o problema e o professor poderá avaliar a formação da etapa.

Em seguida novas intervenções pedagógicas deverão ser realizadas, utilizando sempre a ASP como metodologia de ensino para que o conteúdo de equações do 1º grau seja de fato internalizado no cognitivo dos estudantes e aplicado a novas situações.

## **AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA EM EQUAÇÕES DO 1º GRAU**

Considerando o ensino através da ASP fundamentada na teoria de Galperin, a avaliação da aprendizagem deve ser realizada utilizando provas de lápis e papel que forneça ao professor informações sobre o processo de formação das ações mentais e dos conceitos e a utilização da ASP pelo estudante para resolver situações problema.

A prova diagnóstica deve ser elaborada com o objetivo de verificar os conhecimentos dos estudantes sobre expressões algébricas e valor numérico considerado pré-requisito para a aprendizagem de equações do 1º grau utilizando a ASP como metodologia de ensino. Outras provas deverão ser utilizadas durante (Prova Formativa) e ao final do processo de aprendizagem (Prova Final). Apresentamos a seguir um modelo de Prova Diagnóstica.

### **PROVA DIAGNÓSTICA**

#### **Questão 1**

Vamos escrever as expressões algébricas que correspondem às sentenças matemáticas abaixo. Em seguida, calcule o valor numérico de cada uma delas para  $X = 3$ .

- a) A soma de um número com 4.
- b) O quádruplo de um número menos 7.

Nesta questão se pretende que o aluno saiba transformar a linguagem usual em expressão algébrica e calcular o valor numérico, sendo analisadas a 1ª, 2ª e 3ª Ações (compreender o problema, construir o modelo matemático e solucionar o modelo matemático).

**Questão 2**

2- Calcule o valor numérico das expressões algébricas abaixo para  $X = - 2$  e  $Y = - 3$

a)  $X + 5Y$

b)  $3X - 8$

Essa questão está relacionada com a 3ª Ação (solucionar o modelo), tendo o aluno que determinar o valor numérico das expressões algébricas, substituindo corretamente o valor das variáveis realizando em seguida as operações de multiplicação e adição com números inteiros.

**Questão 3**

3- Durante a campanha eleitoral uma empresa especializada em aluguel de carros de som cobra R\$ 85,00 (oitenta e cinco reais) a diária mais um real e cinquenta centavos por quilômetro rodado anunciando propaganda de candidatos. Chamando de  $X$  a quantidade de quilômetros rodados para anunciar uma reunião com o candidato do partido A, podemos utilizar a expressão algébrica  $1,50X + 85,00$  para calcular o valor pago.

a) Quanto deve pagar um candidato que alugue um carro de som por um dia rodando exatamente 126 km?

b) Explique com suas palavras o que significa o valor que você encontrou.

c) Considerando os dados da questão anterior. Quanto deve pagar um candidato que alugar um carro por um dia e rodar 96 km?

Nesta questão é dada informação sobre compreender o problema e construir o modelo matemático, o que corresponde as duas primeiras Ações da ASP. O estudante deve calcular o valor numérico da expressão algébrica, sendo analisadas as Ações de solucionar o problema nos itens “a” e “c” e interpretar o resultado no item “b”.

#### Questão 4

4- O jequitibá é uma árvore nativa da Mata Atlântica brasileira. Seu nome, que em tupi-guarani significa gigante da floresta, deve-se a suas grandes dimensões, podendo atingir até 45 m. O pau-brasil é outra árvore de grande altura que deu nome a nosso país. Sabendo que o pau-brasil pode atingir uma altura equivalente ao quádruplo da altura do jequitibá menos 140 m, faça o que se pede:(SOUZA & PATARO, 2012, p. 173, Adaptação).

- Determine os dados do problema.
- O que queremos saber com esse problema?
- Escreva uma expressão que represente a situação.
- Calcule quantos metros de altura pode atingir o pau-brasil.
- Explique com suas palavras o que significa o valor encontrado.

Nesta questão é apresentada uma situação-problema e está relacionada com as quatro Ações da ASP, sendo os itens “a” e “b” com compreender o problema, os itens “c”, “d” e “e” com as Ações de construir o modelo, solucionar o problema e interpretar a solução respectivamente.

Apresenta-se no Quadro 4 as características de cada uma das questões da prova diagnóstica em relação as ações da ASP no qual estar indicado quais são as informações dadas nas questões (!), quais ações estão sendo avaliadas (?) e quais ações não estão sendo verificadas (\*). O quadro 4 apresenta também o contexto das questões com as principais informações sobre as mesmas.

Quadro 4 – Características das questões da prova diagnóstica em relação as ações da ASP					
Q	1ª A	2ª A	3ª A	4ª A	Contexto da questão
Q 1	?	?	?	*	Transformar a linguagem usual em expressão algébrica e calcular o valor numérico

Q 2	*	*	?	*	Calcular valor numérico
Q 3	!	!	?	?	Quanto deve pagar um candidato que alugue um carro de som
Q 4	?	?	?	?	Determinar a altura do pau-brasil em relação a altura do jequitibá
<b>Legenda:</b> (Q) questão; (1ªA) ação compreender o problema; (2ªA) construir o modelo matemático; (3ªA) solucionar o modelo matemático; (4ªA) ação interpretar a solução; (!) Informação dada na questão; (?) ação avaliada; (!?)ação avaliada com informações dadas, (*) ação não verificada, (CAp) Colégio de Aplicação					

Fonte: Mendoza, 2013 (adaptação).

## CONCLUSÃO

Os estudos realizados durante a pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Roraima demonstraram a importância da utilização da Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino e como as teorias de formação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin e de direção da atividade de estudo de Talízina influenciaram positivamente na aprendizagem de equações do 1º grau dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima.

Pelo exposto, estamos propondo esse modelo didático como produto desta pesquisa, por acreditar que as atividades desenvolvidas contribuíram efetivamente para a aprendizagem dos estudantes do 8º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Roraima, poderá contribuir também para a aprendizagem de outros estudantes.

Aos professores que desejarem maiores informações sobre os fundamentos filosóficos, psicológicos e didáticos que constituem a base teórica deste produto sugerimos ainda a leitura da dissertação intitulada: “Aprendizagem de equações do 1º grau a partir da Atividade de Situações Problema como metodologia de ensino, fundamentada na Teoria de Formação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin” (CHIRONE, 2016).

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. BNCC. 2ª versão, 2016.

CHEPTULIN, Alexandre. **A Dialética Materialista. Categorias e Leis da Dialética**. Tradução Leda Rita Cintra Ferraz. São Paulo: Editora Alfa-Omega, 1982.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática/ Luiz Roberto Dante-1ª edição. São Paulo: Editora ática, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

GALPERIN, P. Ya. **Introducción a La psicología**. Habana: Pueblo y educación, 1982.

MAJMUTOV, M. I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y educación, 1983.

MENDOZA, Héctor José García; DELGADO, Oscar Tintorer. **Formación del Método de la Actividad de Situaciones Problema en Matemática**. Disponível em: <<http://w3.dmat.ufr.br/~hector/Artigo4.pdf>>. Acesso em 03/10/2012a.

\_\_\_\_\_. **Sistema de ações para melhorar o desempenho dos alunos na atividade de situações problema em matemática**. Disponível em: <<http://www.cimm.ucr.ac.cr>>. Acesso em 13/07/2012b.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de Saber Matemática**. - 3ª ed.- São Paulo: FTD, 2012.

TALÍZINA, N. F. **Psicología de La enseñanza**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

VIGOTSKI, Lev Semionovitch. **El Pensamento y el habla**. En el livro: “Investigaciones psicológicas escogidas”. Moscú, 1956.